

МБОУ Платоновская СОШ

*Журнал*

*За страницами учебника математики*

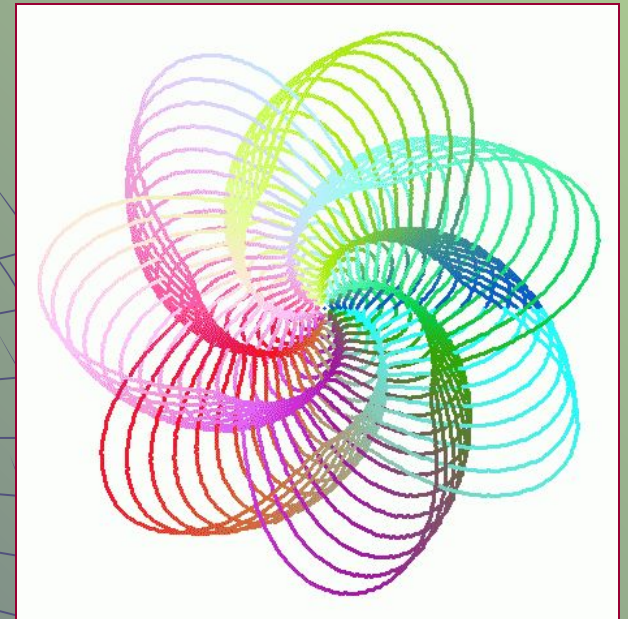
# Движения

Выполнили:  
Чибизов Максим,  
Черникова Оксана,  
Трофимов Илья

Движением называется отображение плоскости на себя при котором сохраняются все расстояния между точками.

Виды движения :

1. Параллельный перенос
2. Поворот
3. Центральная симметрия
4. Осевая симметрия



# Параллельный перенос

Параллельным переносом называется такое движение, при котором все точки плоскости перемещаются в одном и том же направлении на одинаковое расстояние.

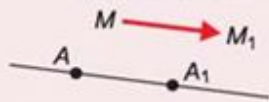
Подробнее: параллельный перенос произвольным точкам плоскости  $X$  и  $Y$  ставит в соответствие такие точки  $X'$  и  $Y'$ , что  $XX' = YY'$

Параллельный перенос - это отображение, при котором все точки плоскости перемещаются на один и тот же вектор - вектор переноса. Параллельный перенос задается вектором переноса: зная этот вектор всегда можно сказать, в какую точку перейдет любая точка плоскости.

Параллельный перенос является движением, сохраняющим направления.

## ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС

Параллельный перенос, заданный вектором  $\overline{MM_1}$



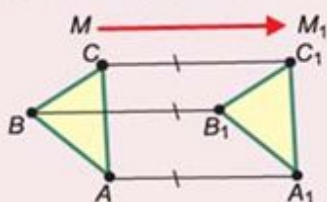
$$A \rightarrow A_1 \Leftrightarrow \overline{AA_1} = \overline{MM_1}$$

(лучи  $AA_1$  и  $MM_1$  сонаправлены,  $AA_1 = MM_1$ )

$$A(x; y) \rightarrow A_1(x_1; y_1)$$



$$x_1 = x + a, \quad y_1 = y + b, \quad \text{где } \overline{MM_1}(a; b)$$



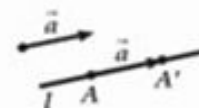
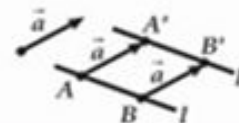
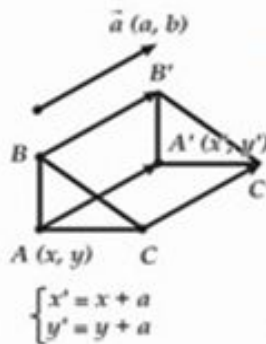
$$A \rightarrow A_1, \quad B \rightarrow B_1, \quad C \rightarrow C_1$$



$$\triangle ABC \rightarrow \triangle A_1B_1C_1$$

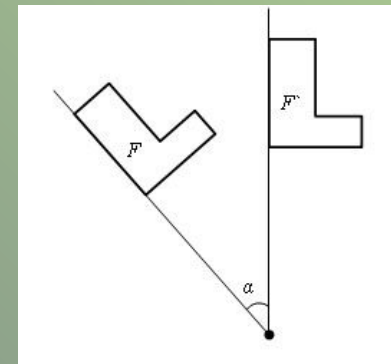
## Свойство параллельного переноса:

- 1) Параллельный перенос – движение
- 2) При параллельном переносе прямая переходит либо в параллельную прямую, либо в себя.



# Поворот плоскости относительно центра на данный угол

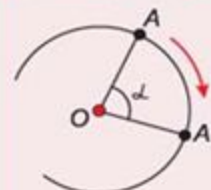
Поворотом на плоскости около данной точки называется такое движение, при котором каждый луч, исходящий из этой точки, поворачивается на один и тот же угол в одном и том же направлении. Угол на который поворачивается фигура, относительно точки, называется углом поворота.



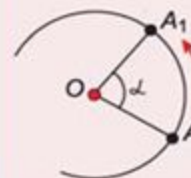
## ПОВОРОТ

Поворот около точки  $O$  на угол  $\alpha$

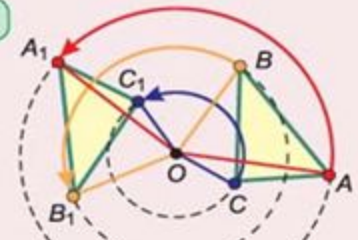
$$A \rightarrow A_1 \Leftrightarrow OA_1 = OA, \angle A_1OA = \alpha$$



по часовой стрелке



против часовой стрелки



$$A \rightarrow A_1, B \rightarrow B_1, C \rightarrow C_1$$

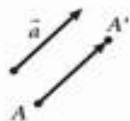


$$\triangle ABC \rightarrow \triangle A_1B_1C_1$$

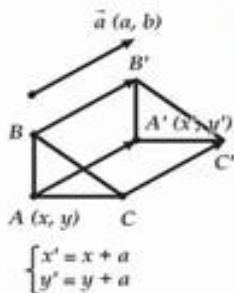
# Параллельный перенос и поворот

13. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС И ПОВОРОТ

## ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС И ПОВОРОТ

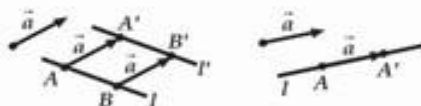


Параллельный перенос на вектор  $\vec{a}$  – это такое отображение плоскости на себя, при котором каждая точка плоскости  $A$  отображается в такую точку  $A'$ , что  $\vec{AA'} = \vec{a}$ .



Свойство параллельного переноса:

- 1) Параллельный перенос – движение
- 2) При параллельном переносе прямая переходит либо в параллельную прямую, либо в себя.

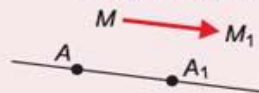


Поворот плоскости вокруг точки  $O$  на угол  $\alpha$  – это такое отображение плоскости на себя, при котором каждая точка плоскости  $A$  отображается в такую  $A'$ , что  $OA = OA'$  и  $\angle AOA' = \alpha$ .  
Поворот плоскости – это движение.

## 3 ПЛАНИМЕТРИЯ. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФИГУР. КООРДИНАТЫ. ВЕКТОРЫ ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС И ПОВОРОТ

### ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС

Параллельный перенос, заданный вектором  $\vec{MM_1}$

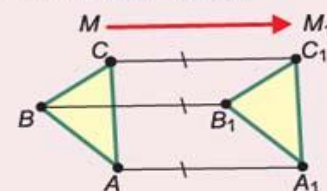


$$A \rightarrow A_1 \Leftrightarrow \vec{AA_1} = \vec{MM_1}$$

(лучи  $AA_1$  и  $MM_1$  сонаправлены,  $AA_1 = MM_1$ )

$$A(x; y) \rightarrow A_1(x_1; y_1)$$

$$x_1 = x + a, y_1 = y + b, \text{ где } \vec{MM_1}(a; b)$$



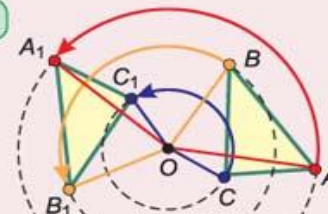
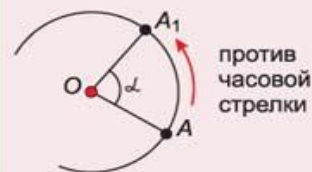
$$A \rightarrow A_1, B \rightarrow B_1, C \rightarrow C_1$$

$$\triangle ABC \rightarrow \triangle A_1B_1C_1$$

### ПОВОРОТ

Поворот около точки  $O$  на угол  $\alpha$

$$A \rightarrow A_1 \Leftrightarrow OA_1 = OA, \angle A_1OA = \alpha$$

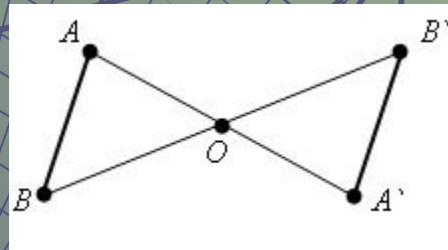


$$A \rightarrow A_1, B \rightarrow B_1, C \rightarrow C_1$$

$$\triangle ABC \rightarrow \triangle A_1B_1C_1$$

# Центральная симметрия

Преобразование симметрии относительно точки является движением

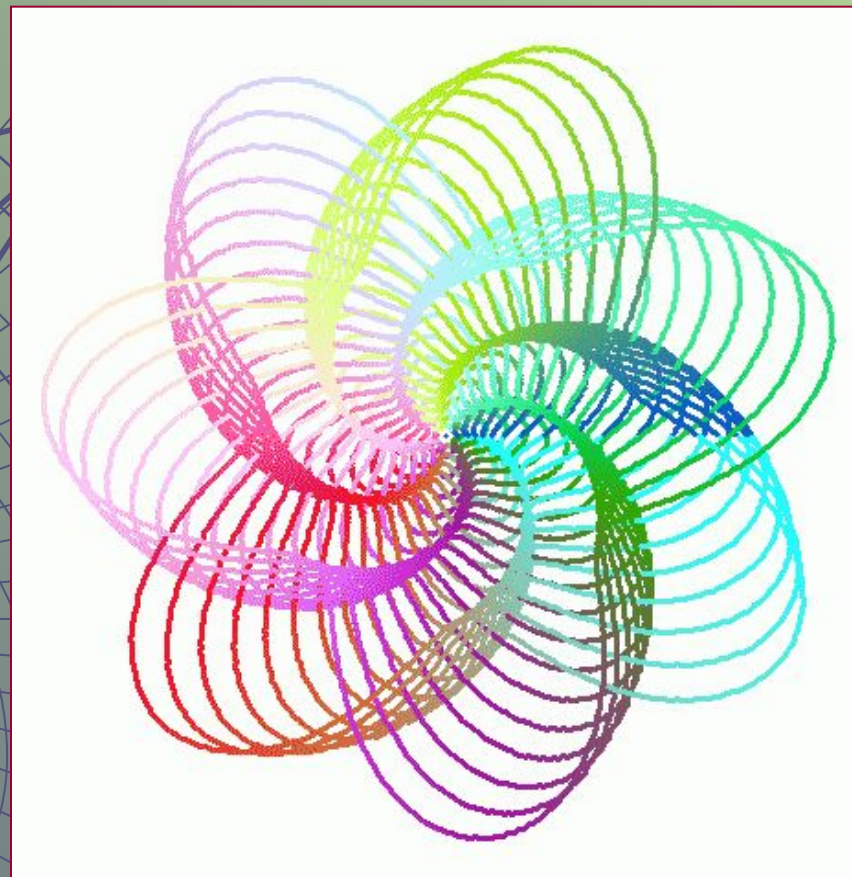


Пусть  $A$  и  $B$  две произвольные точки фигуры  $F$ . Преобразование симметрии относительно точки  $O$  переводит их в точки  $A'$  и  $B'$ . Треугольники  $AOB$  и  $A'OB'$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $\angle AOB = \angle A'OB'$ , как вертикальные,  $AO = OA'$ ,  $BO = OB'$  - по построению). Следовательно,  $AB = A'B'$ , а это значит симметрия относительно точки  $O$  есть движение.

# Осевая симметрия

Симметрией плоскости относительно прямой называется такое отображение, при котором каждой точке этой плоскости ставится в соответствие точка, симметричная ей относительно прямой.

Возьмем любые две точки  $A(x_1, y_1)$  и  $B(x_2, y_2)$  и рассмотрим симметричные им относительно оси  $Ox$  точки  $A'(x_1, -y_1)$  и  $B'(x_2, -y_2)$ . Вычисляя расстояния  $A'B'$  и  $AB$ , получим равенство расстояний, значит, осевая симметрия сохраняет расстояние, следовательно, она является движением.



# Содержание

- ◆ Осева́я симметрия
- ◆ По́ворот плоскости относительно центра  $O$  на данный угол
- ◆ Центра́льная симметрия
- ◆ Параллельный перенос
- ◆ Параллельный перенос и поворот (рисунки)