

Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московской области «Академия социального управления»



Видеолекция

Возможности программ динамической геометрии в проведении учебного исследования и проекта по математике

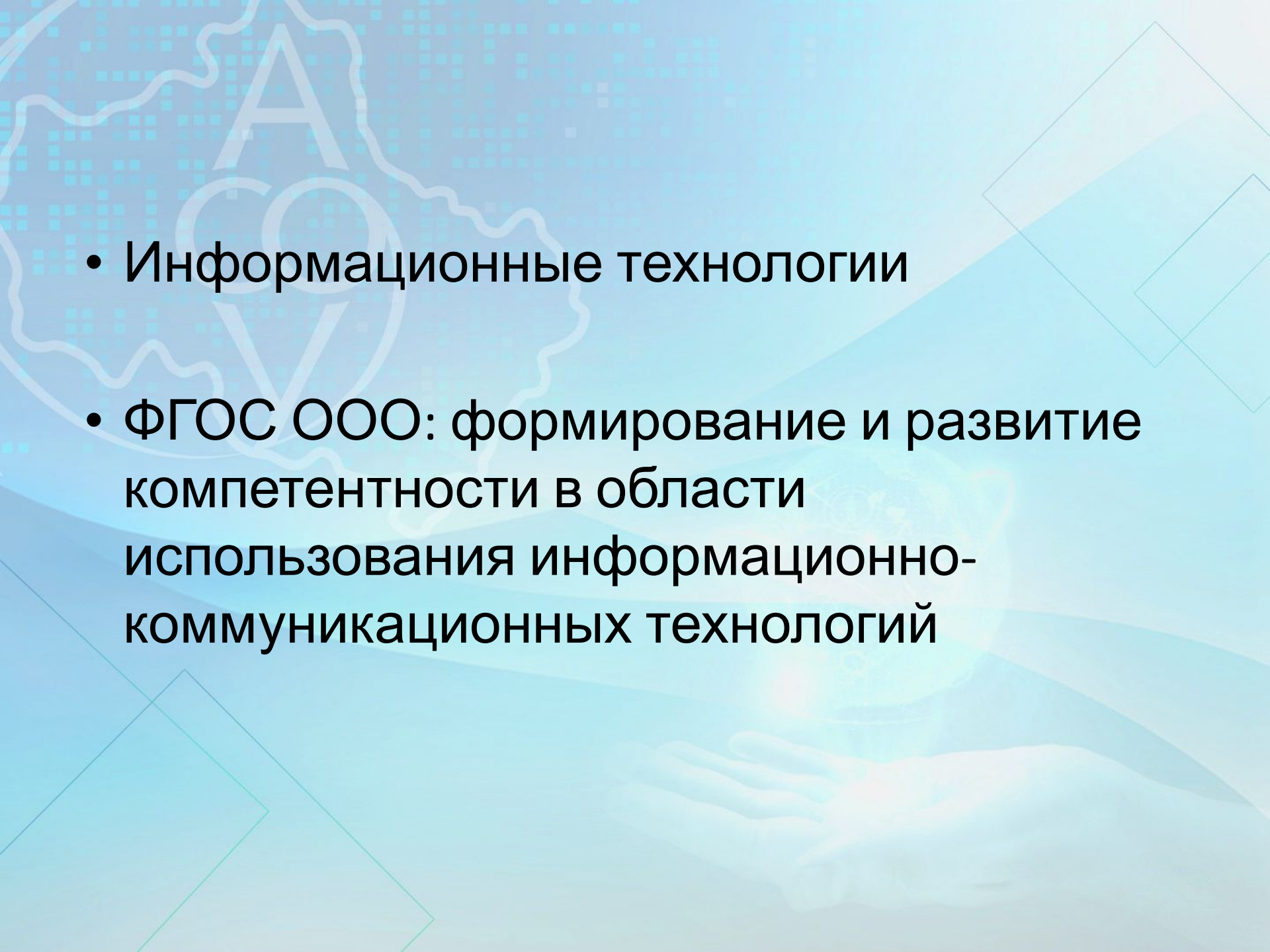
кандидат педагогических наук, доцент кафедры общих
математических и естественнонаучных дисциплин и
методик их преподавания

Кашицына Юлия Николаевна
kaschitsyna2010@yandex.ru

Структура видео лекции



- 1.Актуальность применения информационных технологий в проведении учебного исследования и проекта
- 2.Обзор программ динамической геометрии: GeoGebra и Живая математика
- 3.Примеры решения исследовательских задач по математике с помощью программ GeoGebra и Живая математика

- 
- Информационные технологии
 - ФГОС ООО: формирование и развитие компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий

Современная картина научного познания ребёнка

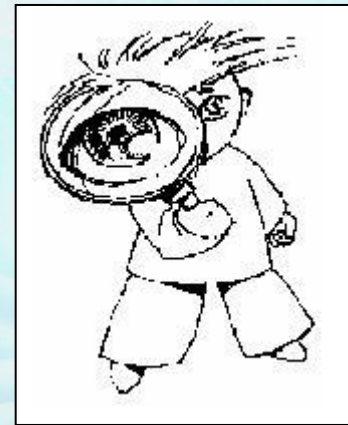


Задачи учителя:

- Выявлять и создавать условия для развития **исследовательских способностей**
- Создавать условия для поддержания и развития **поисковой активности** школьников
- Создавать условия для овладения учащимися навыками **исследовательского поведения**
- Создавать условия для развития **исследовательского типа мышления**

**Способствовать становлению
исследовательской позиции личности**

Исследовательская задача



Обзор программ динамической геометрии

- Живая математика
- GeoGebra
- 1С Математический конструктор

Организация учебного исследования по математике с ИКТ технологиями

- Программы интерактивной динамической среды для поведения компьютерного эксперимента
- Живая математика
- Геогейбра
- 1С МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КОНСТРУКТОР

Задачи на доказательство в курсе геометрии

Задача 1: Свойство биссектрис вертикальных углов

Докажите, что биссектрисы вертикальных углов лежат на одной прямой.



ЗАПУСК ПРОГРАММЫ GEOGEBRA



Панель объектов

Полотно

Прямая

$$a: -3.9x + 8.42y = 13.81$$

$$b: 3.88x + 12.5y = 49.6$$

$$c: 0.07x - 1y = -2.83$$

$$d: -0.07x + 1y = 2.83$$

Точка

$$A = (-1.34, 1.02)$$

$$B = (7.08, 4.92)$$

$$C = (-2.68, 4.8)$$

$$D = (9.82, 0.92)$$

$$E = (3.01, 3.03)$$

$$F = (3.01, 3.03)$$

$$G = (-1.41, 2.74)$$

$$H = (9.62, 3.47)$$

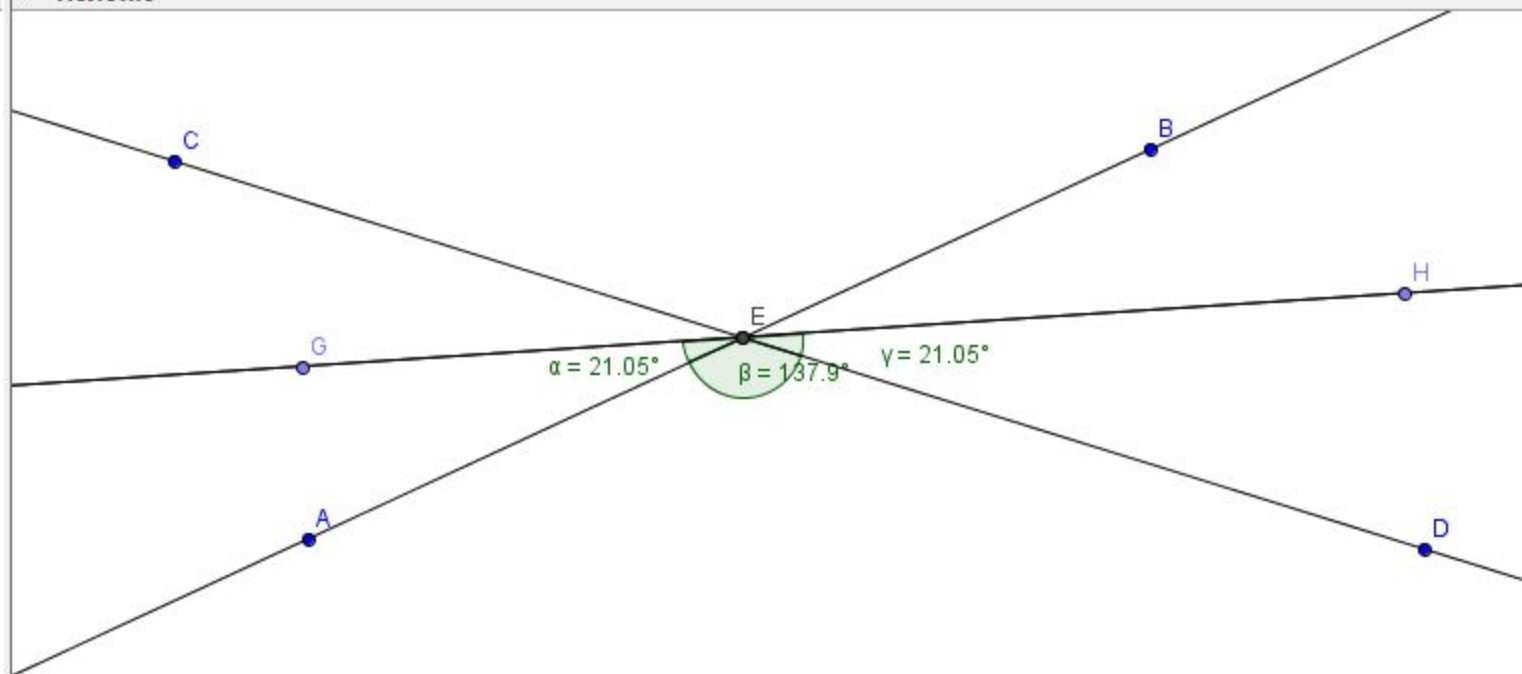
Угол

$$\alpha = 21.05^\circ$$

$$\beta = 137.9^\circ$$

$$\gamma = 21.05^\circ$$

$$\delta = 180^\circ$$



Задачи на доказательство в курсе геометрии

Задача 2: Теорема Вариньоне.

Средины сторон произвольного четырёхугольника являются вершинами параллелограмма.



ЗАПУСК ПРОГРАММЫ GEOGEBRA



Панель объектов

Отрезок

- $a = 5.43$
- $b = 11.36$
- $c = 11.58$
- $d = 6.69$
- $e = 7.37$
- $f = 4.39$
- $g = 7.37$
- $h = 4.39$

Точка

- $A = (-2.14, -0.92)$
- $B = (0.74, 3.68)$
- $C = (12.08, 2.94)$
- $D = (3.38, -4.7)$
- $E = (-0.7, 1.38)$
- $F = (6.41, 3.31)$
- $G = (7.73, -0.88)$
- $H = (0.62, -2.81)$

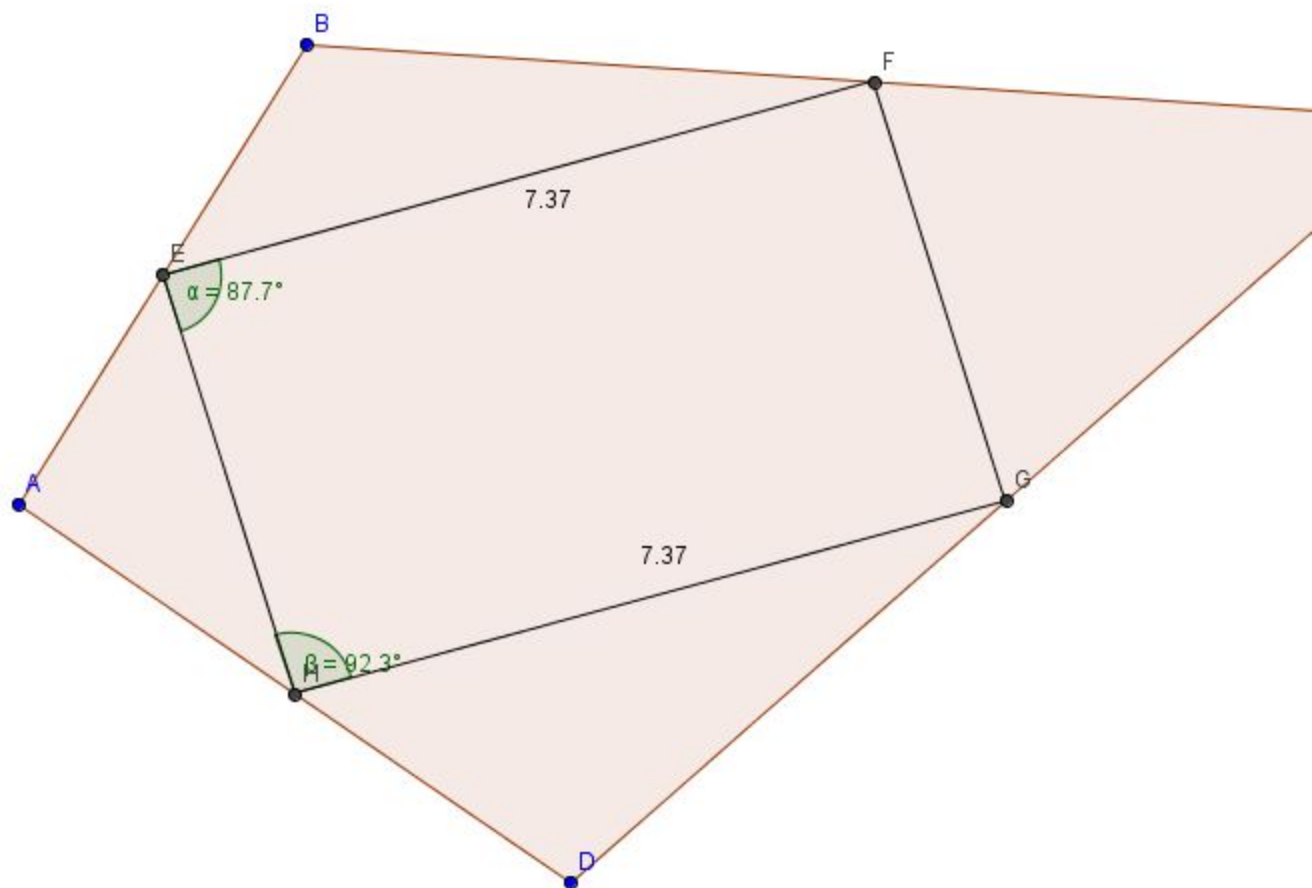
Угол

- $\alpha = 87.7^\circ$
- $\beta = 92.3^\circ$
- $\gamma = 180^\circ$

Четырёхугольник

- многоугольник1 = 64.68

Полотно



Логическое доказательство

The image shows a screenshot of the GeoGebra (2) software interface. The window title is "GeoGebra (2)". The menu bar includes "Файл", "Правка", "Вид", "Настройки", "Инструменты", "Окно", and "Справка". The toolbar contains various geometric construction tools such as "Point", "Line", "Circle", "Angle", "Area", "Text", "Distance", "Slope", "Move", "ABC", "a=2", and "Reset". The main workspace displays a geometric diagram with a shaded quadrilateral ABCD. Points E, F, G, and H are located on the sides AB, BC, CD, and DA respectively. Lines connect E to F, F to G, G to H, and H to E, forming an inner quadrilateral EFGH. Additionally, lines connect E to G and F to H, intersecting at a point inside the quadrilateral. The bottom status bar shows "Ввод:" and the system tray includes the Windows logo, taskbar icons for various applications, and the system clock displaying "13:35" and "05.11.2018".

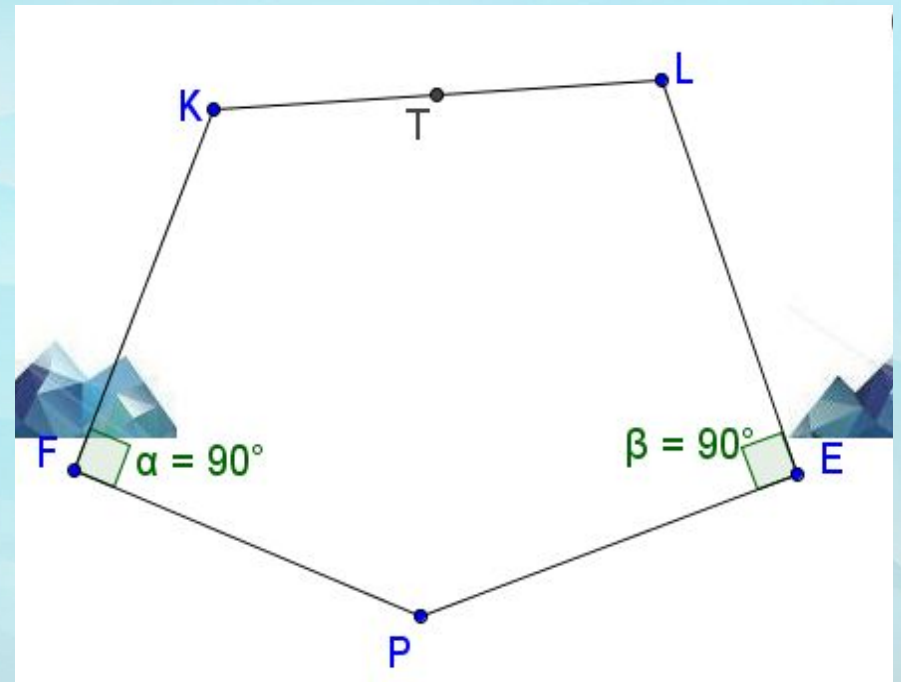
Задача о пиратском кладе

- В 1785 году на маленьком острове в Карибском море пираты закопали клад. Для того чтобы впоследствии найти клад, они в качестве ориентиров заметили две высокие горы и одинокую пальму. Затем записка с описанием поиска клада попала к исследователям. Текст записки гласил: *«От пальмы идите к Соколиной горе и считайте шаги. Затем поверните под прямым углом направо, сделайте такое же количество шагов и воткните в землю палку. Вернитесь к пальме и идите к Орлиной горе, считая шаги. Поверните под прямым углом налево и сделайте такое же количество шагов. Воткните в землю другую палку. В этом случае клад будет точно посередине между двумя палками»*. Исследователи нашли обе горы, пальма же не была. Но это их не остановило. Как найти клад?



е

Даны два равнобедренных прямоугольных треугольника KFP и LEP , имеющих единственную общую точку P (пальма). Точка T – середина отрезка KL . Исследуйте **Гипотеза 1**, зависит ли положение точки T (клада) от положения точки P (пальмы)?

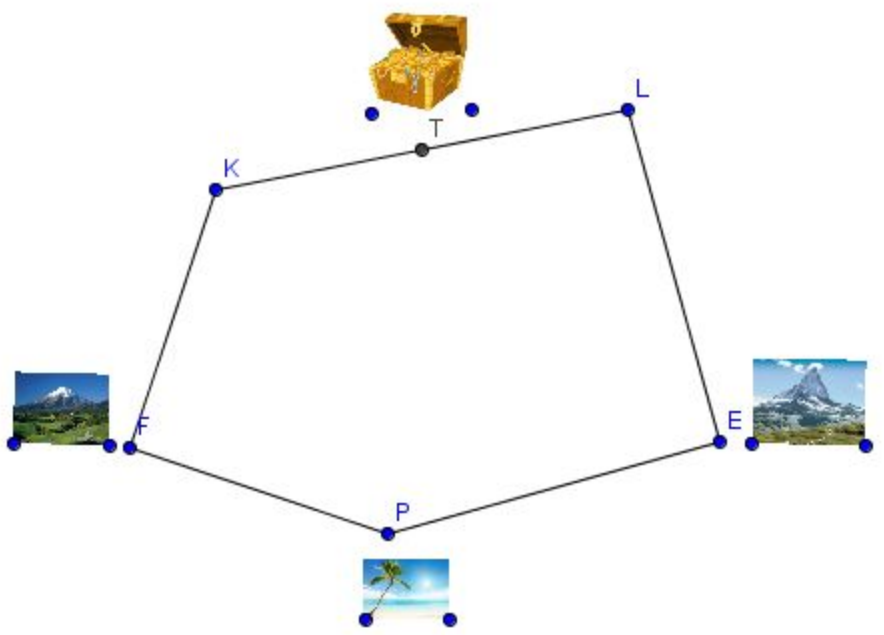




ЗАПУСК ПРОГРАММЫ GEOGEBRA



Полотно



Компьютерный эксперимент

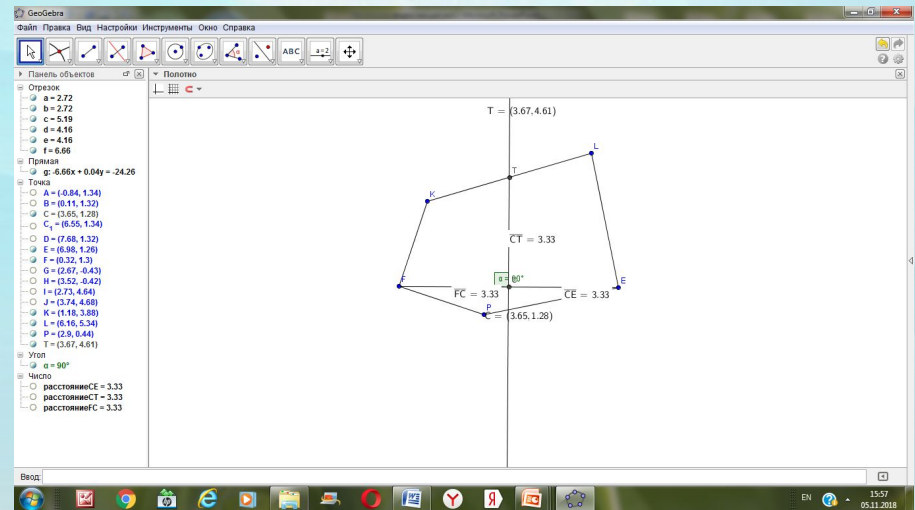
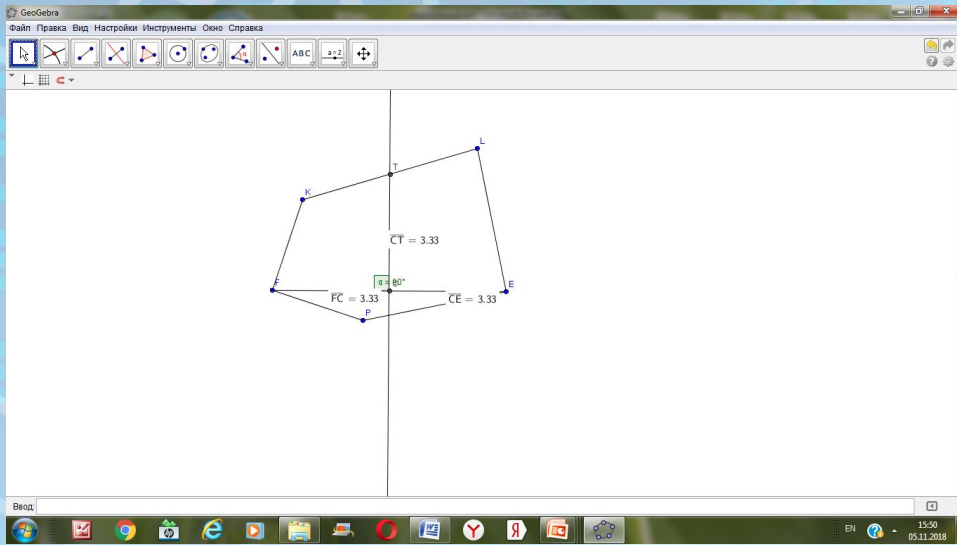
GeoGebra

Файл Правка Вид Настройки Инструменты Окно Справка

GeoGebra interface showing a geometric construction. The diagram features a vertical line with points T and C on it. A horizontal line segment FC is drawn to the left of C , and another horizontal segment CE is drawn to the right of C . Both FC and CE are labeled with the length 3.33 . A right angle symbol is shown at point C between FC and CE , with the label $\alpha = 90^\circ$. A point P is located below the line FC , and a point E is located to the right of CE . A line segment PE is drawn. A point K is located above FC , and a point L is located above CE . A line segment KL is drawn. A line segment TK is drawn, and another line segment TL is drawn. The overall shape formed by points F, K, L, E, P is a complex polygon.

Ввод:

EN 15:50 05.11.2018





Панель объектов

Отрезок

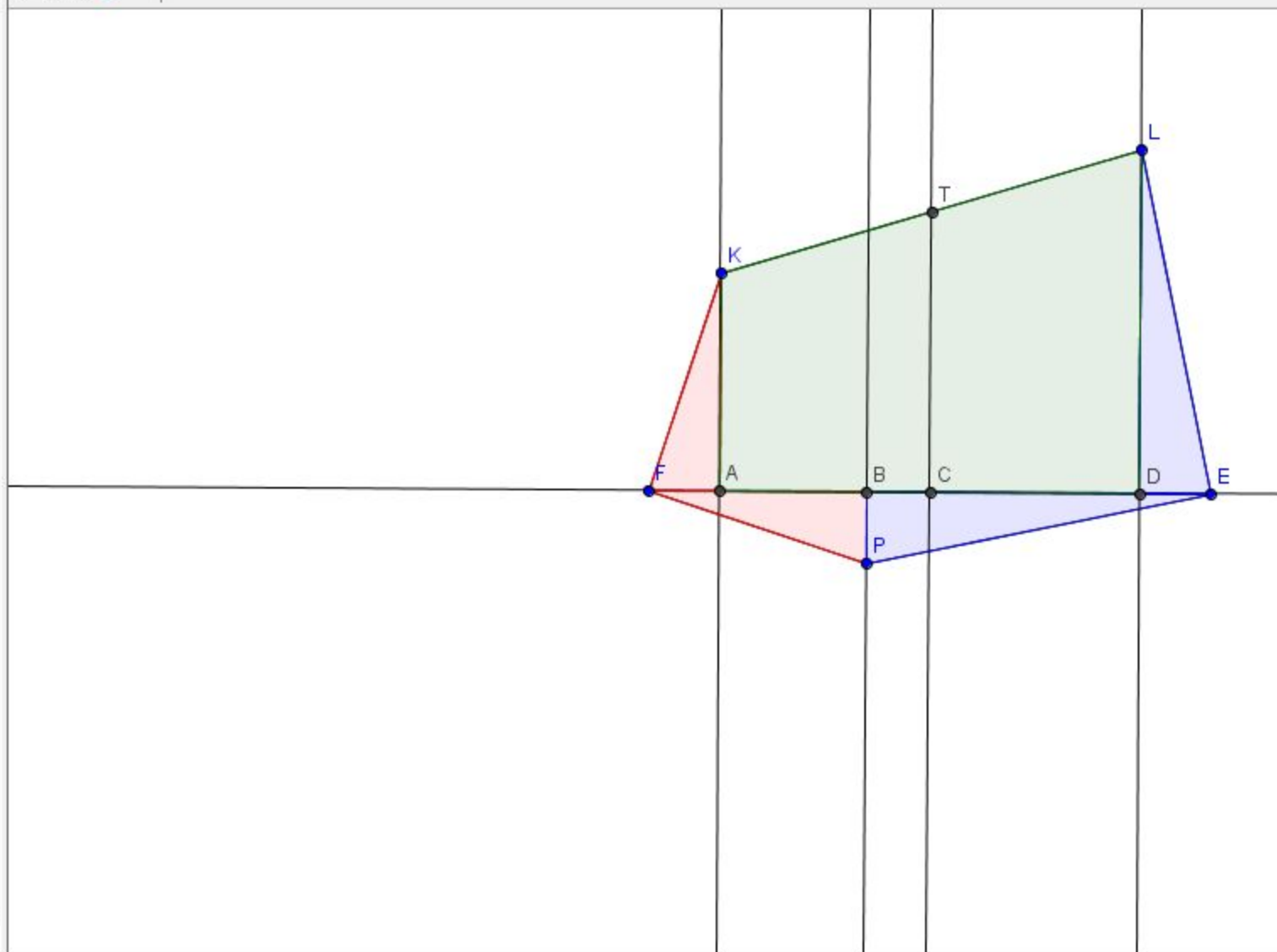
- $a = 2.72$
- $a_1 = 2.72$
- $a_2 = 4.97$
- $b = 2.72$
- $b_1 = 2.72$
- $b_2 = 4.16$
- $c = 5.19$
- $d = 4.16$
- $d_1 = 4.16$
- $d_2 = 4.08$
- $e = 4.16$
- $e_1 = 4.08$
- $e_2 = 0.84$
- $f = 6.66$
- $f_1 = 2.59$
- $f_2 = 0.84$
- $k_1 = 0.84$
- $k_2 = 2.59$
- $l = 0.84$
- $l_1 = 5.19$
- $p = 2.59$
- $p_1 = 4.08$

Прямая

- $g: -6.66x + 0.04y = -24.26$
- $h: 0.04x + 6.66y = 8.67$
- $i: -6.66x + 0.04y = -19.3$
- $j: -6.66x + 0.04y = -40.81$
- $k: -6.66x + 0.04y = -7.7$

Точка

Полотно



Этап послекомпьютерно решения

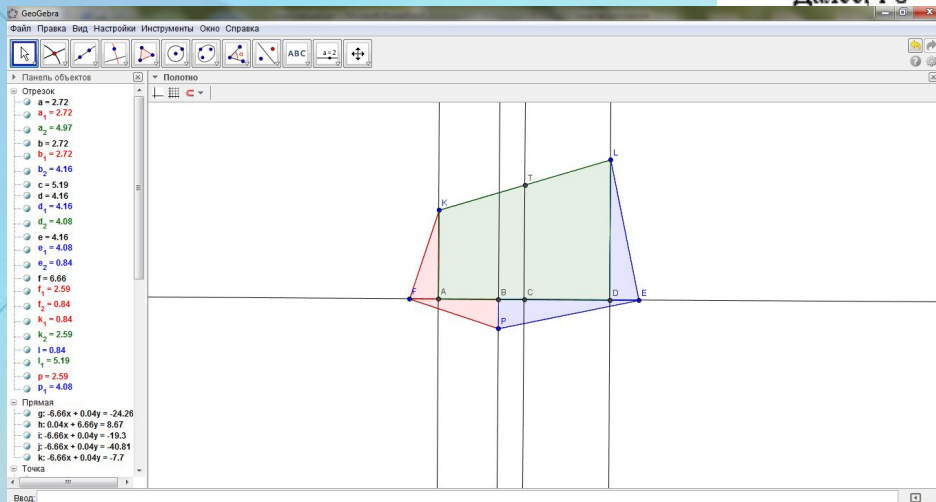


Один из способов доказательства гипотезы 2:

Так как KA , TC и LD перпендикулярны FE , то KA параллельно LD , поэтому $KADL$ – трапеция. Так как TC перпендикулярна FE и $KT = TL$ (по условию), следовательно, TC – средняя линия трапеции, поэтому $TC = \frac{KA+LD}{2}$.

Треугольники FKA и PFB – прямоугольные с равными гипотенузами, поскольку $FK = FP$ по построению. Так как KA перпендикулярна FB и KF перпендикулярна FP , получаем, что угол AKF равен углу PFB , следовательно, треугольник FKA равен треугольнику PFB и $KA = FB$. Аналогично можно доказать, что треугольник ELD равен треугольнику PEB и $LD = EB$.

$$\text{Далее, } TC = \frac{KA+LD}{2} = \frac{FB+EB}{2} = \frac{EF}{2}.$$



Этап послекомпьютерно решения

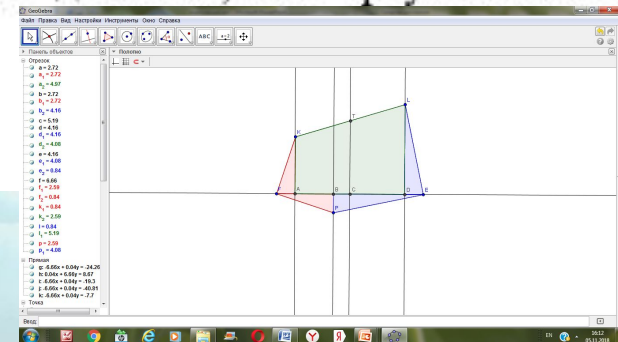


Один из способов доказательства

Так как KA , TC и LD перпендикулярны FE , то KA параллельно LD , поэтому $KADL$ – трапеция. Так как TC перпендикулярна FE и $KT = TL$ (по условию), следовательно, TC – средняя линия трапеции, поэтому $TC = \frac{KA+LD}{2}$.

Треугольники FKA и PFB – прямоугольные с равными гипотенузами, поскольку $FK = FP$ по построению. Так как KA перпендикулярна FB и KF перпендикулярна FP , получаем, что угол AKF равен углу PFB , следовательно, треугольник FKA равен треугольнику PFB и $KA = FB$. Аналогично можно доказать, что треугольник ELD равен треугольнику PEB и $LD = EB$.

$$\text{Далее, } TC = \frac{KA+LD}{2} = \frac{FB+EB}{2} = \frac{EF}{2}.$$



Этап послекомпьютерного решения

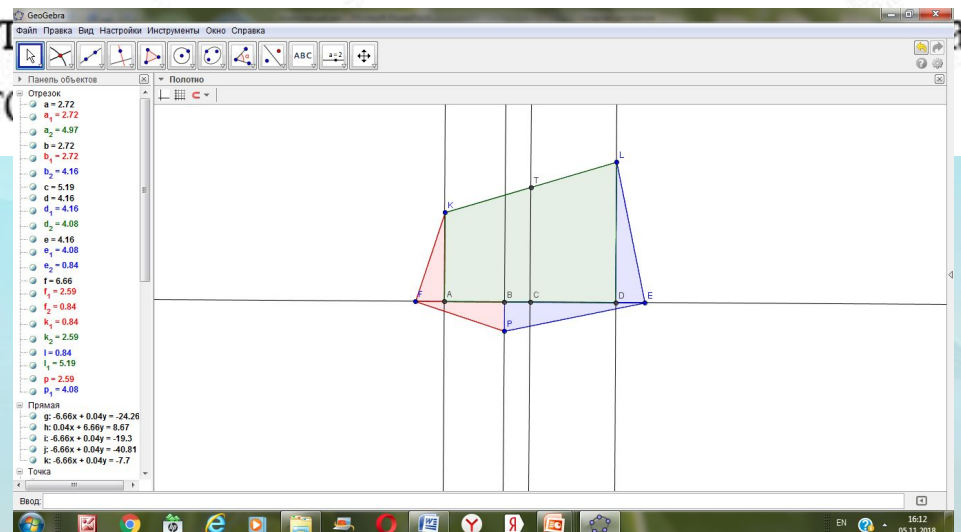


Один из способов доказательства гипотезы 2:

Поскольку расстояние FE постоянно, длина отрезка TC также постоянна. Кроме того, поскольку TC – средняя линия трапеции $KADL$, то $AC = CD$. Из равенства треугольников, доказанного выше, следует, что $PB = AF = ED$.

Следовательно, $FC = CE$, то есть C – середина отрезка FE .

Таким образом, точка T лежит
расстоянии половины длины FE от эт



Этап послекомпьютерно решения



После того как док-во гипотезы завершено
учащимся необходимо предложить
проверить его на универсальность:
взаимное положение точек E и F ,
изменению определений точек которые
были получены поворотом точки P .

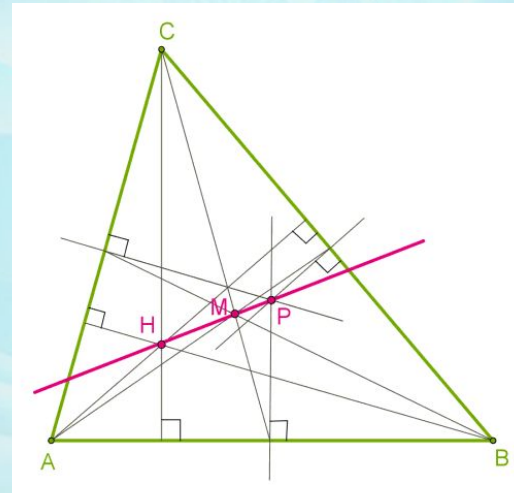
Рефлексивный анализ

Цели компьютерного эксперимента:

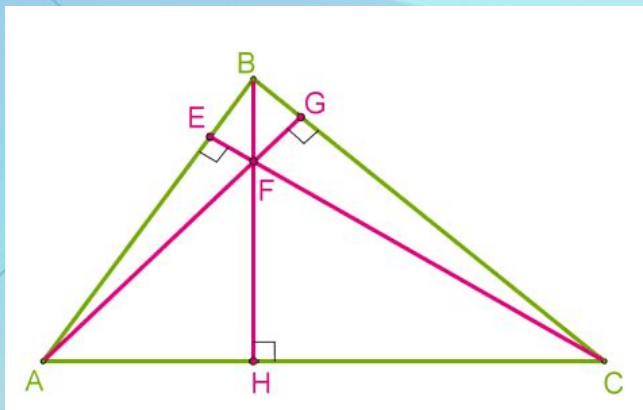
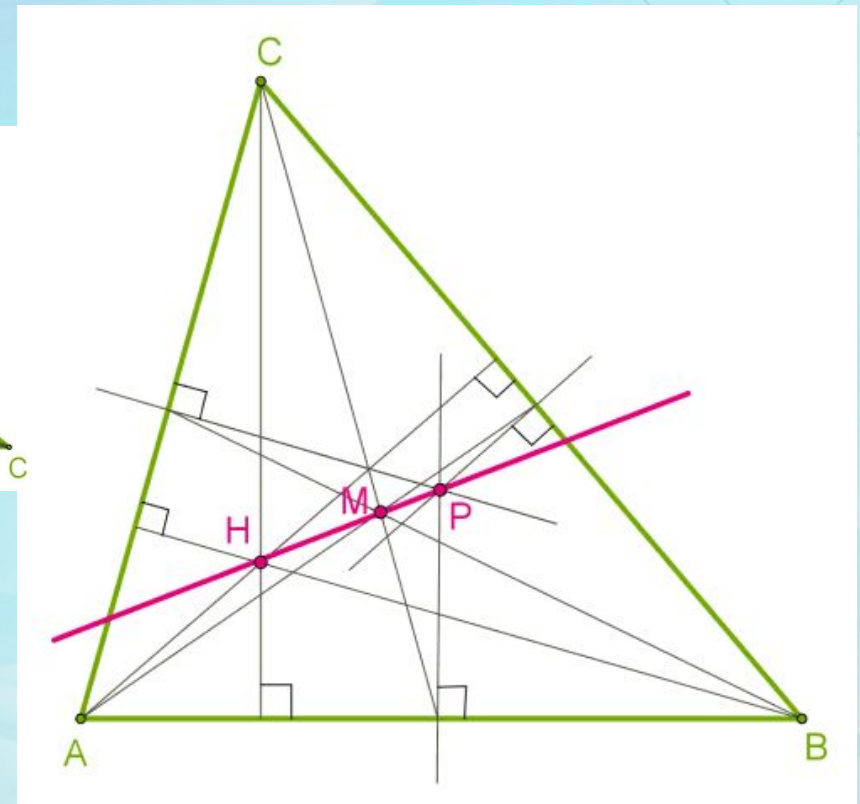
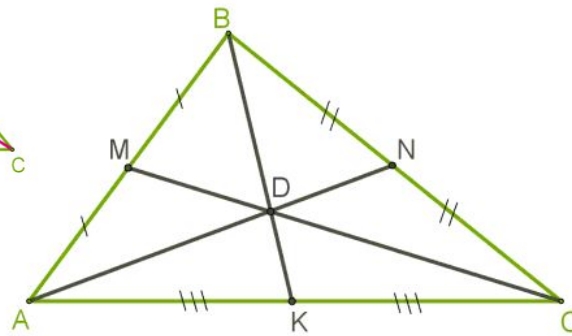
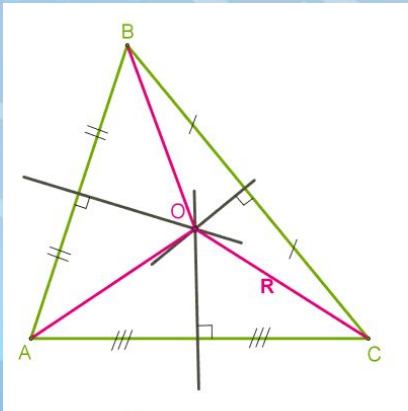
- проверка гипотез,
- поиск гипотез,
- исследование результата решения задачи.

Замечательные точки треугольника. Прямая Эйлера

Прямая Эйлера может быть определена как прямая, проходящая через центр описанной окружности и ортоцентр треугольника.

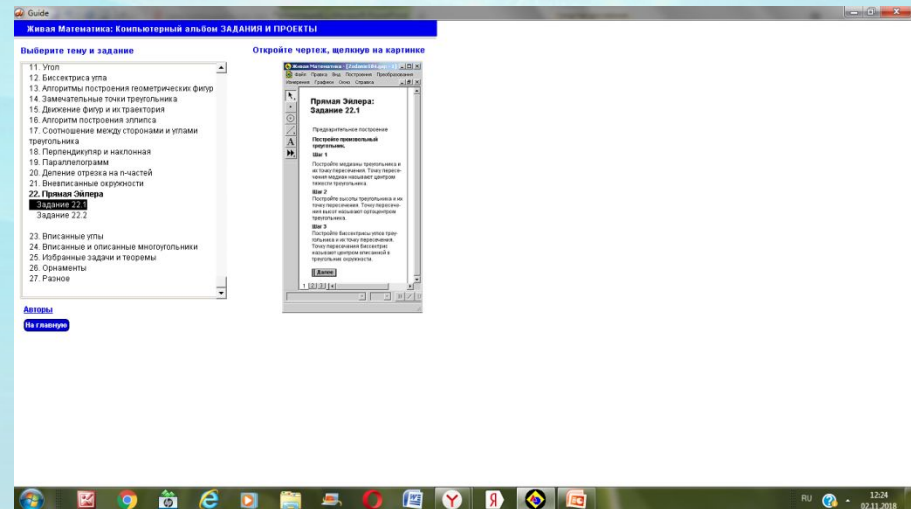
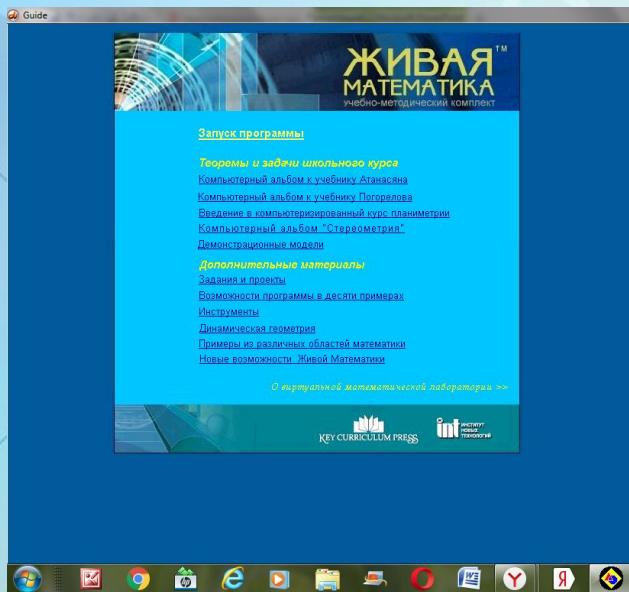


Теорема: Центр окружности, описанной около треугольника, центроид треугольника, а так же ортоцентр лежат на одной прямой.



Решение задачи Эйлера в УМК Живая математика

- Дополнительные материалы:
 - Задания и проекты
 - Прямая Эйлера

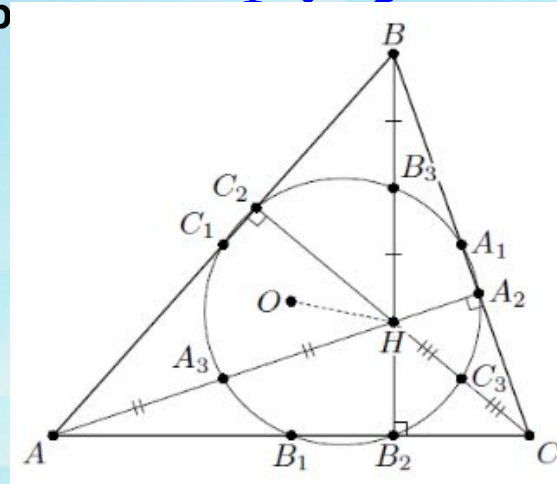




ЗАПУСК ПРОГРАММЫ УМК ЖИВАЯ МАТЕМАТИКА

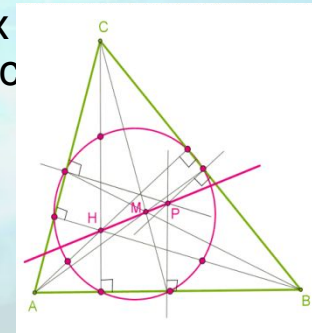
Продолжение исследования Окружность Эйлера окружность 9 точек

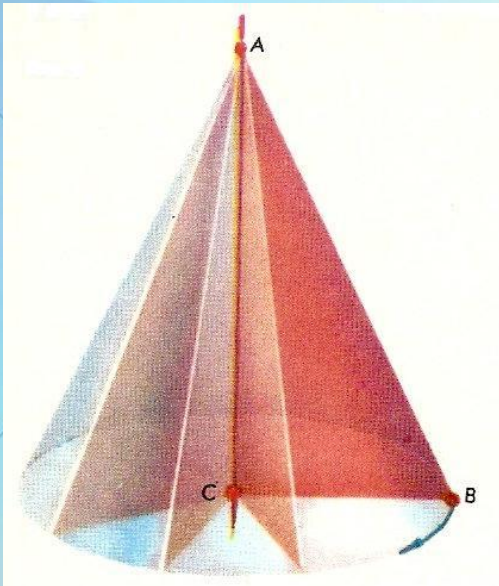
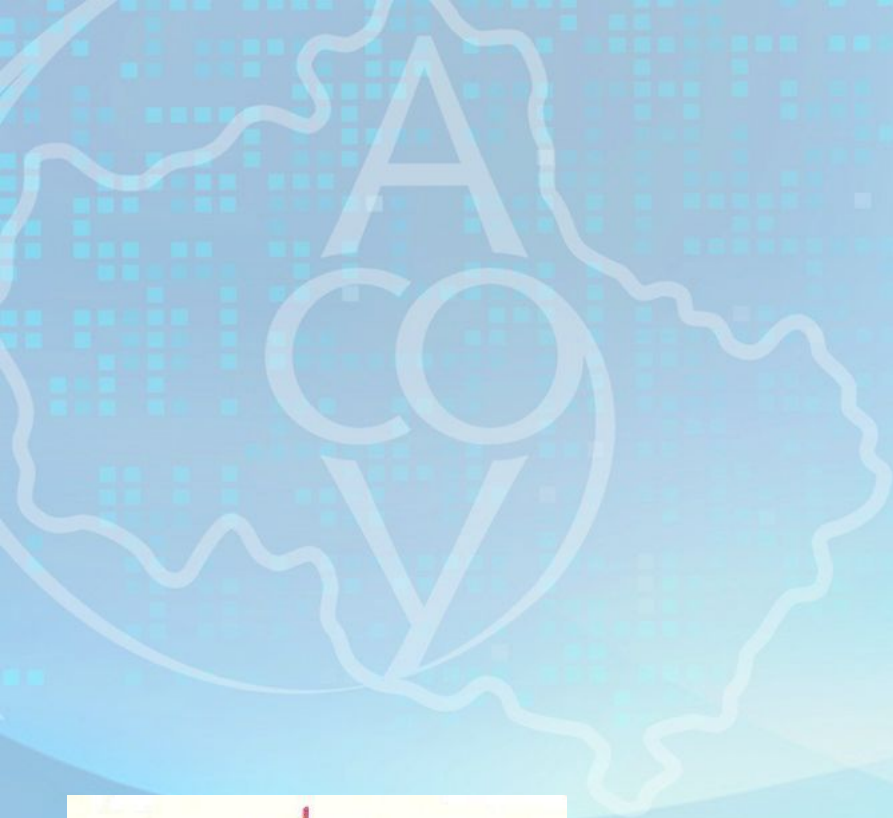
Окружность девяти точек — это окружность, проходящая через середины всех трёх сторон треугольника.
Она также называется окружностью Эйлера, окружностью шести точек



ЖН

В двадцатых годах XIX века французские математики Понселе, Брианшон и другие установили независимо друг от друга следующую теорему: основания медиан, основания высот и середины отрезков высот, соединяющих вершинами треугольника, лежат на одной и той же окружности.





Список литературы

- Васильева М.В. Использование информационных технологий при обучении математике: учебно-метод.пособие, АСОУ, 2015Г.-132С.
- Сергеева Т.Ф Основы динамической геометрии: монография, АСОУ, 2016-152С
- Кашицына Ю.Н. Возможности программы «Живая математика» в процессе решения задач по геометрии на доказательство, статья в сборнике конференции МПГУ, 2018
- Кружок «Экспериментальная математика» с учащимися 7-9 классов
<http://itprojects.narfu.ru/kruzhok-exp-mat/>

Благодарю за внимание!



Контакты:

e-mail: kaschitsyna2010@yandex.ru.