

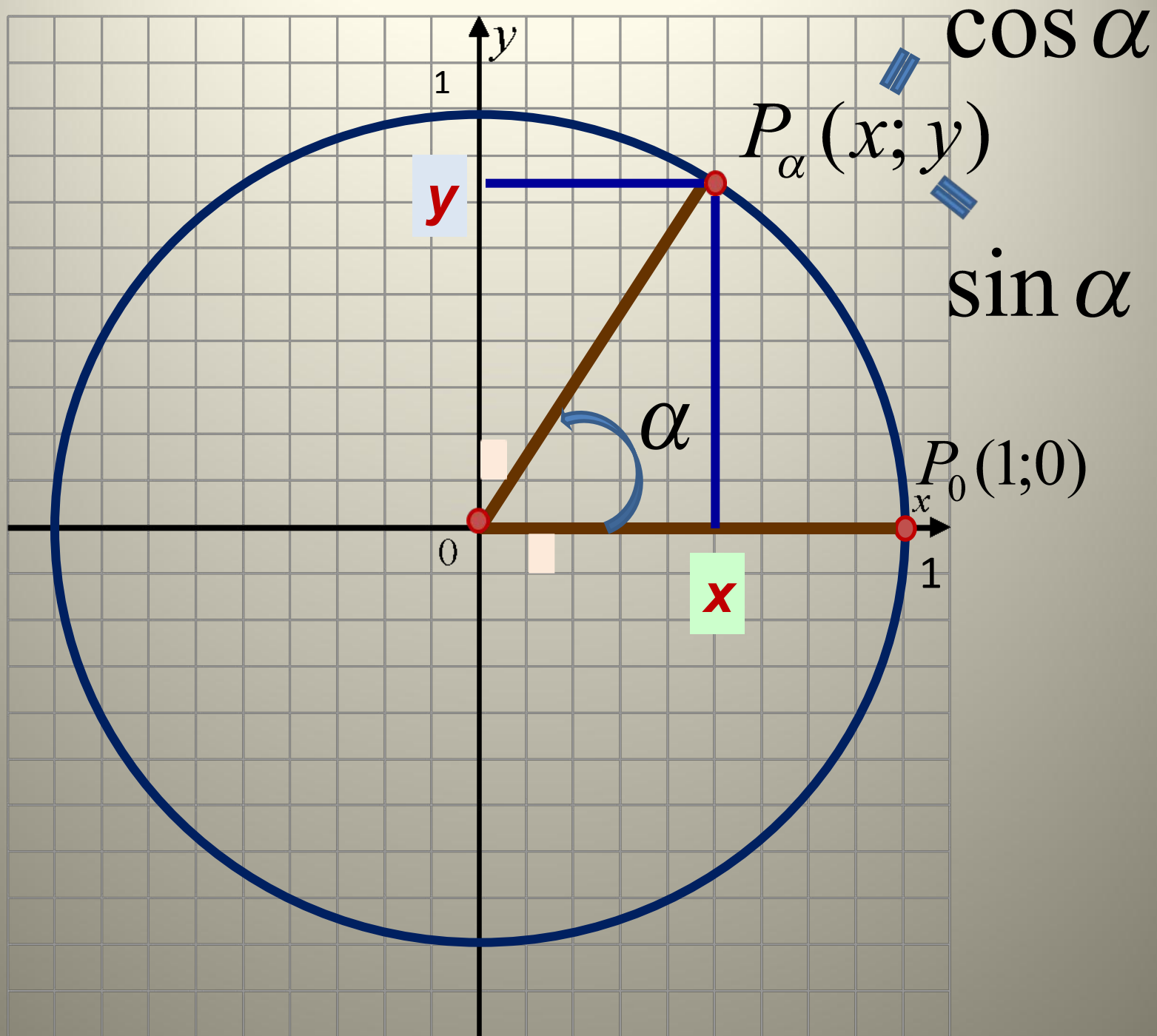
*«Тригонометрические
функции числового
аргумента»*

В *XVIII* веке Леонард Эйлер дал современные, более общие определения, расширив область определения этих функций на всю α — угол — поворота числовую ось.

$$-\infty < \alpha < +\infty$$

$$\alpha \in R$$





Синус угла определяется как

$$\sin \alpha = \frac{P_{\alpha}}{r}$$

ордината точки

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

Косинус — абсцисса точки

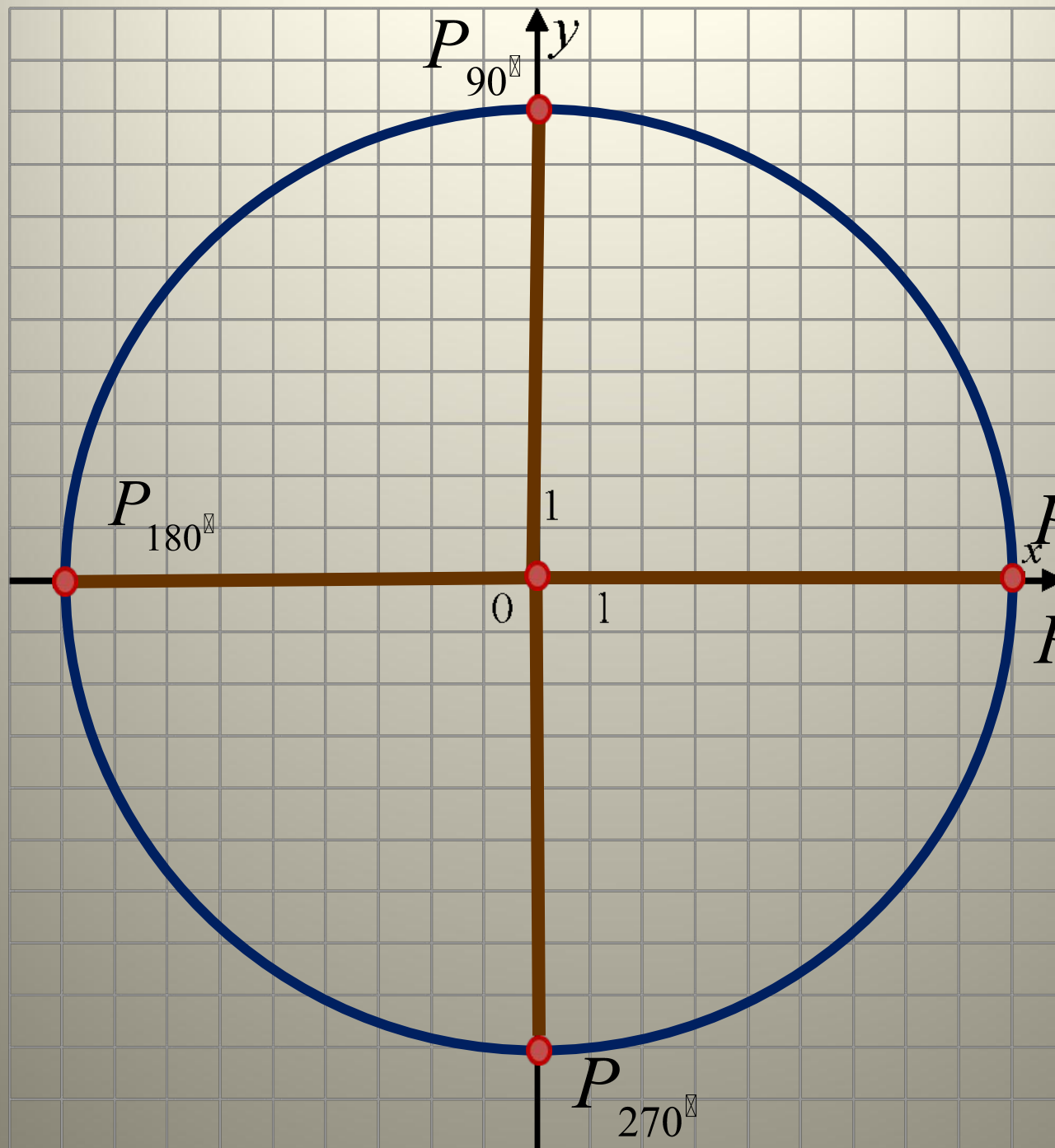
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}$$

Тангенс — отношение ординаты к абсциссе

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y}$$

точка

Котангенс — отношение абсциссы к



$$P_0(1; 0)$$

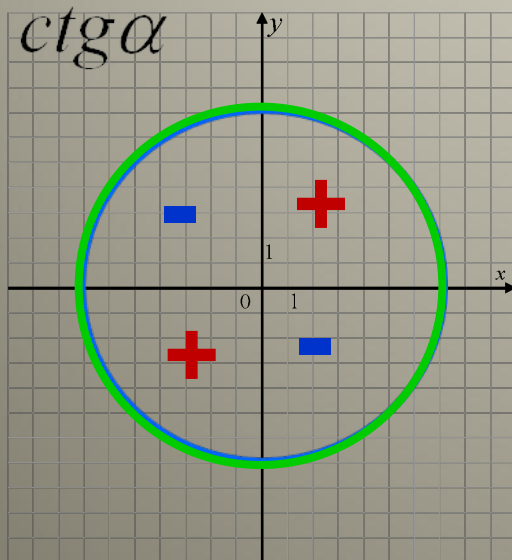
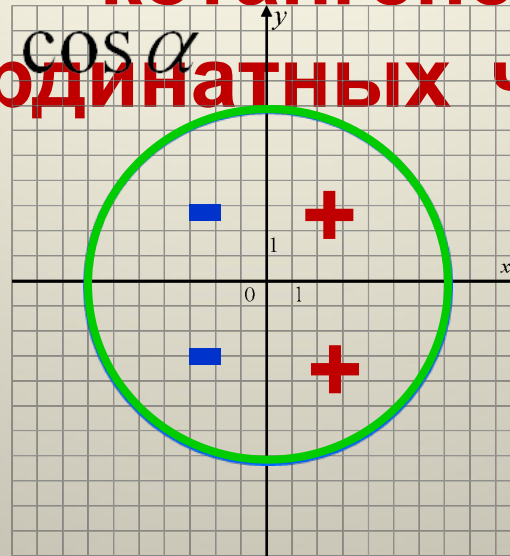
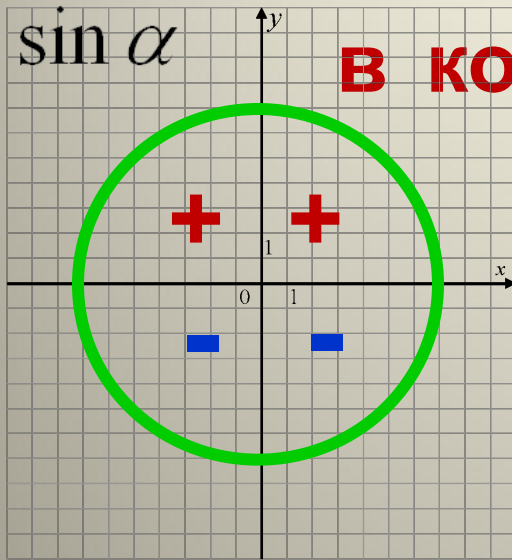
$$P_{90}(0; 1)$$

$$P_{180}(-1; 0)$$

$$P_{270}(0; -1)$$

Знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса

В координатных четвертях



$$\sin 68^\circ > 0$$

$$\sin 153^\circ > 0$$

$$\sin 249^\circ < 0$$

$$\sin 315^\circ < 0$$

$$\cos 76^\circ > 0$$

$$\cos 236^\circ < 0$$

$$\operatorname{tg} 127^\circ < 0$$

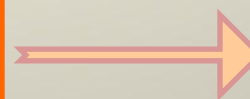
$$\operatorname{ctg} 195^\circ > 0$$

Четность, нечетность синуса, косинуса, тангенса, котангенса

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$$



**Нечетные
функции**

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$



**Четная
функция**

Периодичность тригонометрических функций

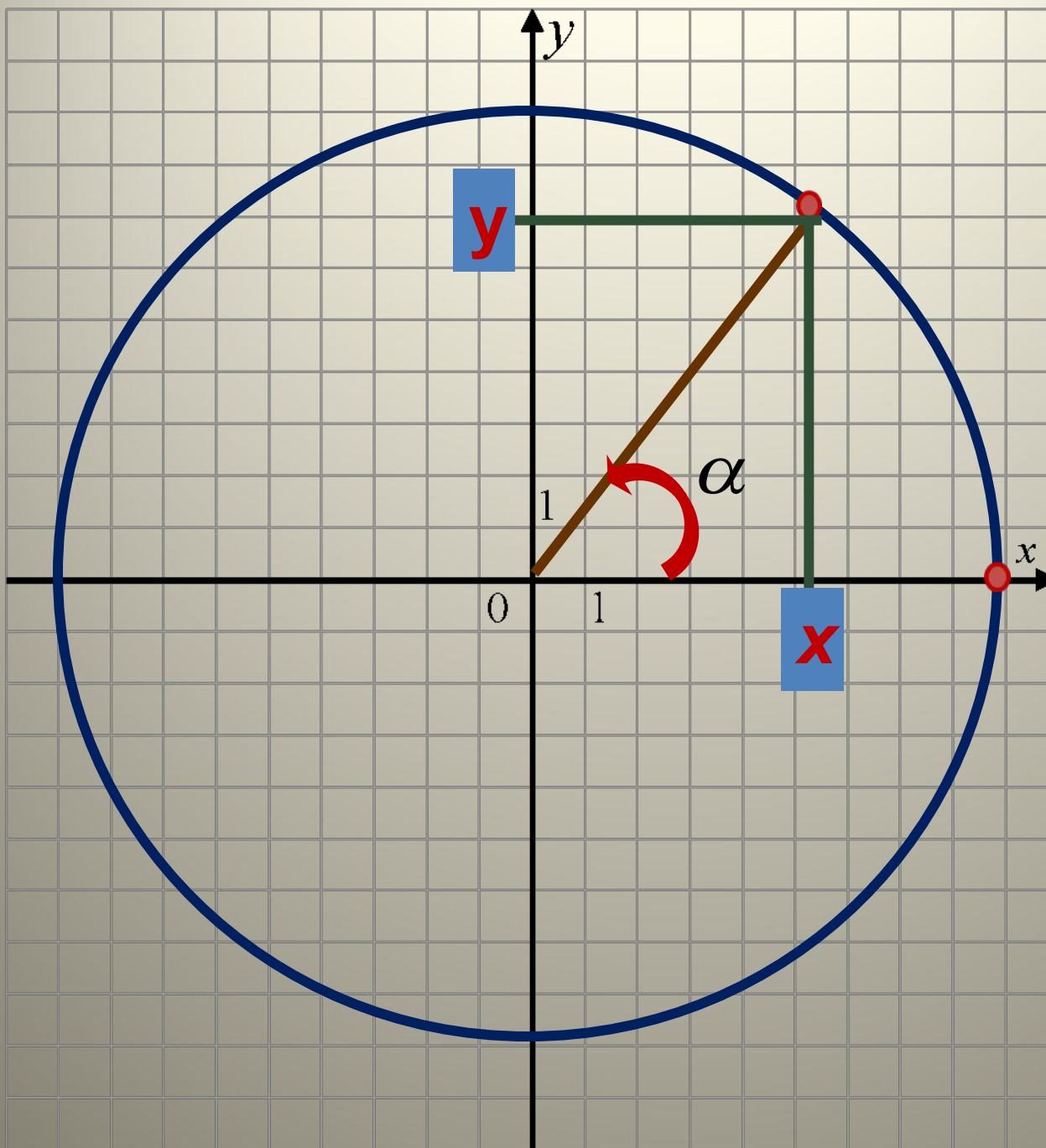
При изменении угла на целое число
оборотов
значения синуса, косинуса, тангенса,

Т – период **котангенса**

Для синуса и косинуса: $T=2\pi$

Для тангенса и котангенса: $T=\pi$

не изменяются

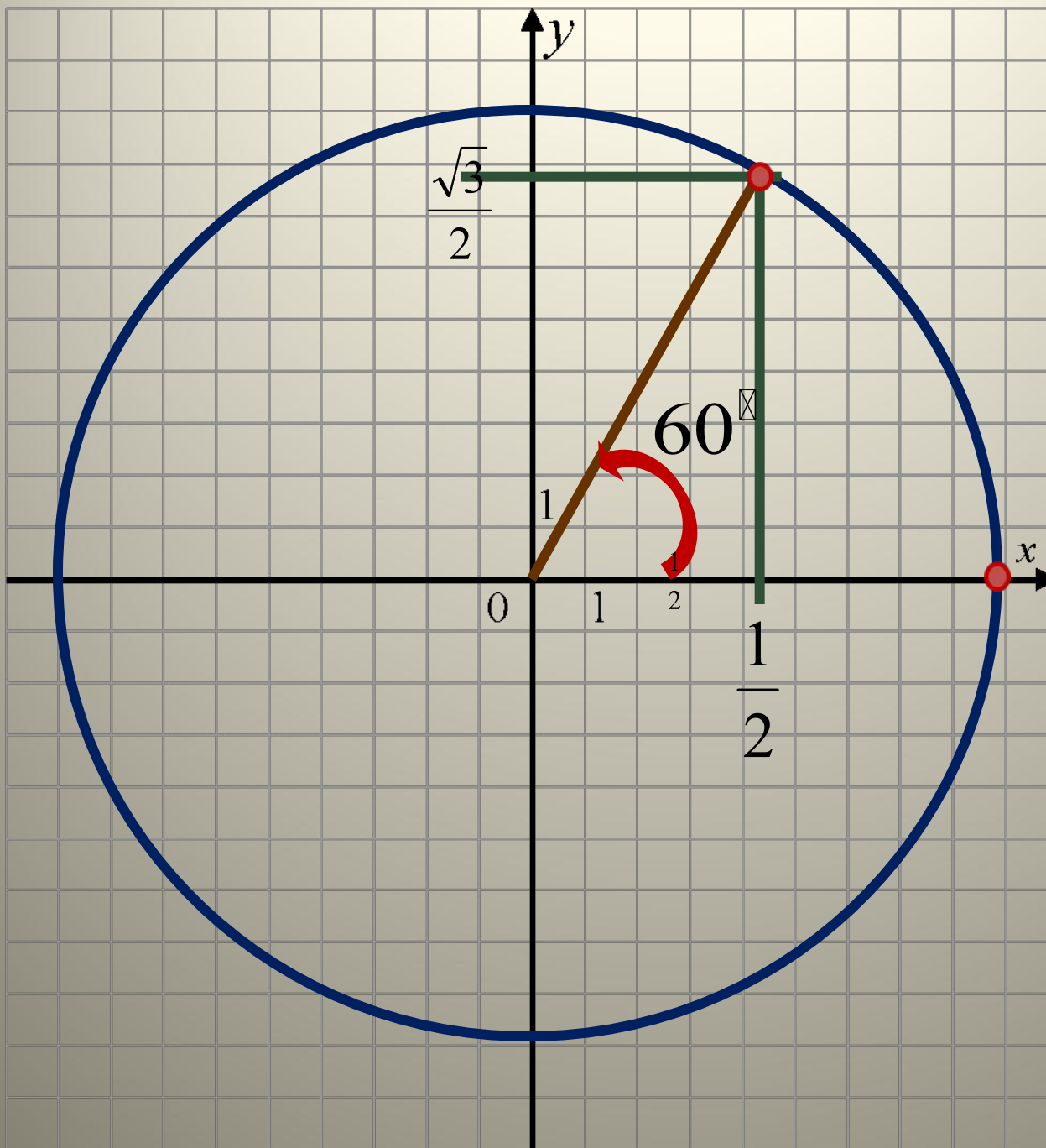


$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \\ &= \sin(\alpha + 360^\circ) = \\ &= \sin(\alpha + 2 \cdot 360^\circ) = \\ &= \sin(\alpha + n \cdot 360^\circ)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \\ &= \cos(\alpha + 360^\circ) = \\ &= \cos(\alpha + 2 \cdot 360^\circ) = \\ &= \cos(\alpha + n \cdot 360^\circ)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}tg \alpha &= \\ &= tg(\alpha + n \cdot 180^\circ)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}ctg \alpha &= \\ &= ctg(\alpha + n \cdot 180^\circ)\end{aligned}$$



$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 480^\circ = ?$$

$$\cos 480^\circ = ?$$

$$\sin 480^\circ =$$

$$= \sin(60^\circ + 2 \cdot 360^\circ) =$$

$$= \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 480^\circ =$$

$$= \cos(60^\circ + 2 \cdot 360^\circ) =$$

$$= \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 765^\circ =$$

$$= \sin(45^\circ + 2 \cdot 360^\circ) =$$

$$= \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 1110^\circ =$$

$$= \cos(30^\circ + 3 \cdot 360^\circ) =$$

$$= \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin(-1470^\circ) = -\sin 1470^\circ = -\sin(30^\circ + 4 \cdot 360^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos(-1140^\circ) = \cos 1140^\circ = \cos(60^\circ + 3 \cdot 360^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin(-810^\circ) = -\sin 810^\circ = -\sin(90^\circ + 2 \cdot 360^\circ) = -\sin 90^\circ = -1$$

$$\cos(-1170^\circ) = \cos 1170^\circ = \cos(90^\circ + 3 \cdot 360^\circ) = \cos 90^\circ = 0$$

$$\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 2,5\pi = \sin(0,5\pi + 2\pi) = \sin 0,5\pi = \sin \frac{\pi}{2} = 1$$

$$\cos\left(-\frac{9\pi}{4}\right) = \cos\left(2\frac{1}{4}\pi\right) = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{13\pi}{6} = \operatorname{tg}\left(2\frac{1}{6}\pi\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi\right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\operatorname{ctg}\left(-\frac{7\pi}{3}\right) = -\operatorname{ctg}\left(2\frac{1}{3}\pi\right) = -\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi\right) = -\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$$