

**Подготовка к ОГЭ по математике.  
(По материалам сайта Д. Гущина и  
сборников И. Ященко)**

2019



1) Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки часов в 18:00?



**Решение.** стрелки образуют развернутый угол, а он равен  $180^\circ$ .

**Ответ:** 180.

2) Какой угол (в градусах) описывает минутная стрелка за 4 минуты?



**Решение.** Сначала найдем, сколько в одной минуте градусов. Так как в круге 60 минут и 360 градусов, то  $360 : 60 = 6$  градусов – в одной минуте, а в 4 минутах:  $6 \cdot 4 = 24$

**Ответ:** 24.

**Для успешного решения задач такого типа надо запомнить, что минутная стрелка за одну минуту поворачивается на 6 градусов.**



3) На какой угол (в градусах) поворачивается минутная стрелка, пока часовая проходит  $2^\circ$ ?

**Решение.** Минутная стрелка движется в 12 раз быстрее часовой, поэтому она пройдет  $24^\circ$ .

**Ответ:** 24.

4) Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки в 5 ч?

**Решение.** Часовыми делениями циферблат разбит на 12 равных центральных углов с градусной мерой  $360 : 12 = 30$  градусов.

Между минутной и часовой стрелками пять часовых делений.

Они образуют угол  $150^\circ$ .

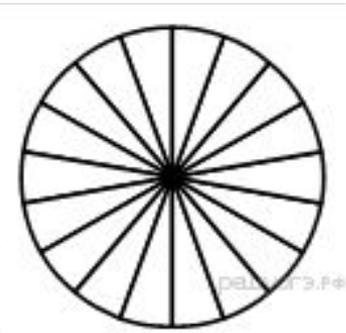
**Ответ:** 150.



5) Колесо имеет 18 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите угол, который образуют две соседние спицы. Ответ дайте в градусах.

**Решение.** 18 спиц делят окружность колеса на 18 равных углов, сумма которых равна  $360^\circ$ . Поэтому одного такого угла будет равна  $360 : 18 = 20$

**Ответ:** 20.



6)

Сколько спиц в колесе, в котором угол между любыми соседними спицами равен  $15^\circ$ ?

**Решение.** Колесо представляет собой круг. Количество спиц совпадает с количеством секторов, на которые ими оно делится. Так как развёрнутый угол  $360^\circ$ , а угол между спицами равен  $15^\circ$ , имеем:  $360:15=24$ . Поэтому в колесе 24 спицы.

**Ответ:** 24.



7) На сколько градусов повернется Земля вокруг своей оси за 7 часов?

**Решение.** За сутки Земля совершает полный оборот, то есть поворачивается на  $360^\circ$ . Следовательно, за один час Земля поворачивается на  $360^\circ : 24 = 15^\circ$ . Получаем, что за 7 часов Земля поворачивается на  $7 \cdot 15^\circ = 105^\circ$ .

**Ответ:** 105.

8) Площадь прямоугольного земельного участка равна 9 га, ширина участка равна 150 м. Найдите длину этого участка в метрах.

**Решение.** Переведем площадь участка в квадратные метры:  $9 \text{ га} = 90\,000 \text{ м}^2$ .

Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.

Поэтому, длина участка равна:  $90\,000 : 150 = 600 \text{ м}$ .

**Ответ:** 600.



9) Найдите периметр прямоугольного участка земли, площадь которого равна  $800 \text{ м}^2$  и одна сторона в 2 раза больше другой. Ответ дайте в метрах.

**Решение.** Пусть  $x$  м — ширина участка, тогда длина —  $2x$  м. Так как площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон, то  $2x^2 = 800$ , откуда  $x = 20$ .

Периметр прямоугольника  $P = (20 + 40) \cdot 2 = 120$ .

**Ответ:** 120.

10) Сколько досок длиной 3,5 м, шириной 20 см и толщиной 20 мм выйдет из четырехугольной балки длиной 105 дм, имеющей в сечении прямоугольник размером 30 см 40 см?

**Решение.** Найдем объем доски:  $350 \cdot 20 \cdot 2 = 14\,000 \text{ см}^3$ . Найдем объем балки:  $1050 \cdot 30 \cdot 40 = 1\,260\,000 \text{ см}^3$ .

Поэтому количество досок равно  $1\,260\,000 : 14\,000 = 90$ .

**Ответ:** 90.



11) Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 3,2 метра от земли. Длина троса равна 4 метра. Найдите расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле. Ответ дайте в метрах.

**Решение.** Так как на чертеже - прямоугольный треугольник, применяем теорему Пифагора:

$$4^2 = 3,2^2 + x^2$$

$$16 = 10,24 + x^2$$

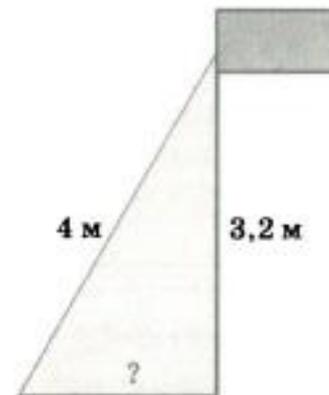
$$x^2 = 16 - 10,24$$

$$x^2 = 5,76$$

$$x = \sqrt{5,76}$$

$$x = 2,4 \text{ метра}$$

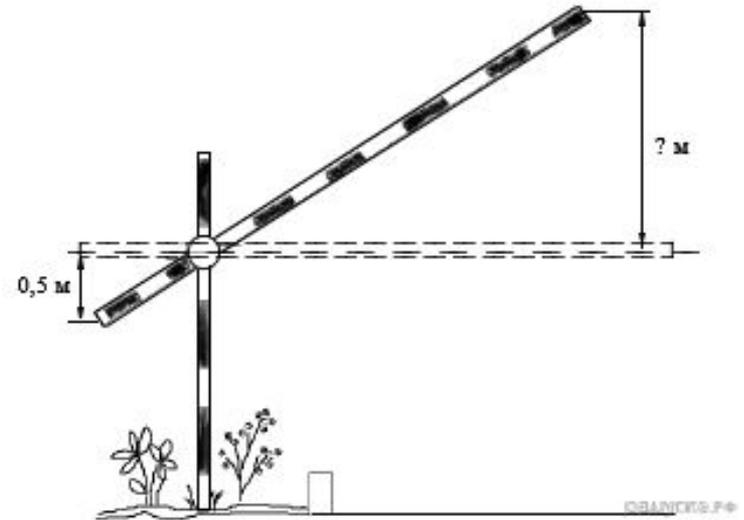
**Ответ:** 2,4.



12) Короткое плечо шлагбаума имеет длину 1 м, а длинное плечо – 4 м. На какую высоту (в метрах) поднимается конец длинного плеча, когда конец короткого опускается на 0,5 м?

**Решение.** Длинное плечо имеет длину 4 м, короткое плечо – 1 м, поэтому треугольники подобны с коэффициентом подобия  $k = 4$ . значит, конец длинного плеча поднимется на  $0,5 * 4 = 2$  м.

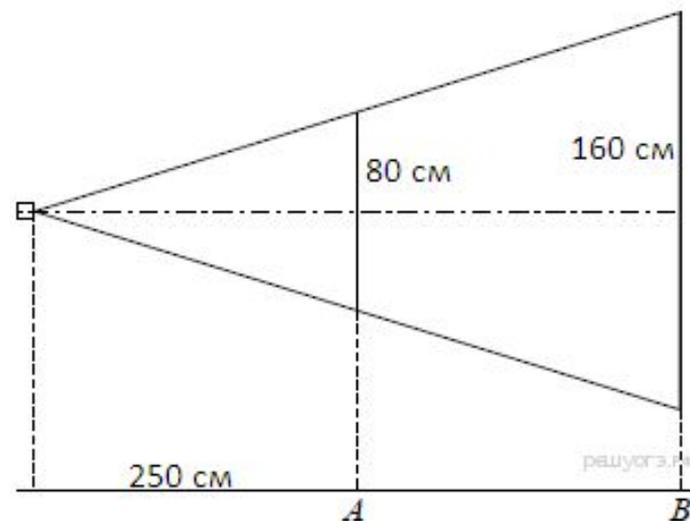
**Ответ:** 2.



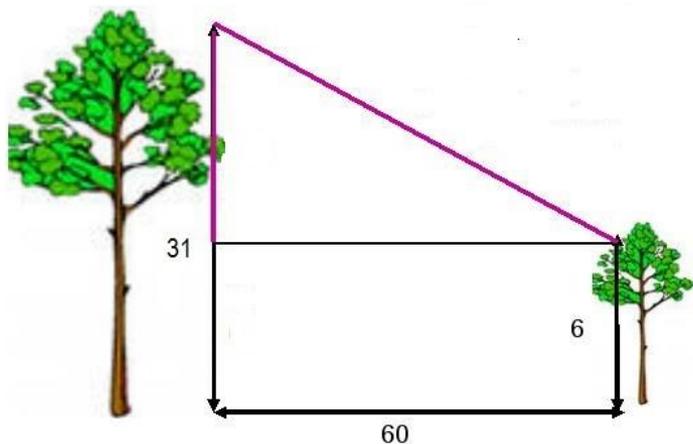
13) Проектор полностью освещает экран  $A$  высотой 80 см, расположенный на расстоянии 250 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран  $B$  высотой 160 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?

**Решение.** Заметим, что высота экрана, расположенного на расстоянии 250 см, в 2 раза меньше высоты экрана, расположенного на искомом расстоянии, значит, по теореме о средней линии, искомое расстояние в два раза больше первоначального экрана:  $250 \cdot 2 = 500$ .

**Ответ:** 500.



14) Две сосны растут на расстоянии 60 м одна от другой. Высота одной сосны 31 м, а другой – 6 м. Найдите расстояние между их верхушками.



**Решение:**

По теореме Пифагора:

$$x^2 = 60^2 + 25^2$$

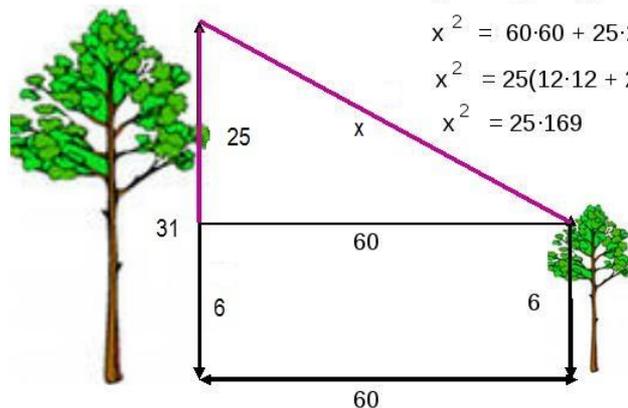
$$x^2 = 60 \cdot 60 + 25 \cdot 25$$

$$x^2 = 25(12 \cdot 12 + 25)$$

$$x^2 = 25 \cdot 169$$

$$x = 5 \cdot 13$$

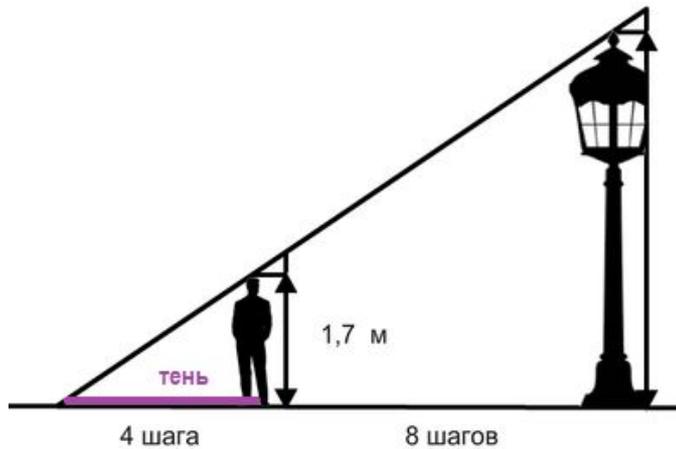
$$x = 65$$



**Ответ: 65.**



15) Человек ростом 1,7 м стоит на расстоянии 8 шагов от фонаря. Длина тени человека равна четырем шагам. На какой высоте (в метрах) висит фонарь?



**Решение.**

Сначала найдем расстояние (в шагах) от фонаря до крайней точки тени:

$$4 + 8 = 12 \text{ шагов.}$$

Прямоугольные треугольники подобны с коэффициентом подобия  $k = 12 : 4 = 3$ .

Значит, высота фонаря в 3 раза больше роста человека

$$1,7 * 3 = 5,1 \text{ (м)}$$

**Ответ:** 5,1.



16) В треугольнике два угла равны  $36^\circ$  и  $73^\circ$ . Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах

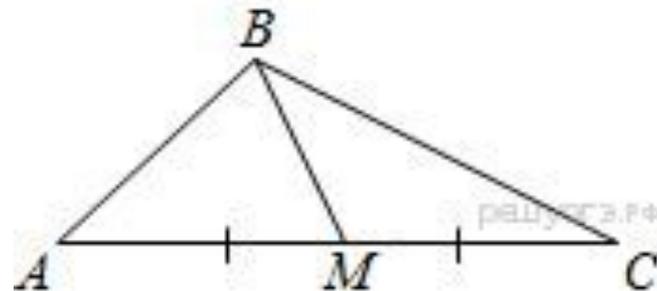
**Решение.** Сумма углов треугольника равна  $180^\circ$ , следовательно, третий угол равен

**Ответ:** 71.  $180^\circ - 36^\circ - 73^\circ = 71^\circ$

2) В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AC=38$ .  $BM$  – медиана,  $BM=17$ . Найдите  $AM$ .

**Решение.** Так как  $BM$  – медиана, то  $AM = BM:2 = 38:2 = 19$ .

**Ответ:** 19.



17) У треугольника со сторонами 16 и 2 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой стороне, равна 1. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?

**Решение.** Пусть известные стороны треугольника равны  $a$  и  $b$ , а высоты, проведённые к ним,  $h_a$  и  $h_b$ . Площадь треугольника можно найти как половину произведения стороны на высоту, проведённую к этой стороне:

$$\frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b, \text{ отсюда}$$

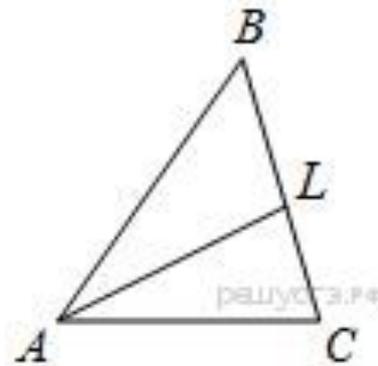
$$h_b = \frac{ah_a}{b},$$

$$h_b = \frac{16 \cdot 1}{2} = 8.$$

**Ответ:** 8.



18) В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AL$ , угол  $ALC$  равен  $112^\circ$ , угол  $ABC$  равен  $106^\circ$ . Найдите угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.



**Решение.** Пусть  $\angle BAL = \alpha$ ,  $\angle ACB = \beta$ . Так как  $AL$  – биссектриса угла  $BAC$ , то она делит его пополам, а значит, угол  $BAC$  вдвое больше угла  $BAL$  и  $\angle BAC = 2\alpha$ . Сумма углов треугольника  $ABC$  равна  $180^\circ$ , откуда  $2\alpha + 106^\circ + \beta = 180^\circ$ . Аналогично из треугольника  $ALC$   $\alpha + 112^\circ + \beta = 180^\circ$ .  
Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 2\alpha + 106^\circ + \beta = 180^\circ, \\ \alpha + 112^\circ + \beta = 180^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(68^\circ - \beta) + \beta = 74^\circ, \\ \alpha = 68^\circ - \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta = 62^\circ, \\ \alpha = 6^\circ. \end{cases}$$

Таким образом, угол  $ACB$  равен  $62^\circ$ .

**Ответ:** 62.



19) В остроугольном треугольнике  $ABC$  высота  $AH$  равна  $20\sqrt{3}$ , а сторона  $AB$  равна 40. Найдите  $\cos B$ .

**Решение.** Рассмотрим прямоугольный треугольник  $AH$ . По теореме Пифагора найдём  $BH$ :

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{1600 - 1200} = 20.$$

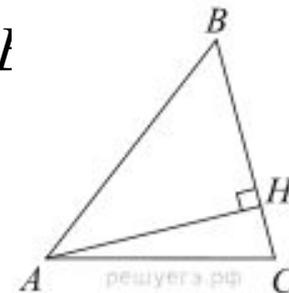
$$AB^2 = 40^2 = 1600$$

$$AH^2 = (20\sqrt{3})^2 = 20^2 \cdot (\sqrt{3})^2 = 400 \cdot 3 = 1200$$

По определению косинус угла прямоугольного треугольника – это отношение прилежащего катета к гипотенузе:

$$\cos B = \frac{BH}{AB} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

**Ответ:** 0,5.



20) Углы  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  равны соответственно  $65^\circ$  и  $85^\circ$ . Найдите  $BC$ , если радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 14.

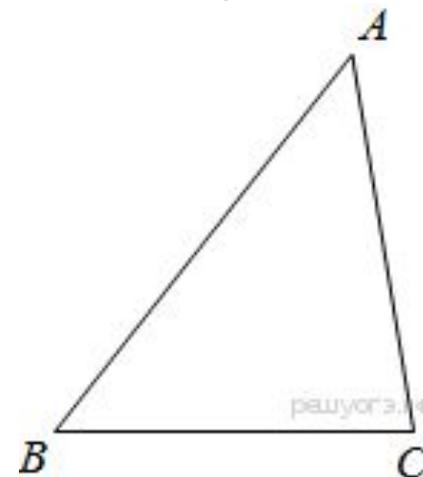
**Решение.** Сумма углов треугольника равна  $180^\circ$ , поэтому  $\angle A = 180^\circ - 65^\circ - 85^\circ = 30^\circ$ .

По теореме синусов  $2R = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$ .

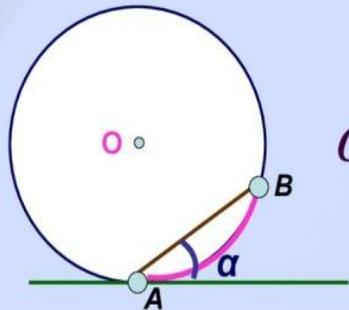
Отсюда получаем, что

$$BC = 2R \cdot \sin A = 2 \cdot 14 \cdot \frac{1}{2} = 14.$$

**Ответ:** 14.



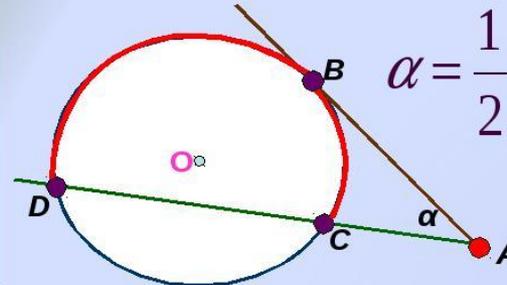
Угол между касательной и хордой



$$\alpha = \frac{1}{2} \cup AB$$

Угол между касательной и хордой, проходящей через точку касания, измеряется **половиной** заключенной в нем дуги

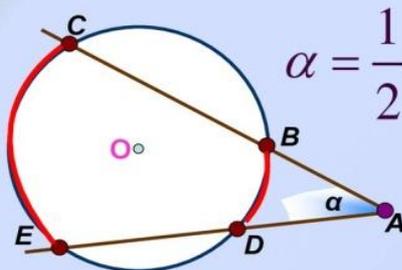
Угол между касательной и секущей, проведенными из одной точки



$$\alpha = \frac{1}{2} (\cup BD - \cup BC)$$

Угол между касательной и секущей, проведенными из одной точки, измеряется **полуразностью** заключенных внутри него дуг

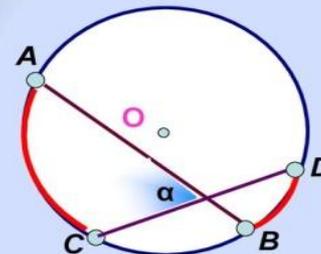
Угол между двумя секущими, проведенными из одной точки



$$\alpha = \frac{1}{2} (\cup CE - \cup BD)$$

Угол между двумя секущими, проведенными из одной точки, измеряется **полуразностью** заключенных внутри него дуг

Угол между двумя пересекающимися хордами



$$\alpha = \frac{1}{2} (\cup AC + \cup BD)$$

Угол между двумя пересекающимися хордами измеряется **полусуммой** заключенных между ними дуг

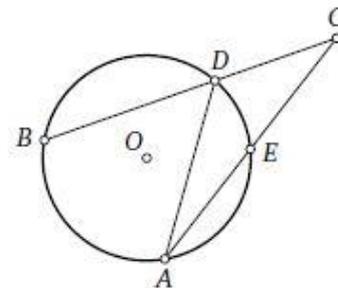


21) Окружность пересекает стороны угла величиной  $33^\circ$  с вершиной  $C$  в точках  $A$ ,  $E$ ,  $D$  и  $B$ , как показано на рисунке. Найдите угол  $ADB$ , если угол  $EAD$  равен  $22^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

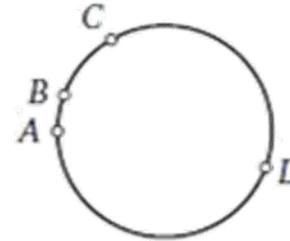
**Решение.** Рассмотрим треугольник  $ACD$ . Угол  $ADB$  является для него внешним при вершине  $D$ , значит, он равен сумме двух других углов треугольника, не смежных с ним:

$$\angle ADB = \angle C + \angle EAD = 33^\circ + 22^\circ = 55^\circ.$$

**Ответ:** 55.



22) Точки А, В, С и D, последовательно расположенные на окружности в указанном порядке, делят ее на четыре дуги, градусные меры которых относятся как 1:2:7:8 (дуга АВ – наименьшая). Найдите градусную меру дуги BD, содержащей точку С.



Решение:  $1+2+7+8=18$  частей

$360 : 18 = 20$  (градусов) – в одной части

Дуга  $BD = BC + CD$

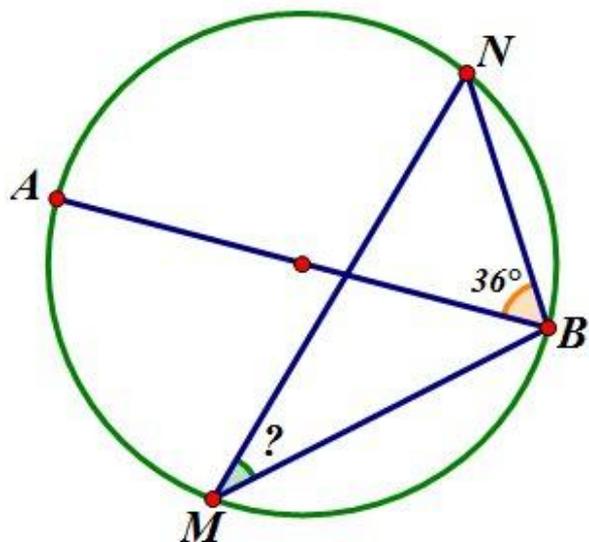
$BD = 2+7=9$

$BD = 9 \cdot 20 = 180$  (градусов)

Ответ 180

23)

(№ 324675) На окружности по разные стороны от диаметра  $AB$  взяты точки  $M$  и  $N$ . Известно, что  $\angle NBA = 36^\circ$ . Найдите угол  $NMB$ . Ответ дайте в градусах.



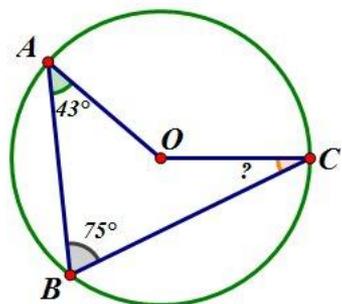
**Решение.**  $\angle NMB$  опирается на дугу  $NB$ . Найдем величину этой дуги.  $\angle NBA$  опирается на дугу  $NA$ . Вписанный угол равен половине величины дуги, на которую он опирается, следовательно,  $NA = 36 \cdot 2 = 72$ .  $AB$  – диаметр окружности, поэтому градусная мера дуги  $ANB$  равна  $180$ . отсюда дуга  $NB = 180 - 72 = 108$ . Тогда  $\angle NMB = 108 : 2 = 54$ .

**Ответ:** 54.

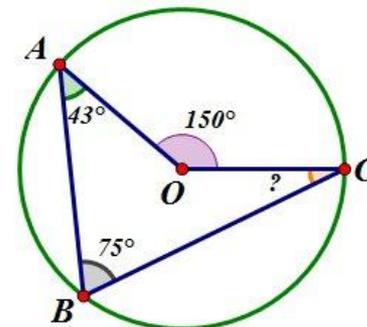


(№ 324676) Точка  $O$  — центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Известно, что  $\angle ABC = 75^\circ$  и  $\angle OAB = 43^\circ$ . Найдите угол  $BCO$ . Ответ дайте в градусах.

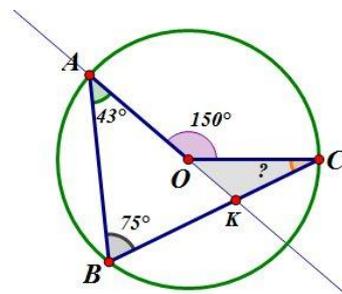
24)



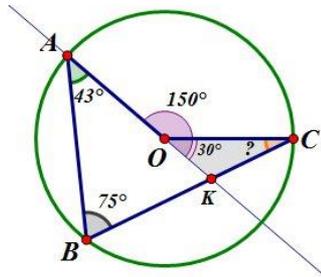
**Решение.** Центральный угол  $AOC$  опирается на ту же дугу, что и вписанный угол  $ABC$ , следовательно,  $\angle AOC = 2 * \angle ABC = 2 * 75 = 150$ .



Проведем прямую  $AO$  и обозначим точку пересечения  $AO$  и  $BC$  буквой  $K$ , тогда  $\angle AOC + \angle KOC = 180$  (по свойству смежных углов), отсюда  $\angle KOC = 180 - 150 = 30$ . Угол  $OKC$  — внешний угол треугольника  $ABK$ , он равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним.  $\angle OKC = \angle OAB + \angle ABC$ , тогда



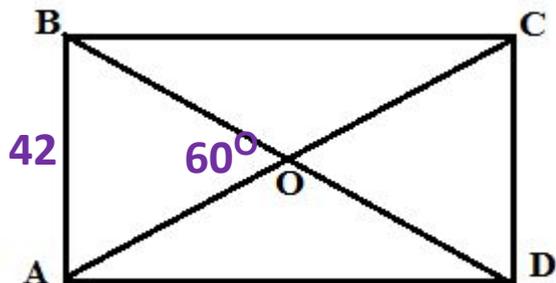
по теореме о сумме углов треугольника  $\angle BCO = \angle KCO = 180 - 118 - 30 = 32$ .



**Ответ: 32.**



Меньшая сторона прямоугольника равна 42, диагонали пересекаются под углом  $60^\circ$ . Найдите диагонали прямоугольника.



Диагонали прямоугольника равны,  $AC = AD$ .

Диагонали пересекаясь делятся пополам,  $AO=BO=CO=DO$ .

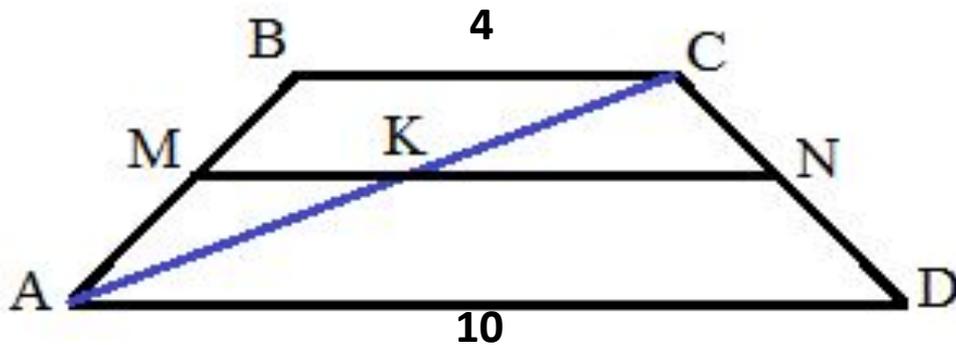
В  $\triangle AOB$ ,  $\angle B = \angle A = (180-60) / 2 = 60$ ,

следовательно  $\triangle AOB$  – равносторонний,  $AO=BO = 42$

$AC = 42 * 2 = 84$ .

**Ответ: 84.**

Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



$MN$  – средняя линия трапеции

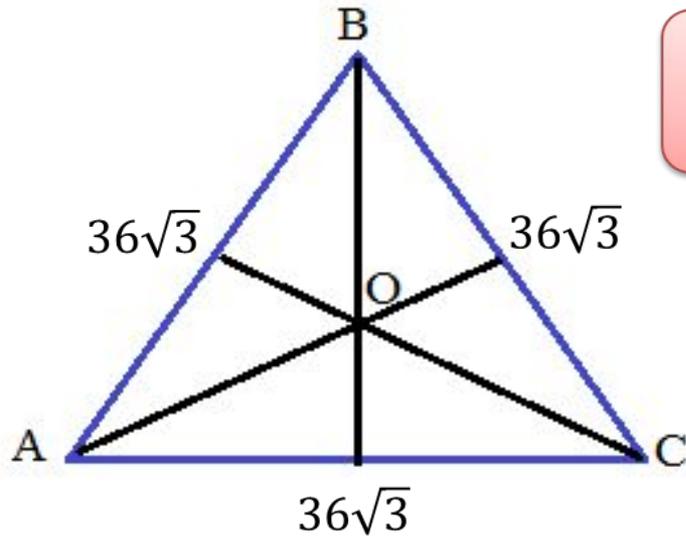
$NK$  – средняя линия  $\triangle ACD$

Средняя линия треугольника равна половине его основания.

$$NK = AD / 2 = 10 / 2 = 5$$

**Ответ: 5.**

Сторона правильного треугольника равна  $36\sqrt{3}$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

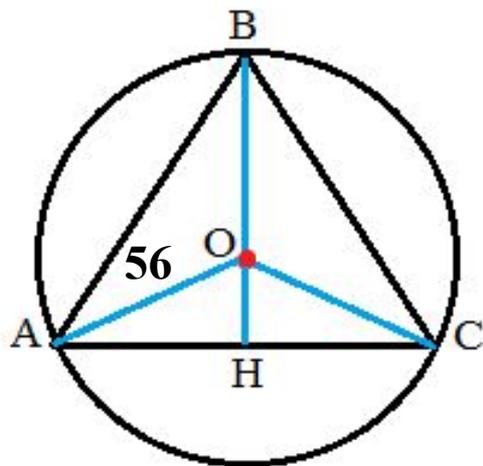


$R = a/\sqrt{3}$ ,  
где  $a$  – сторона правильного треугольника

$$R = a/\sqrt{3} = 36\sqrt{3} / \sqrt{3} = 36$$

**Ответ: 36.**

Радиус окружности, описанной около правильного треугольника, равен 56. Найдите высоту этого треугольника.



$a = R\sqrt{3}$ ,  
где  $a$  — сторона правильного треугольника

$$AB = R\sqrt{3} = 56\sqrt{3}$$

$$AH = AC/2 = 56\sqrt{3} / 2 = 28\sqrt{3}$$

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{(56\sqrt{3})^2 - (28\sqrt{3})^2} = \sqrt{9408 - 2352} = \sqrt{7056} = 84$$

**Ответ: 84.**