



**Скрещивающиеся
прямые.**

**Углы с
сонаправленными
сторонами.**

Угол между прямыми.



Цели

Образовательная

Ввести формулировку и доказательство теоремы о равенстве углов с сонаправленными сторонами; научить находить угол между прямыми в пространстве.

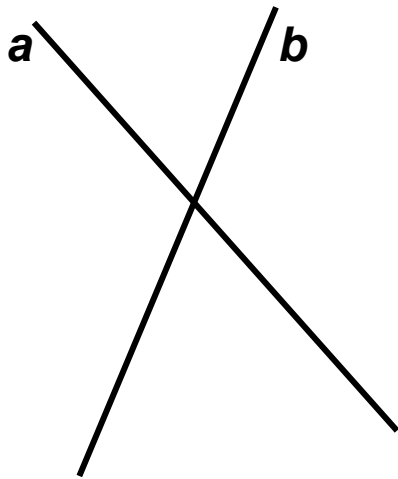
Развивающая

Развивать у учащихся умение сравнивать и находить аналогии.

Воспитательная

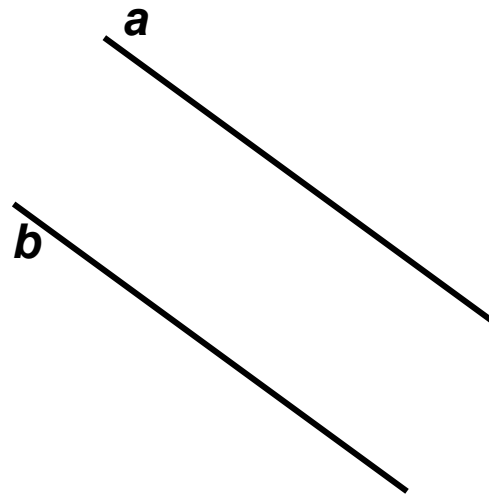
Воспитывать самостоятельность, творческое отношение к учебному процессу

Расположение 2-х прямых на плоскости



$$a \cap b = A$$

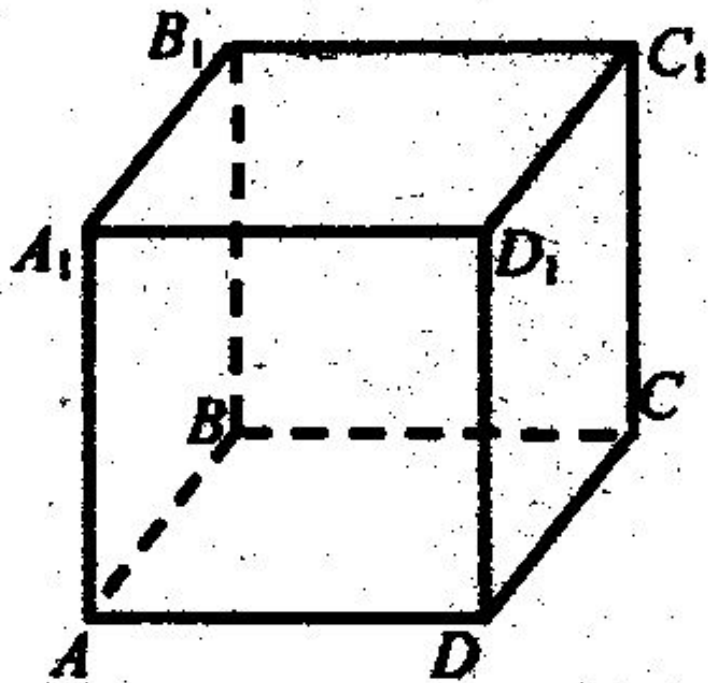
пересекаются



$$a \parallel b$$

параллельны

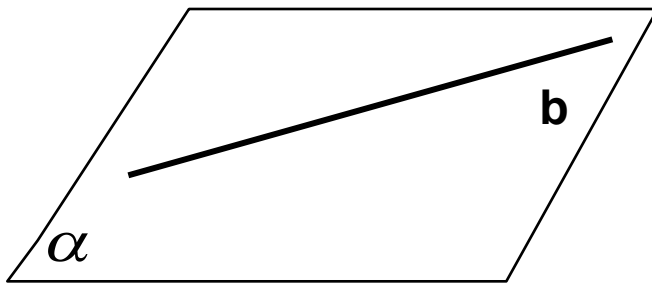
Ответьте на вопросы по чертежу:



- Являются ли параллельными прямые AA_1 и DD_1 ; AA_1 и CC_1 , и почему?
- Каково взаимное расположение прямых AA_1 и DC ?

Скрещивающиеся прямые

a



$a \dot{\perp} b$

скрещивающиеся

Определение: Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости (т.е. не существует плоскости, содержащей эти прямые).

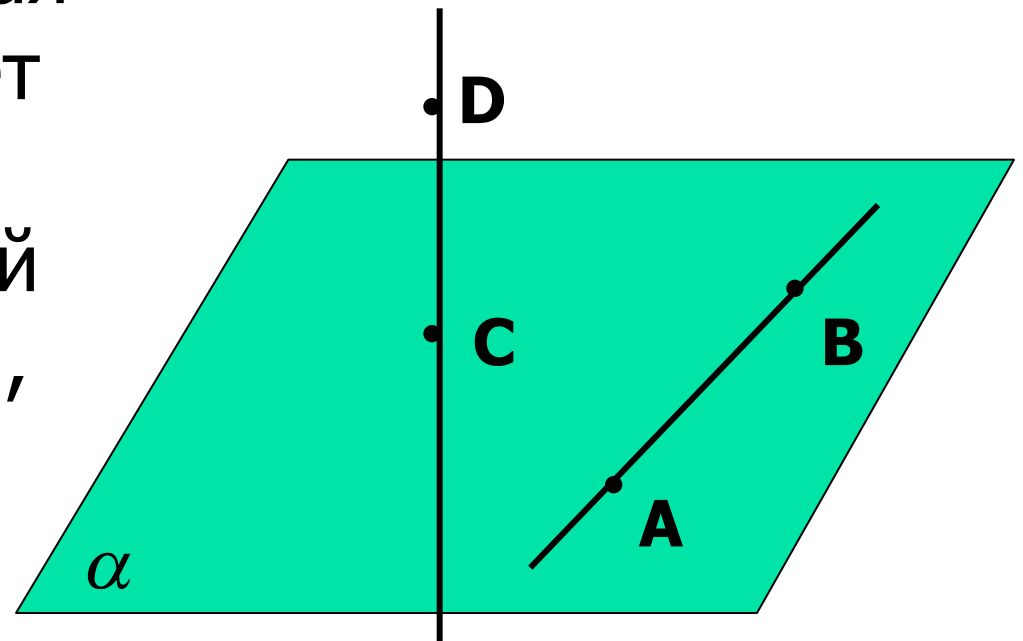
Признак скрещивающихся прямых

- Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, эти прямые скрещивающиеся.

Дано:

$$AB \subset a, CD \cap \alpha = C, C \notin AB$$

Доказать: $AB \dot{-} CD$



Признак скрещивающихся прямых

Доказательство:

Пусть CD и AB лежат в одной плоскости β . Тогда

$$\left. \begin{array}{l} C \in \alpha, C \in \beta \\ AB \subset \alpha, AB \subset \beta \end{array} \right| \Rightarrow \alpha \equiv \beta$$

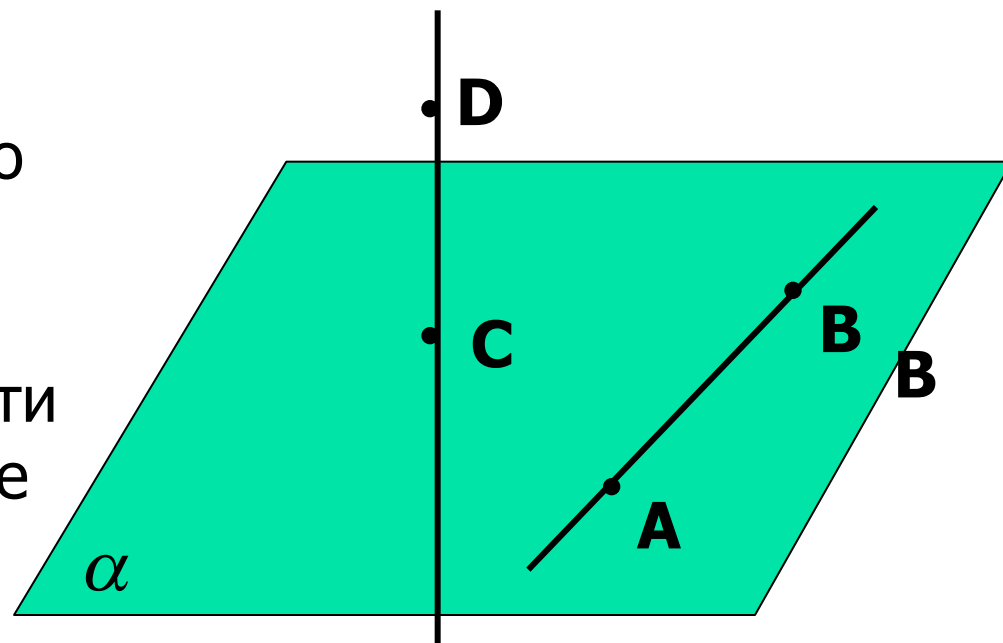
Плоскости совпадают, но по условию прямая CD пересекает α .

Следовательно, плоскости β не существует и прямые AB и CD скрещиваются.

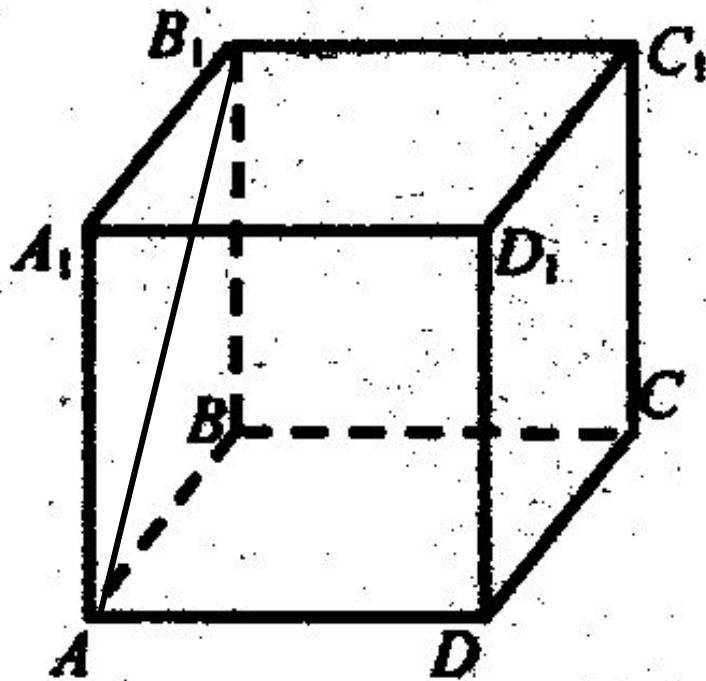
Дано:

$$AB \subset a, CD \cap \alpha = C, C \notin AB$$

Доказать: $AB \dot{-} CD$



Ответьте на вопросы по чертежу:



Каково взаимное расположение

- прямых AB_1 и DC ;
- прямой DC и плоскости AA_1B_1B ;
- прямой AB_1 и плоскости DD_1C_1C ?

Теорема о плоскостях, проходящих через скрещивающиеся прямые

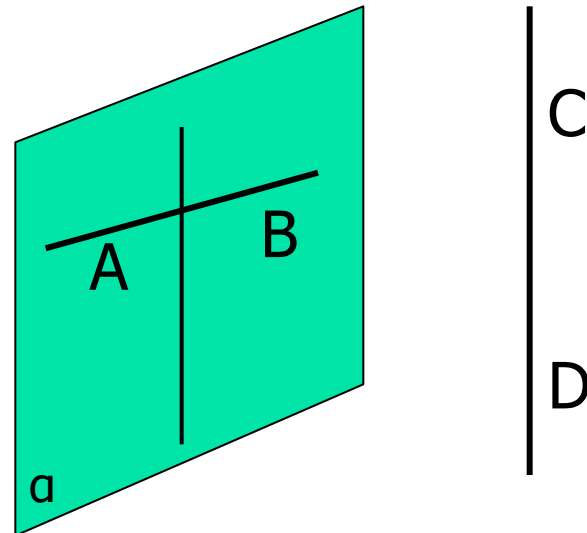
- Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой плоскости, и притом только одна.

Дано: $AB \dot{\sphericalangle} CD$

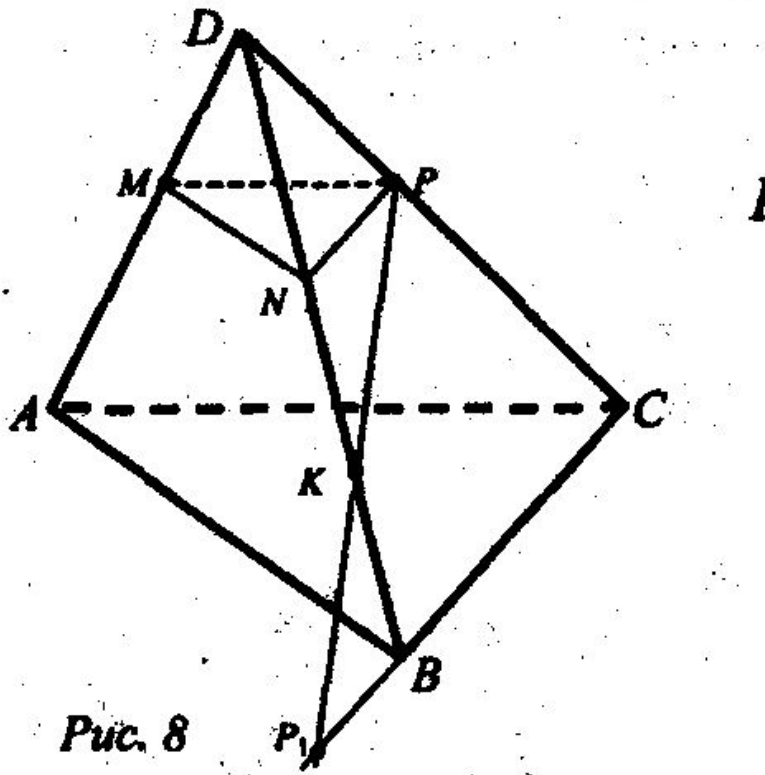
Построить:

$\alpha : ABCD \parallel \alpha$

Доказать: α - единственная



Задача № 34



- Дано:
 $DE(ABC)$, $AM=MD$,
 $DN=NB$, $DP=PC$, $K \in BN$
- Определить взаимное расположение прямых
 - а) ND ? AB
 - б) PK ? BC
 - в) MN ? AB
 - г) MP ? AC
 - д) KN ? AC
 - е) MD ? BC

Задача № 39

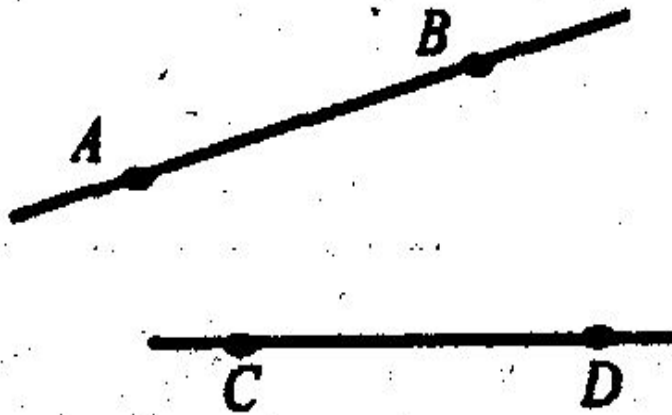
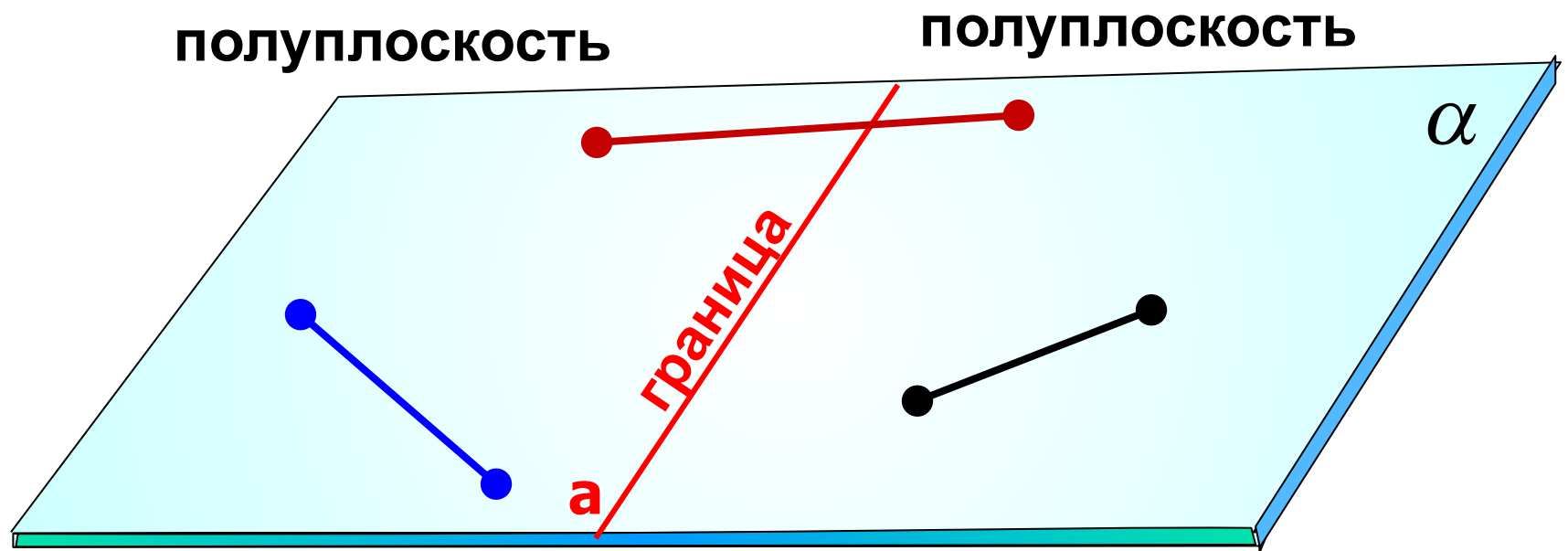


Рис. 9

- Дано: $AB \dot{\sphericalangle} CD$
- Доказать: $AD \dot{\sphericalangle} BC$
- Доказательство:
 - 1) $\{A, C, D\} \in \alpha$ по аксиоме A1
 - 2) $B \notin \alpha$, так как $AB \dot{\sphericalangle} CD$ по определению скрещивающихся прямых
 - 3) $BC \cap \alpha = C; C \notin AD \Rightarrow AD \dot{\sphericalangle} BC$ по признаку скр. прямых

Любая прямая a , лежащая в плоскости, разделяет эту плоскость на две части, называемые полуплоскостями. Прямая a называется границей каждой из этих полуплоскостей.



Сонаправленные лучи

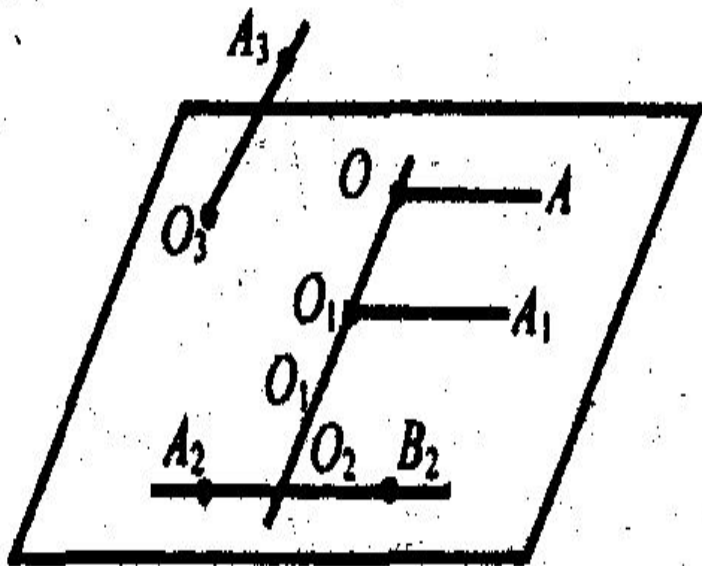
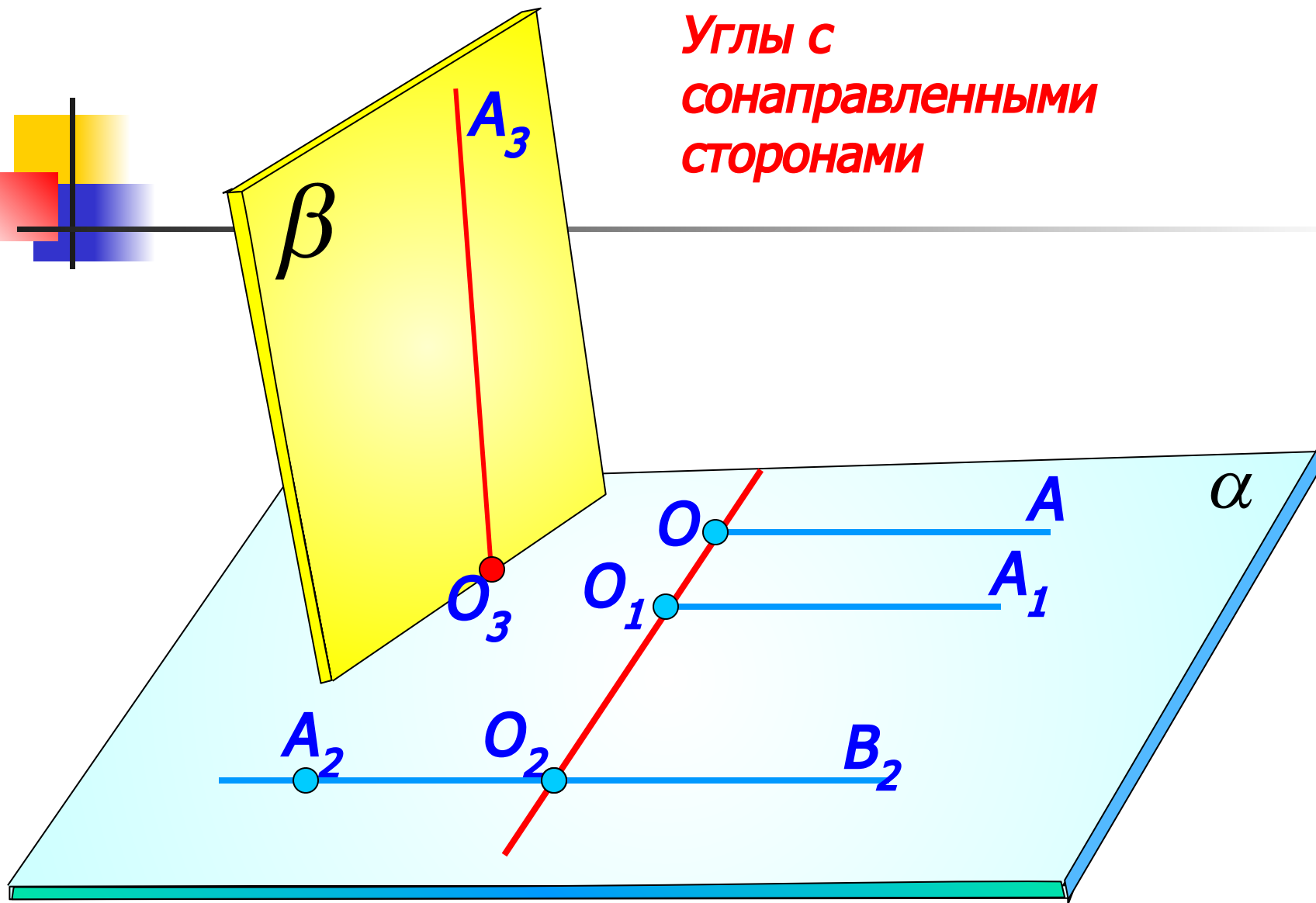


Рис. 1

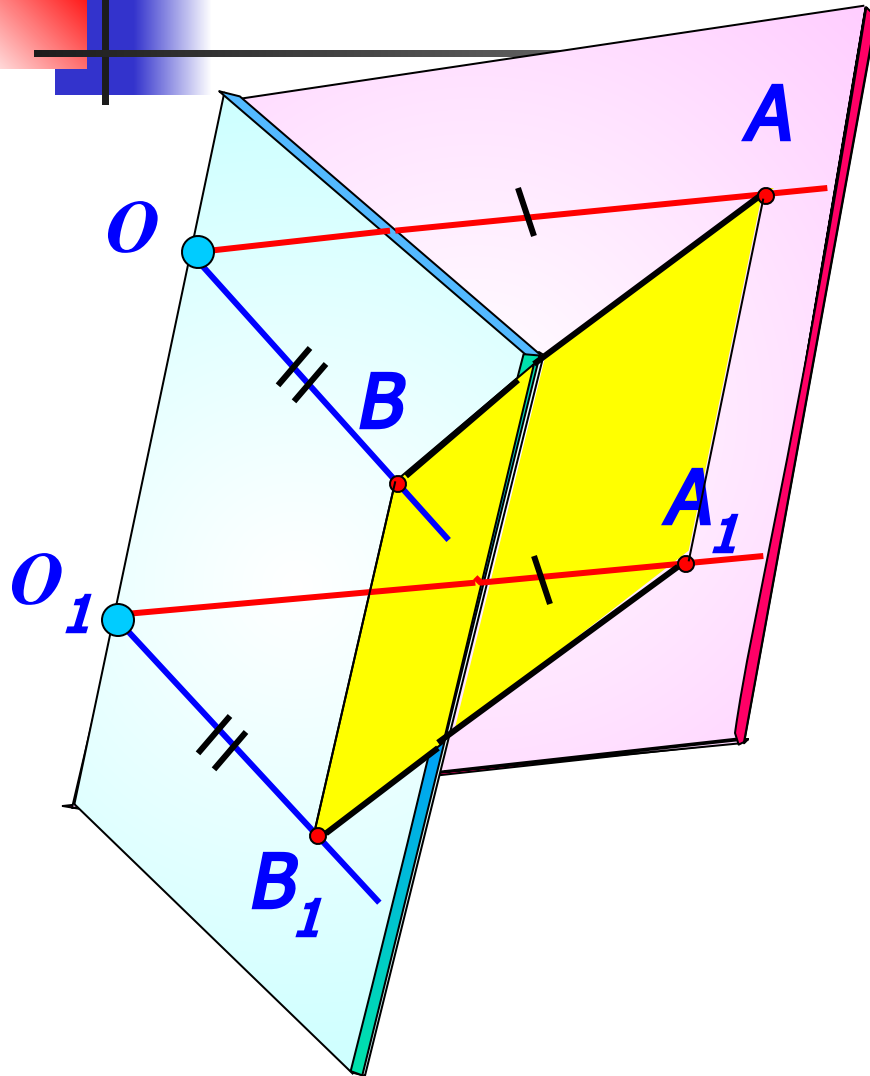
- Два луча OA и O_1A_1 , не лежащие на одной прямой, называются сонаправленными, если они параллельны и лежат в одной плоскости с границей OO_1 .
- Два луча OA и O_1A_1 , лежащие на одной прямой, называются сонаправленными, если они совпадают или один из них содержит другой.

**Углы с
сонаправленными
сторонами**



Теорема об углах с сонаправленными сторонами

Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.



Угол между

скрещивающимися прямыми

- Угол между прямыми – это градусная мера, а не геометрическая фигура.
- Угол между скрещивающимися прямыми AB и CD определяется как угол между пересекающимися прямыми $A_1B_1 \parallel AB$ и $C_1D_1 \parallel CD$ (от выбора точки M_1 или M_2 величина угла φ не зависит)

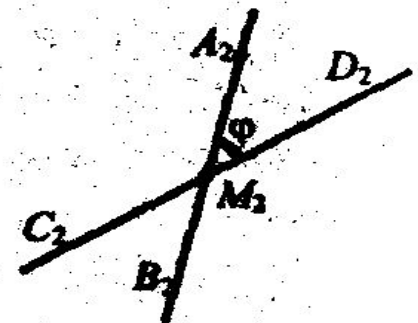
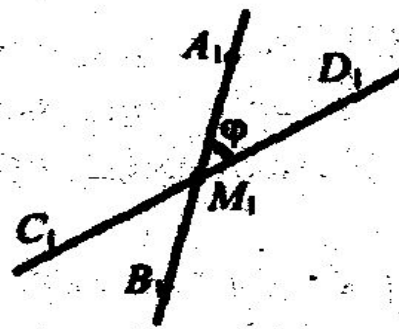
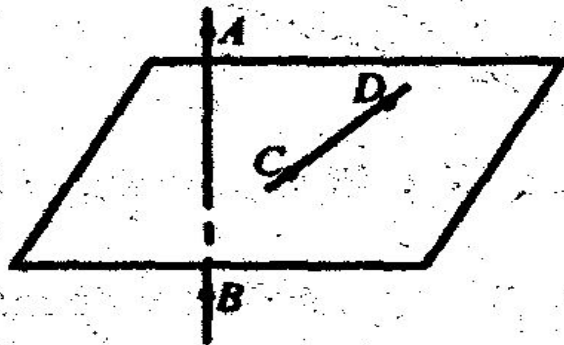


Рис. 3

Ответьте на вопросы по чертежу:

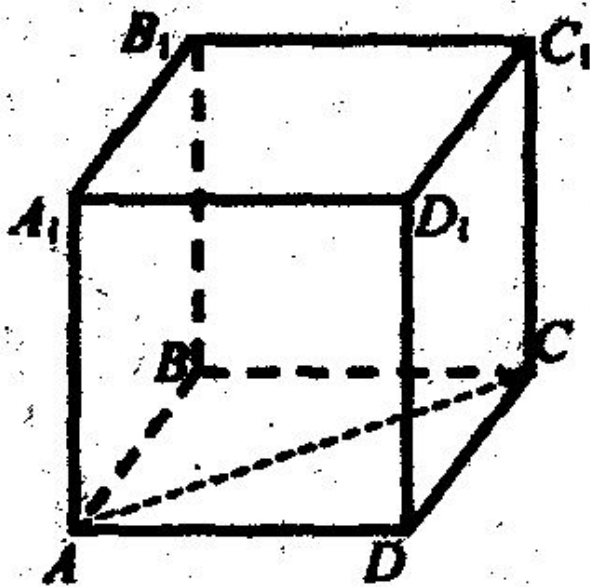
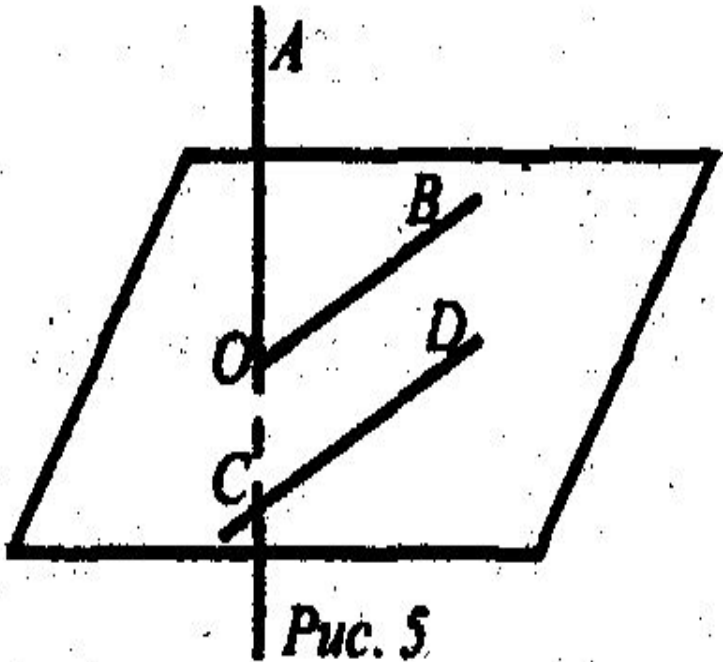


Рис. 4

Найдите угол между прямыми

- BC и CC_1
- AC и BC
- D_1C_1 и BC
- A_1B_1 и AC

Задача № 44



■ Дано:

$OB \parallel CD$; $AB \parallel CD$

а) $\angle AOB = 40^\circ$

б) $\angle AOB = 135^\circ$

в) $\angle AOB = 90^\circ$

■ Найти:

угол между OA и CD



Домашнее задание

- п.7-9

- № 37

№ 40

№ 93



Подведение итогов:

Рефлексия

- – Что мы с вами повторили на этом уроке?
 - Что именно привлекло ваше внимание на данном уроке?
 - Что понравилось? Что вызвало затруднение?