

ЛЕКЦИЯ 2

Основы расчета по
пределльным состояниям.

Расчет элементов
конструкций цельного
сечения.

- Различают две группы предельных состояний:
- 1 – по несущей способности (прочности, устойчивости).
 - 2 – по деформациям (прогибам, перемещениям).

Первая группа предельных состояний характеризуется потерей несущей способности и полной непригодностью к дальнейшей эксплуатации.

В ДК могут возникать следующие предельные состояния первой группы: разрушение, потеря устойчивости, опрокидывание, недопустимая ползучесть.

Эти предельные состояния не наступают, если выполняются условия:

$$\sigma \leq R, \tau \leq R_{ск} \text{ (или } R_{ср}),$$

т.е. когда нормальные напряжения (σ) и касательные напряжения (τ) не превышают некоторой предельной величины R ,

Вторая группа предельных состояний характеризуется такими признаками, при которых эксплуатация конструкций или сооружений хотя и затруднена, однако, полностью не исключается, т.е. конструкция становится непригодной только к нормальной эксплуатации.

Пригодность конструкции к нормальной эксплуатации обычно определяется по прогибам

$$f \leq [f], \text{ или } f/l \leq [f/l].$$

Это означает, что изгибаемые элементы или конструкции пригодны к нормальной эксплуатации, когда наибольшая величина отношения прогиба к пролету меньше предельно допустимого относительного прогиба $[f/l]$ (по СНиП II-25-80).

Основной характеристикой материалов, по которой оценивается их способность сопротивляться силовым воздействиям, является

нормативное сопротивление R^H .

- Нормативное сопротивление R^H является минимальным вероятностным пределом прочности чистой древесины, получаемым при статической обработке результатов испытаний стандартных образцов малого размера на кратковременную нагрузку.
- Расчетное сопротивление R – это максимальное напряжение, которое может выдержать материал в конструкции не разрушаясь при учете всех неблагоприятных факторов в условиях эксплуатации, снижающих его прочность.

$$R = R^n \cdot m_n \cdot m_b \cdot m_{кл} \cdot m_{дгн} \cdot m \cdot m_{б} \cdot m \cdot m \cdot m_0 \cdot m$$

- m_n - переходной коэффициент на породу древесины (табл. 4)
- m_b - коэффициент, учитывающий условия эксплуатации и температурно-влажностный режим (табл. 1, 5)
- m_t - коэффициент, учитывающий температуру эксплуатации конструкций (п.3.2 б)
- m_d - коэффициент, учитывающий величину постоянных и временных длительных нагрузок (п.3.2 в)
- m_n - коэффициент, учитывающий величину кратковременных нагрузок (табл. 6)
- m_b - коэффициент, учитывающий высоту сечения клееных элементов прямоугольного сечения (табл. 7)
- $m_{сл}$ - коэффициент, учитывающий толщину склеиваемых досок клееных элементов прямоугольного сечения (табл. 8)
- $m_{дгн}$ - коэффициент, учитывающий гнутье клееных элементов (табл. 9)
- m_0 - коэффициент, учитывающий ослабления в расчетном сечении ($m=0,8$)
- m_a - коэффициент, учитывающий пропитку антипиренами ($m=0,9$)

Расчет элементов конструкции цельного

сечения

Элементами деревянных конструкций называют доски, бруски, брусья и бревна цельного сечения с размерами, указанными в сортаментах пиленных и круглых материалов. Они могут являться самостоятельными конструкциями, например, балками или стойками, а также стержнями более сложных конструкций.

Усилия в элементах определяют общими методами строительной механики. Проверка **прочности и прогибов** элемента заключается в определении напряжений в сечениях, которые не должны превышать расчетных сопротивлений древесины, а также его прогибов, которые не должны превосходить предельных, установленных нормами проектирования.

Деревянные элементы рассчитывают в соответствии со СНиП II-25-80.

Растянутые элементы

На растяжение работают нижние пояса и отдельные раскосы ферм, затяжки арок и др. сквозных конструкций.

Растяжения древесины без пороков, зависимость деформаций от напряжений близка к линейной, а прочность достигает 100 МПа.

Однако прочность реальной древесины при растяжении: для неклееной древесины I сорта $R_p = 10$ МПа, для клееной древесины влияние пороков уменьшается, поэтому $R_p = 12$ МПа.

Проверочный расчет растянутых элементов производится по формуле:

$$\sigma = \frac{N}{F_{нт}} \leq R_p$$

F - площадь рассматриваемого поперечного сечения, причем ослабления, расположенные на участке длиной 20 см. считаются совмещенными в одном сечении.

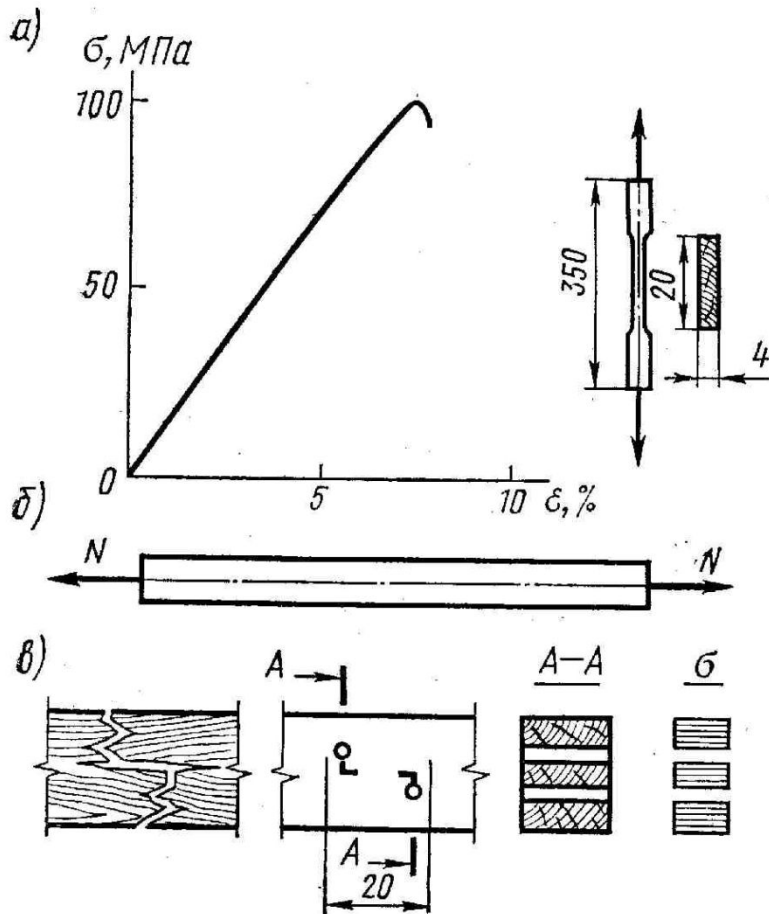


Рис. 1. Растянутый элемент:

*а - график деформаций и стандартный образец;
 б - расчетная схема; в - характер разрушения,
 ослабления и расчетная эпюра напряжений*

Сжатые элементы

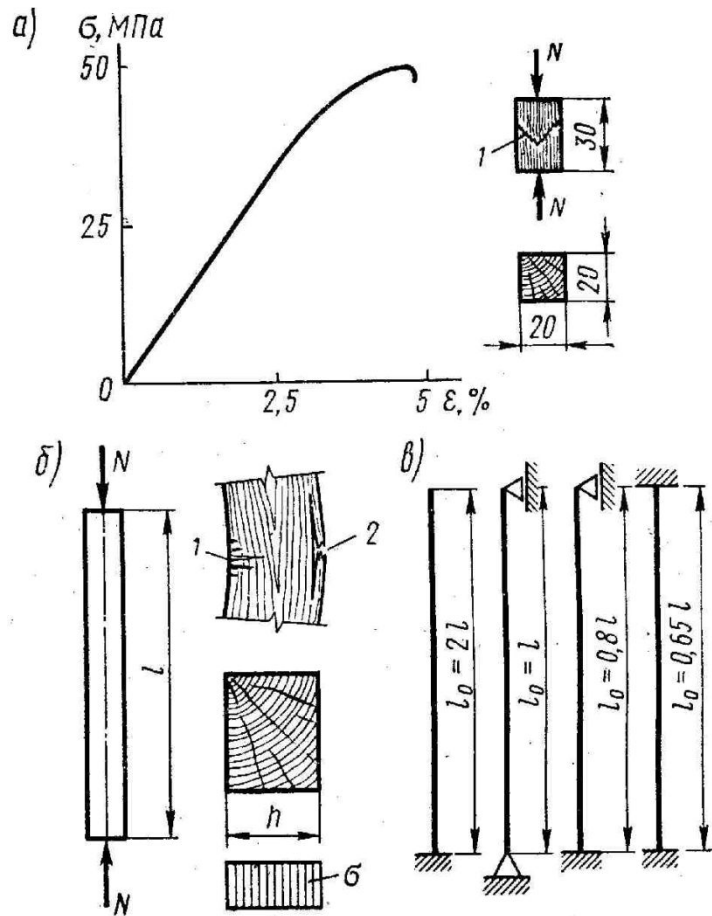


Рис. 2. Сжатый элемент:

а - график деформаций и стандартный образец;
б - расчетная схема, характер разрушения и этора напряжений;
в - типы закрепления концов и расчетные длины; 1 - складки; 2 - разрыв

На сжатие работают стойки, подкосы, верхние пояса и отдельные стержни ферм. Разрушение образцов без пороков происходит при напряжениях, достигающих 44 МПа, пластично, в результате потери устойчивости ряда волокон, о чем свидетельствует характерная складка. Примерно до половины предела прочности рост деформаций происходит по закону близкому к линейному, и древесина работает почти упруго. При росте нагрузки увеличение деформаций все более опережает рост напряжений, указывая на упруго-пластический характер работы древесины.

Пороки меньше снижают прочность древесины, чем при растяжении, поэтому расчетное сопротивление реальной древесины при сжатии выше и составляет для древесины 1

сорта $R_c = 14-16$ МПа

$$\sigma_c = \frac{N}{F_{нт}} \leq R_c$$

Расчет на прочность сжатых элементов производится по формуле:

Сжатые стержни, имеющие большую длину и не закрепленные в поперечном направлении должны быть, помимо расчета на прочность, рассчитаны на продольный изгиб.

$$\sigma = \frac{N}{\varphi \cdot F_{нт}} \leq R_c$$

Проверку сжатого элемента с учетом его устойчивости производят по формуле:
 φ – коэффициент продольного изгиба.

Коэффициент продольного изгиба φ всегда меньше 1, учитывает влияние устойчивости на снижение несущей способности сжатого элемента в зависимости от его расчетной максимальной гибкости λ .

$$\lambda = \frac{l_0}{r}; r = \sqrt{\frac{I}{F}}$$

Гибкость элемента равна отношению расчетной длины l_0 к радиусу инерции сечения элемента:

Расчетную длину элемента l_0 следует определять умножением его свободной длины l на коэффициент μ_0 : $l_0 = l \mu_0$ где коэф/ μ_0 принимается в зависимости от типа закрепления концов элемента:

- при шарнирно закрепленных концах $\mu_0 = 1$;
- при одном шарнирно закрепленном, а другом защемленном $\mu_0 = 0,8$;
- при одном защемленном, а другом свободном нагруженном конце $\mu_0 = 2,2$;
- при обоих защемленных концах $\mu_0 = 0,65$.

Гибкость сжатых элементов ограничивается с тем, чтобы они не получились недопустимо гибкими и недостаточно надежными. Отдельные элементы конструкций (отдельные стойки, пояса, опорные раскосы ферм и т.п.) должны иметь гибкость не более 120. Прочие сжатые элементы основных конструкций – не более 150, элементы связей – 200.

Изгибаемые элементы

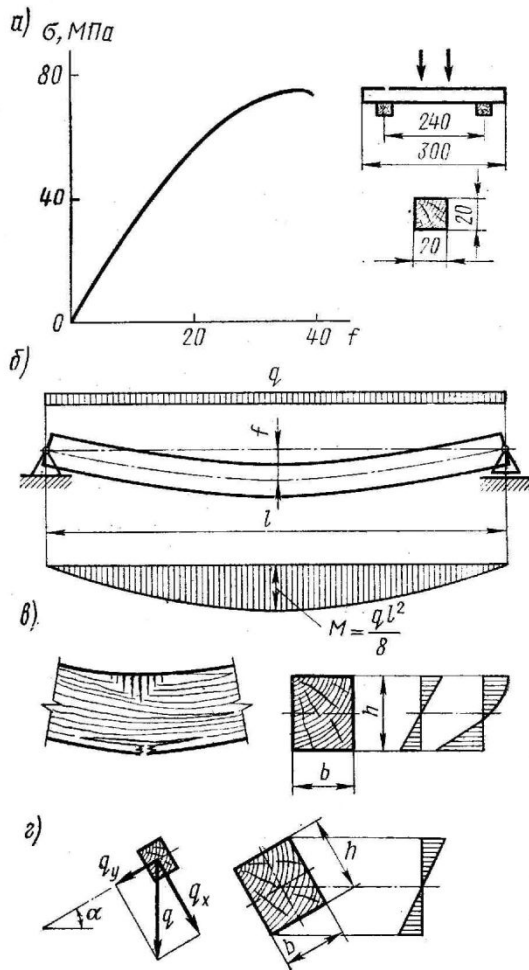


Рис. 3. Изгибаемый элемент:

а - график деформаций и стандартный образец;
б - расчетная схема; в - характер разрушения и эпюры напряжений; г - схема сечений работы при косом изгибе

В изгибаемых элементах от нагрузок возникают изгибающие моменты M и поперечные силы Q . От изгибающего момента в сечениях элемента возникают деформации и напряжения изгиба σ , которые состоят из сжатия в одной части сечения и растяжения в другой, в результате элемент изгибается.

Диаграмма как и для сжатия, примерно до половины, имеет линейное очертание, затем изгибается, показывая ускоренный рост прогибов.

$R=80$ МПа – предел прочности чистой древесины на изгиб при кратковременных испытаниях. Разрушение образца начинается с появления складок в крайних сжатых волокнах и завершается разрывом крайних растянутых. Расчетное сопротивление изгибу по СНиП II-25-80 рекомендуется принимать таким же, как и при сжатии, т.е. для 1 сорта $R_u=14$ МПа – для элементов прямоугольного сечения высотой до 50 см. Брусья с размерами сечения 11 – 13 см. при высоте сечения 11 – 50 см. имеют меньше перерезанных волокон при распиловке, чем доски, поэтому их прочность повышается до $R_u=15$ МПа. Бревна шириной свыше 13 см. при высоте сечения 13 – 50 см. совсем не имеют

Расчет изгибаемых элементов на прочность

$$\sigma = \frac{M}{W} \leq R_u$$

M – максимальный изг. момент,
 $W_{расч}$ – расч. момент сопротивления поперечного сечения.

Для прямоугольного сечения:

$$W = \frac{b \cdot h^2}{6}; I = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

Подбор сечения изгибаемых эл-в:

1. Определяется изг. момент M ;

2. определяется требуемый момент сопротивления

3. затем, задавая один из размеров сечения (b или h), находят другой размер.

$$W_{тр} = \frac{M}{R_u}$$

Проверка на скалывание при изгибе

Выполняется по формуле Журавского:

$$\tau = \frac{Q \cdot S_{бр}}{I_{бр} \cdot b_{расч}} \leq R_{ск}$$

Q – расчетная поперечная сила;

$I_{бр}$ – момент инерции брутто рассматриваемого сечения;

$S_{бр}$ – статический момент брутто сдвигаемой части сечения относительно нейтральной оси;

b – ширина сечения;

$R_{ск}$ – расчетное сопротивление скалыванию при изгибе

(для древесины I сорта $R_{ск} = 1,8$ МПа для неклееных элементов, $R_{ск} = 1,6$ МПа – для клееных элементов вдоль волокон).

В балках прямоугольного сечения при $l/h \geq 5$ скалывания не происходит, однако оно может быть в элементах других форм сечения, например, в двутавровых балках с тонкой стенкой.

Расчет на устойчивость поской формы деформирования элементов
прямоугольного постоянного сечения

Производят по формуле:

$$\sigma = \frac{M}{\varphi_M W_{br}} \leq R_u$$

M – максимальный изгибающий момент на рассматриваемом участке l_p

W_{br} – максимальный момент сопротивления брутто на рассматриваемом участке l_p

φ_M – коэффициент устойчивости.

Коэффициент φ_M для изгибаемых элементов прямоугольного постоянного поперечного сечения шарнирно-закрепленных от смещения из плоскости изгиба, следует определять по формуле:

$$\varphi_M = 140 \frac{b^2}{l_p h}$$

l_p – расстояние между опорными сечениями элемента (расстояние между точками закрепления сжатого пояса),

b – ширина поперечного сечения,

h – максимальная высота поперечного сечения на участке l_p ,

k_ϕ – коэффициент, зависящий от формы эпюры на участке l_p (определяется по таблице СНиП II-25-80).

Проверка изгибаемых элементов по прогибам

Определяется относительный прогиб, значение которого не должно превышать предельного значения, регламентированного СНиПом:

$$\frac{f}{l} \leq \left[\frac{f}{l} \right]$$

Наибольший прогиб f шарнирно-опертых и консольных изгибаемых элементов постоянного и переменного сечения следует определять по формуле:

$$f = \frac{f_0}{k} \left[1 + c \left(\frac{h}{l} \right)^2 \right]$$

f_0 – прогиб балки постоянного сечения без учета деформаций сдвига;

h – наибольшая высота сечения;

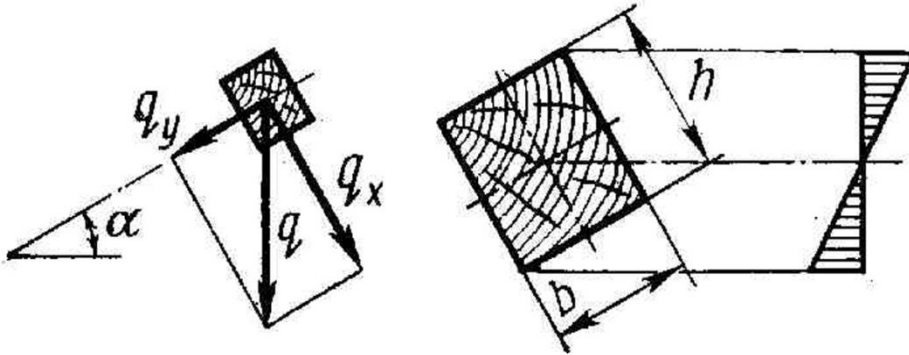
k – коэффициент, учитывающий переменность высоты сечения, для балки постоянного сечения $k=1$;

c – коэффициент, учитывающий деформации сдвига от поперечной силы.

Значения коэффициентов k и c приведены в СНиП.

Косой изгиб

Возникает в элементах, оси сечений которых расположены наклонно к направлению нагрузок, как например, в брусчатых прогонах скатных покрытий.



$$\begin{aligned}q_x &= q \sin \alpha; \\q_y &= q \cos \alpha; \\M_x &= M \sin \alpha; \\M_y &= M \cos \alpha.\end{aligned}$$

Рис. 4 Косой изгиб

Вертикальная нагрузка q и изгибающие моменты M при косом изгибе под углом α раскладываются на нормальную (q_y) и скатную (q_x) составляющие.

Проверку прочности при косом изгибе производят по формуле:

Подбор сечений косоизгибаемых элементов производят методом попыток.

Расчет по прогибам производят с учетом геометрической суммы прогибов относительно каждой из осей сечения:

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq R_u$$

$$\frac{f}{l} = \frac{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{l} \leq \left[\frac{f}{l} \right]$$

Растянуто-изгибаемые элементы

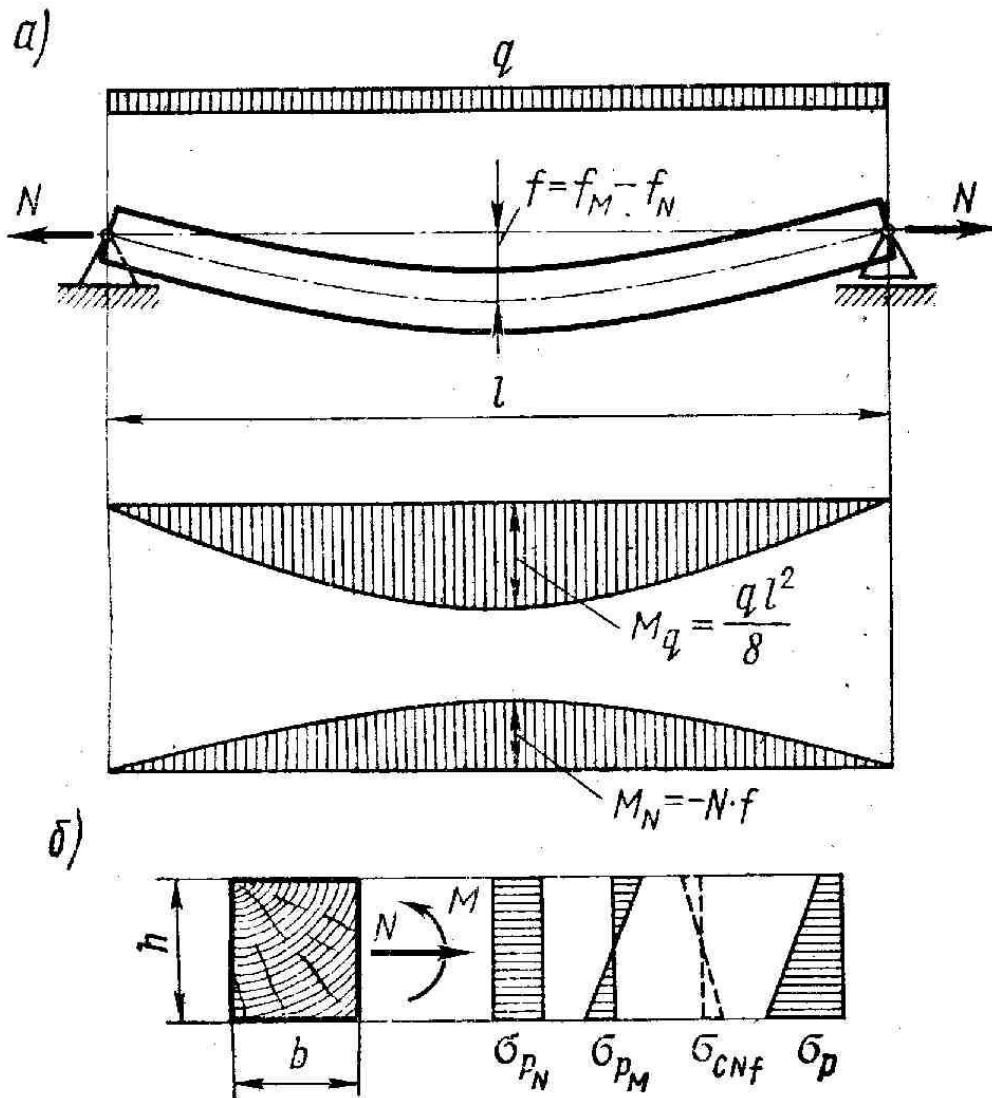


Рис. 5. Растянуто-изгибаемый элемент:
 а - расчетная схема и эпюры изгибающих моментов; б - эпюры напряжений

Работают одновременно на растяжение и изгиб. Так работают, например, растянутый нижний пояс фермы с межузловой нагрузкой; стержни, в которых растягивающие усилия действуют с эксцентриситетом относительно оси (такие элементы называют внецентренно-растянутыми). В сечениях растянуто-изгибаемого элемента от продольной растягивающей силы N возникают равномерные растягивающие напряжения, а от изгибающего момента M – напряжения изгиба. Эти напряжения суммируются, благодаря чему растягивающие напряжения увеличиваются, а сжимающие

Расчет растянуто-изгибаемых элементов производится по прочности с учетом

$$\sigma = \frac{N}{F_{\text{расч}}} + \frac{MR_p}{W_{\text{расч}} R_u} \leq R_p$$

всех ослаблений:

Отношение R_p/R_u позволяет привести напряжения растяжения и изгиба к единому значению для сравнения их с расчетным сопротивлением растяжению.

Сжато-изгибаемые элементы

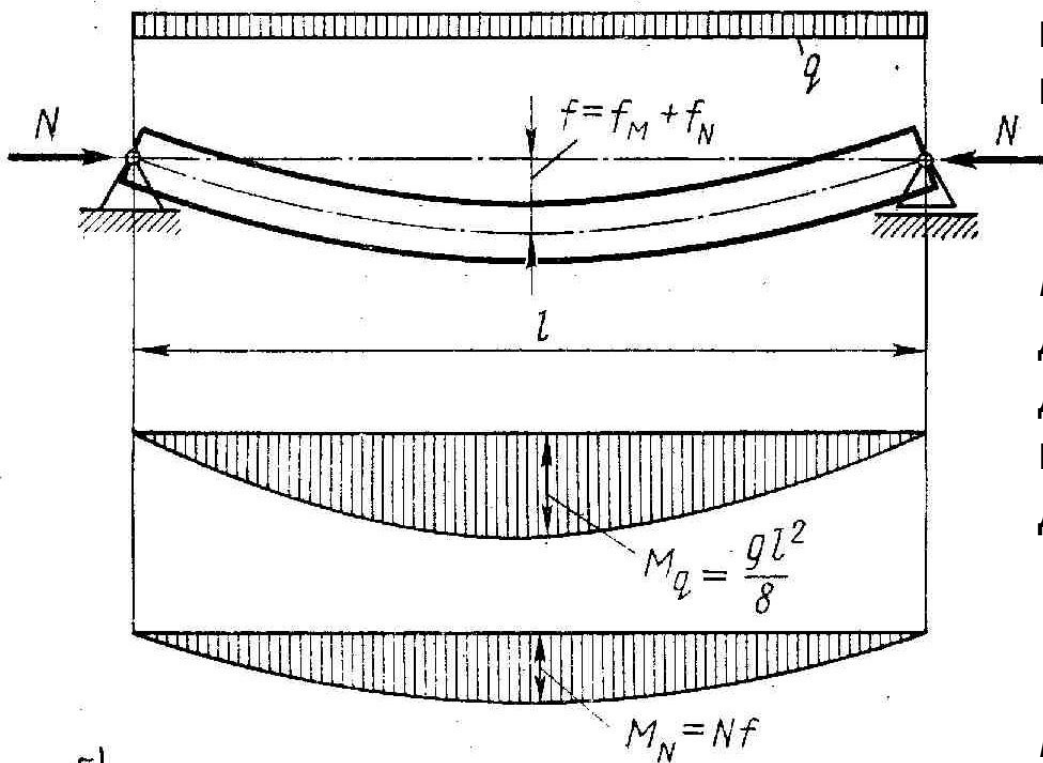
Работают одновременно на сжатие и изгиб. Так работают, например, верхние сжатые пояса ферм, нагруженные дополнительно межузловой поперечной нагрузкой, а также при эксцентричном приложении сжимающей силы (внецентренно-сжатые элементы).

В сечениях сжато-изгибаемого элемента возникают равномерные напряжения сжатия от продольных сил N и напряжения сжатия и растяжения от изгибающего момента M , которые суммируются.

Искривление сжато-изгибаемого элемента поперечной нагрузкой приводит к появлению дополнительного изгибающего момента с максимальным значением:

$$M_N = N \cdot f, \text{ где } f \text{ – прогиб элемента.}$$

а)



б)

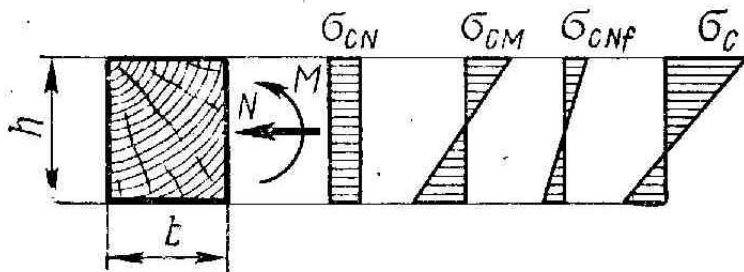


Рис. 6. Сжато-изгибаемый элемент:
 а - расчетная схема и эпюры изгибающих моментов; б - эпюры напряжений

Расчет на прочность сжато-изгибаемых элементов выполняют по формуле:

$$\frac{N}{F_{\text{расч}}} + \frac{M_{\text{д}}}{W_{\text{расч}}} \leq R_c$$

$M_{\text{д}}$ – изгибающий момент по деформированной схеме от действия поперечных и продольных нагрузок.

Для шарнирно-опертых элементов :

$$M_{\text{д}} = \frac{M}{\xi}$$

M – изгибающий момент в расчетном сечении без учета дополнительного момента от продольной силы;
 ξ – коэффициент, изменяющийся от 1 до 0, учитывающий дополнительный момент от продольной силы вследствие прогиба элемента, определяемый по формуле:

$$\xi = 1 - \frac{N}{\varphi R_c F_{\text{бр}}}$$

А знаете ли Вы, что ...?

- Автомобиль, проехавший несколько тысяч километров, дает работу дереву по поглощению углерода от двигателя авто на целый год. Дерево перерабатывает более тонны углекислого газа за всю свою короткую жизнь. Почему короткую? По статистике, в среднем дерево живет в городе не более 8 лет!

- В лесу деревья растут более активно. Так 1 гектар леса может выдать более 6 тонн дерева в год.

- Деревья, как минимум на 20 % помогают уменьшить парниковый эффект. Только при таких бурных темпах вырубки леса, скоро будем жить в пустыне.

- Наша русская красавица береза ежегодно старается подарить земле-матушке около миллиона семян. Ну, конечно, и не забывает о дворниках, чтобы без работы не остались.

- Секвойя - доказано, самое высокое дерево в мире. Произрастает она в Америке, штат Калифорния. Высота этой красавицы составляет 115 метров, а диаметр - 8 метров. Вот бы залезть на такое!