

Математическая система Mathcad

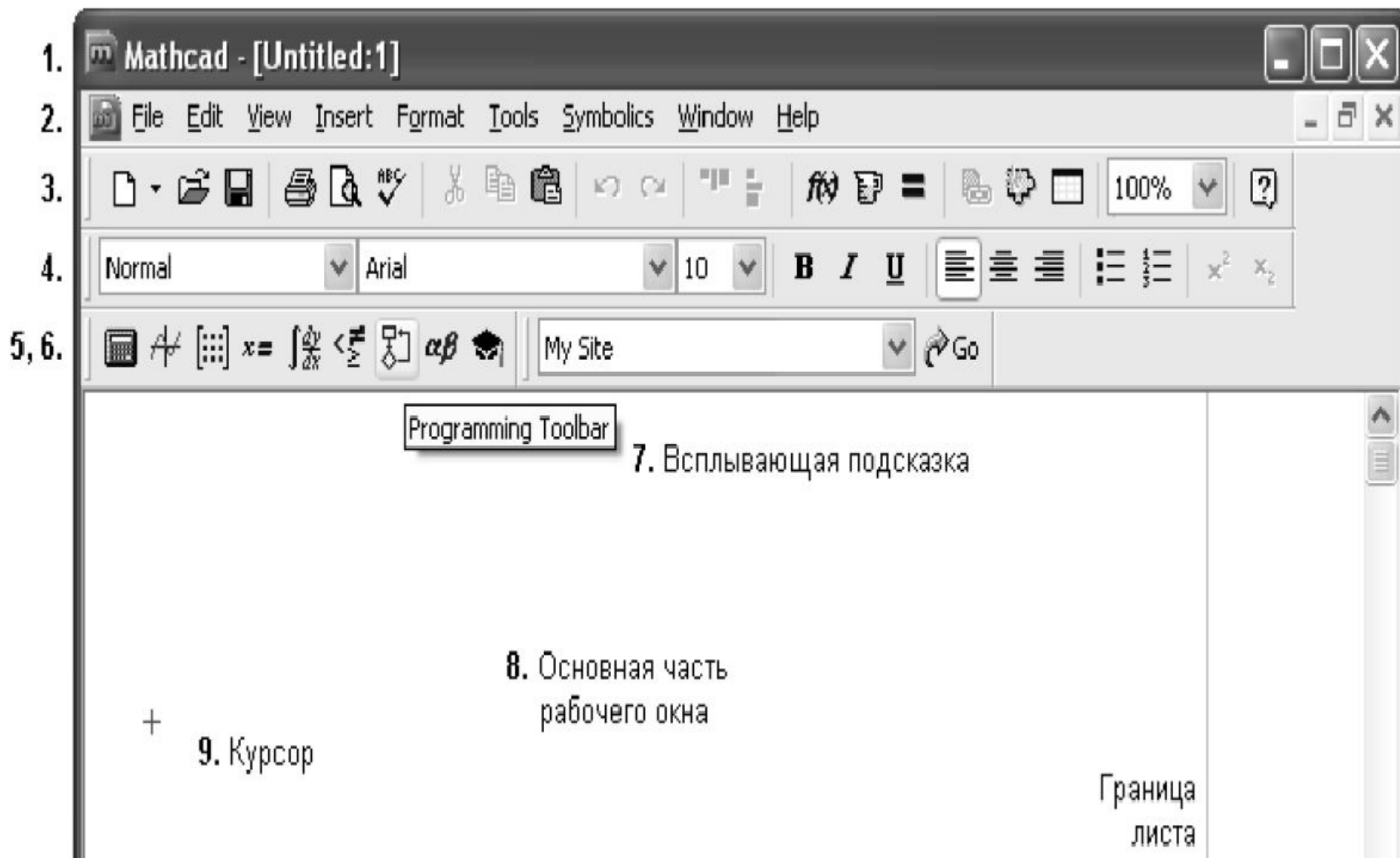
Компьютерные технологии
решения математических задач







1. Общая характеристика математической системы Mathcad

- Математическая система MathCAD - это высокоэффективный инструмент автоматизации численных и аналитических вычислений.
- Главная отличительная особенность системы MathCAD заключается в её входном языке, который максимально приближён к естественному математическому языку, используемому как в трактатах по математике, так и вообще в научной литературе.

- MathCAD объединяет в себе простой текстовый редактор, математический интерпретатор и графический процессор.
- Имеет возможности интерактивной работы с документами.
- Имеет возможности диалога с другими математическими системами.
- Имеет простой интерфейс и входной язык математических символов.

Интерфейс системы Mathcad



- Верхняя строка (1) окна включает заголовок с именем открытого документа, кнопки свертывания,    вертывания и закрытия документа.
- В строке (2) находится главное меню системы, предоставляющее доступ ко всем функциям и командам программы. В правом углу находятся кнопки управления    с открытым активным окном документа.
- **Standard** — стандартная панель инструментов (3)

- **Formatting** — панель форматирования (4)
- **Math** — панель математики (5)
- **Resources** — панель ресурсов (6).
- Кнопки инструментов имеют систему всплывающих подсказок (7).
- Основная часть рабочего окна (8) отводится под область ввода математических выражений, поясняющего текста, графиков и таблиц, наглядно представляющих результаты и исходные данные.

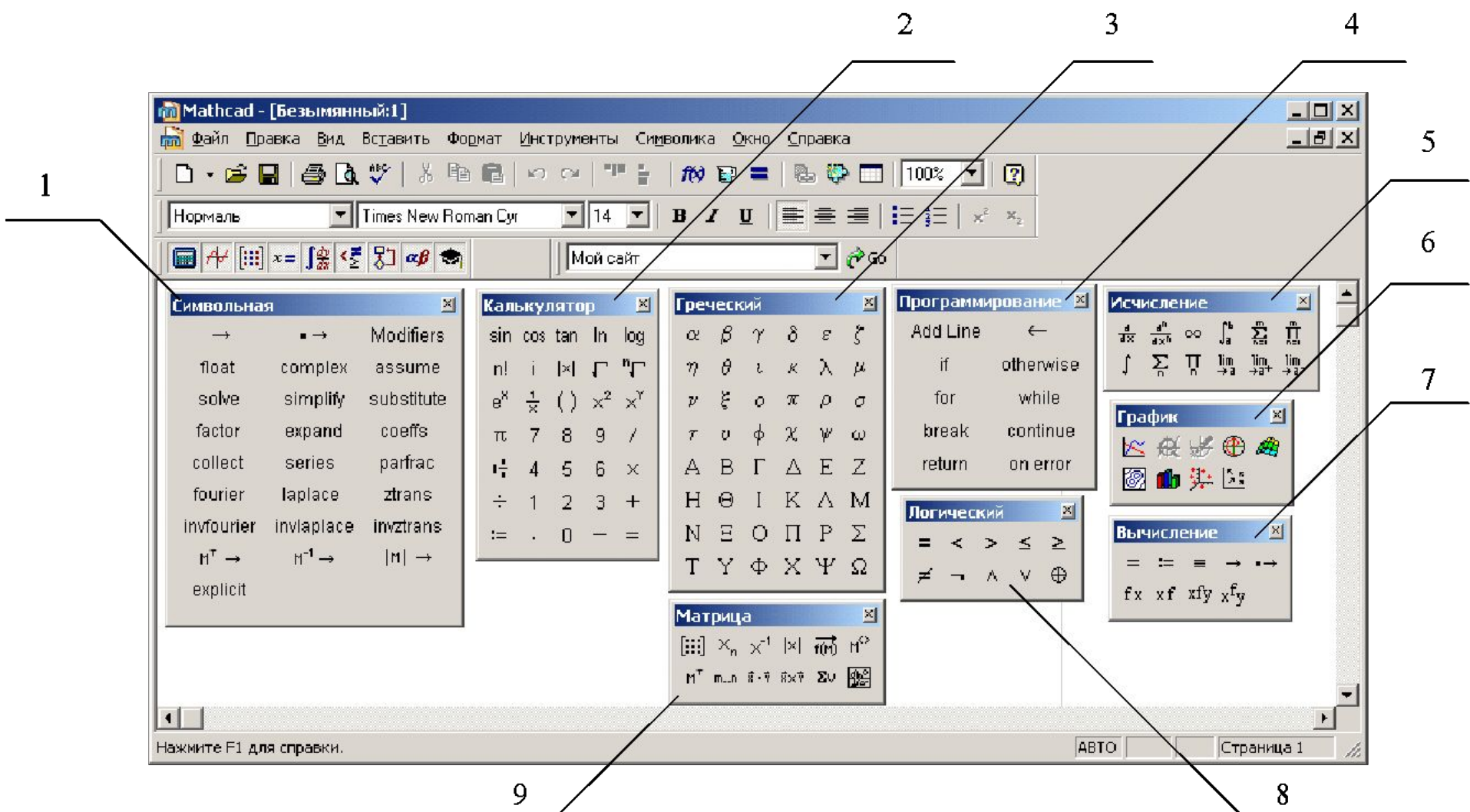
- На экране постоянно располагается небольшой курсор (9) начала области ввода математического выражения или текста. Он имеет вид красного крестика (+).
- Следует особо отметить наличие видимой тонкой вертикальной линии в правой части окна — границы листа, за которой начинается другой лист.
- Внизу и справа окно окаймлено полосами или линейками горизонтальной и вертикальной прокрутки (10).

При решении задач, связанных с расчетом, проектированием и исследованием и анализом процессов в технических системах самой используемой является панель **Math** с девятью кнопками вывода панелей (палитр) с командами соответствующей тематики.

Математическая панель MathCAD содержит:

- 1 - панель символьных вычислений;*
- 2 – панель калькулятора;*
- 3 – панель символов греческого алфавита;*
- 4 – панель программирования;*
- 5 – панель математического анализа;*
- 6 – панель графиков;*
- 7 – панель вычисления;*
- 8 – панель логических операций;*
- 9 – панель матриц.*

Математическая панель MathCAD



- Панель символьных вычислений (1) содержит команды символьного процессора, позволяющего в символьном виде решать такие задачи, как упрощение выражений, решение нелинейных уравнений, разложение выражений на множители, разложение в ряд Тейлора, прямые и обратные преобразования Лапласа, Фурье и z-преобразование.
- Панель калькулятора (2) позволяет быстро набрать и посчитать алгебраические и тригонометрические численные выражения.

- Панель символов греческого алфавита (3) позволяет использовать в математических выражениях привычные обозначения переменных.
- Панель программирования (4) позволяет производить с обрабатываемыми данными стандартные алгоритмические процедуры с применением операторов условного и безусловного циклов, операторов условного перехода и других типовых операторов.

- Панель математического анализа (5) содержит процедуры, позволяющие находить пределы, суммы, производные, интегралы выражений.
- Панель графиков (6) позволяет индицировать полученные промежуточные и итоговые результаты в виде плоских и трёхмерных графиков в декартовой и полярной системах координат.

- Панель вычислений (7) позволяет производить операции локального и глобального присваивания, вывод результатов вычислений в численном и символьном формате.
- Панель логических операций (8) позволяет эффективно составлять логические выражения, что часто используется при обработке данных.
- Панель матриц (9) содержит все самые необходимые для работы с матрицами процедуры.

Типовые задачи

- При расчете, проектировании, анализе режимов работы и синтезе электромеханических и энергетических систем можно выделить ряд типовых задач, для решения которых, используя возможности системы MathCAD, составляются:

- расчетные математические модели, представляющие собой набор определенного числа обычных расчетных формул;
- определенного вида программы для расчета частотных, логарифмических и переходных характеристик;
- математические модели типовых звеньев систем автоматического управления;
- программы для определения параметров и построения области устойчивости работы электромеханических и энергетических систем.

Алгоритм составления программ и моделей

- При использовании системы MathCAD необходимо соблюдать определенный алгоритм при составлении программ и моделей, где обязательно должны быть в указанном порядке:
- блок исходных данных для всех без исключения расчетных и математических моделей;

- блок формирования матриц, дополнительных расчетных данных, начальных условий;
- блок прямого расчета с итерационными циклами, или вычисление вектора неизвестных переменных x_i на очередном шаге;
- вывод результатов расчета и моделирования.
- анализ полученных результатов расчета и моделирования

Набор математических СИМВОЛОВ

- При формировании исходных и дополнительных расчетных данных пользуются операцией задания переменных и вычисления значений функций.
- Так, например, при задании переменной $x = 1$ и вычислении значений функции $\sin(x)$ можно воспользоваться вводом с клавиатуры.
- Нажимая, на клавишу x получают на экране *Изображение*, т.е. реализован процесс *Ввод имени переменной*.

- Следующие действия – *Ввод символа присваивания $\dot{=}$* и указание значения переменной или математического выражения для вычисления функции.
- Фиксация ввода нажатием клавиши *Enter*.
- Для вычисления значения функции осуществляют операцию *Ввод знака вывода (=)*, т.е указывают имя переменной и нажимают клавишу знака равенства и для завершения операции вычисления клавишу *Enter*.

Пример выполнения данных операций в системе MathCAD имеет следующий вид:

- Исходные данные

$$x := 1$$

- Ввод функции

$$\sin(x)$$

- Решение

$$\sin(x) = 0.841$$

Формирование векторов и матриц

- Формирование векторов и матриц осуществляют, используя панель ***Matrix...*** (Матрицы).
- Эта операция обеспечивает задание векторов и матриц.
- При этом матрица является заданным своим именем объектом в виде массива данных MathCAD (одномерные массивы — векторы и двумерные — собственно матрицы).

- Матрица характеризуется числом строк (*Rows*) и числом столбцов (*Columns*). Таким образом, число элементов матрицы или ее размерность равны

Rows x Columns.

- Элементами матриц могут быть числа, константы, переменные и даже математические выражения.
- Соответственно, матрицы могут быть численными и символьными.

Примеры вывода

Шаблоны матрицы и вектора

$$\begin{bmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \end{bmatrix}$$

Пример матричной операции

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 & 12 \\ 14 & 16 & 18 \end{bmatrix}$$

Пример операции с вектором

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot 10 = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{bmatrix}$$

Примеры вывода элементов
матриц и векторов

$$M := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

$$M_{0,0} = 1$$

$$M_{2,2} = 8$$

$$M_{0,2} = 3$$

$$M_{0,1} = 2$$

Графика в системе MathCAD

- MathCAD позволяет легко строить двух- и трехмерные гистограммы, двумерные графики в декартовых и полярных координатах, трехмерные графики поверхностей, линии уровня поверхностей, изображения векторных полей, пространственные кривые.

Способы построения графиков

- Существует три способа построения графиков в системе MathCAD:
 1. можно воспользоваться позицией Главного меню **Insert**, выбрав команду **Graph** и в раскрывающемся списке - тип графика;
 2. выбрать тип графика на наборной панели **Graph**, которая включается кнопкой на панели **Math**;
 3. воспользоваться быстрыми клавишами (они предусмотрены не для всех типов графиков).

График функции $y = f(x)$

- При выполнении команды **Inset -> Graph -> Plot** в документ помещается рамка-шаблон с двумя незаполненными ячейками для построения графика. (Клавиша [@]).
- В ячейке, расположенной под осью абсцисс, указывается независимая переменная x . Ее следует определить заранее как переменную, принимающую значения из промежутка (ранжированная переменная).

Исходные данные

Определение функции

$$f(x) := \sin(x)$$

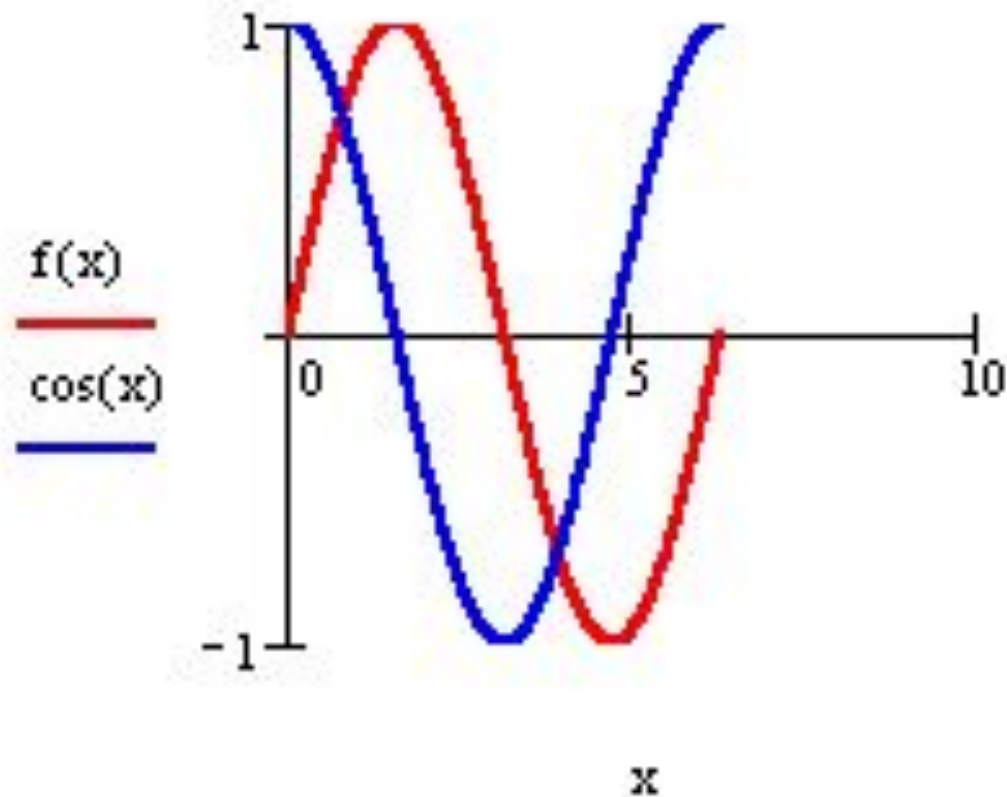
Определение шага и промежутка
изменения независимой переменной

$$x \in [0, 0.01..2].$$

- В ячейке рядом с осью ординат необходимо задать функцию $f(x)$, график которой мы хотим построить. Если эта функция была определена заранее, то в ячейку достаточно ввести $f(x)$, в противном случае следует ввести изображаемую функцию в явном виде (например, $\cos(x)$).

Результат решения

$f(x) := \sin(x)$ $x := 0, 0.01 \dots 2 \cdot \pi$



Примечание

- После ввода x и $f(x)$ в графической области появятся еще четыре ячейки, которые не обязательно заполнять. MathCAD автоматически находит подходящие значения для x_{min} , x_{max} , y_{min} , y_{max} . Если же предлагаемые MathCAD значения вас не устраивают, вы можете задать свои.
- В MathCAD существует возможность строить график функции, не задавая предварительно промежуток изменения независимой переменной. По умолчанию этот промежуток принимается равным $[-10, 10]$.

Операторы и функции системы

- Системообразующими элементами входного языка Mathcad являются операторы и функции.
- Оператор обозначается одним или последовательностью символов и инициирует в среде Mathcad определенное математическое действие или операцию.

- Функция, в отличие от операторов, имеет собственное имя, вслед за которым открываются скобки, а в скобках приводится список аргументов.
- Функция возвращает вычисленное значение, соответствующее указанному набору аргументов.
- Если на символе оператора или на имени функции, введенных в рабочий документ Mathcad, установить курсор и нажать клавишу <F1>, то открывается соответствующая страница справки с пояснениями.

Операторы Mathcad

- Операторы Mathcad вводятся двумя способами: специальной клавишей или сочетанием клавиш либо кнопкой на одной из палитр панели ***Math***.
- В соответствии с выполняемыми действиями операторы Mathcad подразделяют на семь групп:
 1. **Операторы выражения;**
 2. **Арифметические операторы;**

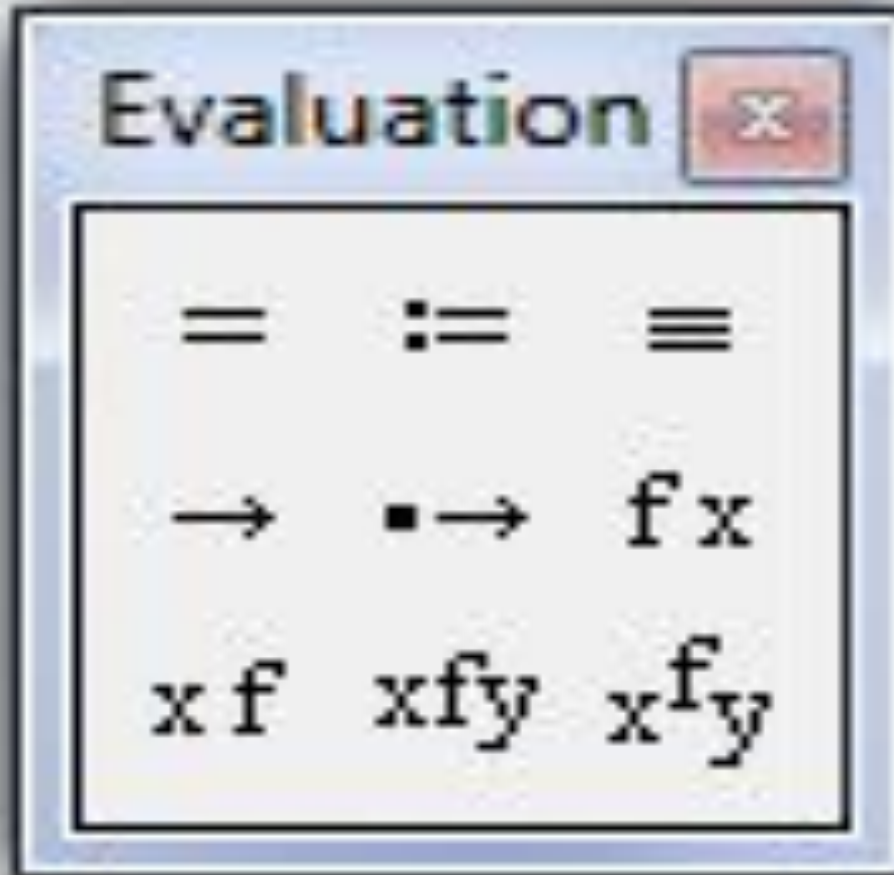
- 3. Расширенные арифметические операторы;**
- 4. Операторы отношения (логические операторы);**
- 5. Матричные операторы;**
- 6. Символьные операторы;**
- 7. Операторы программирования.**

Рассмотрим каждую группу операторов по отдельности.

Операторы выражения

- Операторы данной группы располагаются на панели ***Evaluation*** (Выражение).
- К ним относятся:
- Оператор численного вывода
- Оператор присваивания
- Оператор символьного вывода
- Оператор глобального присваивания

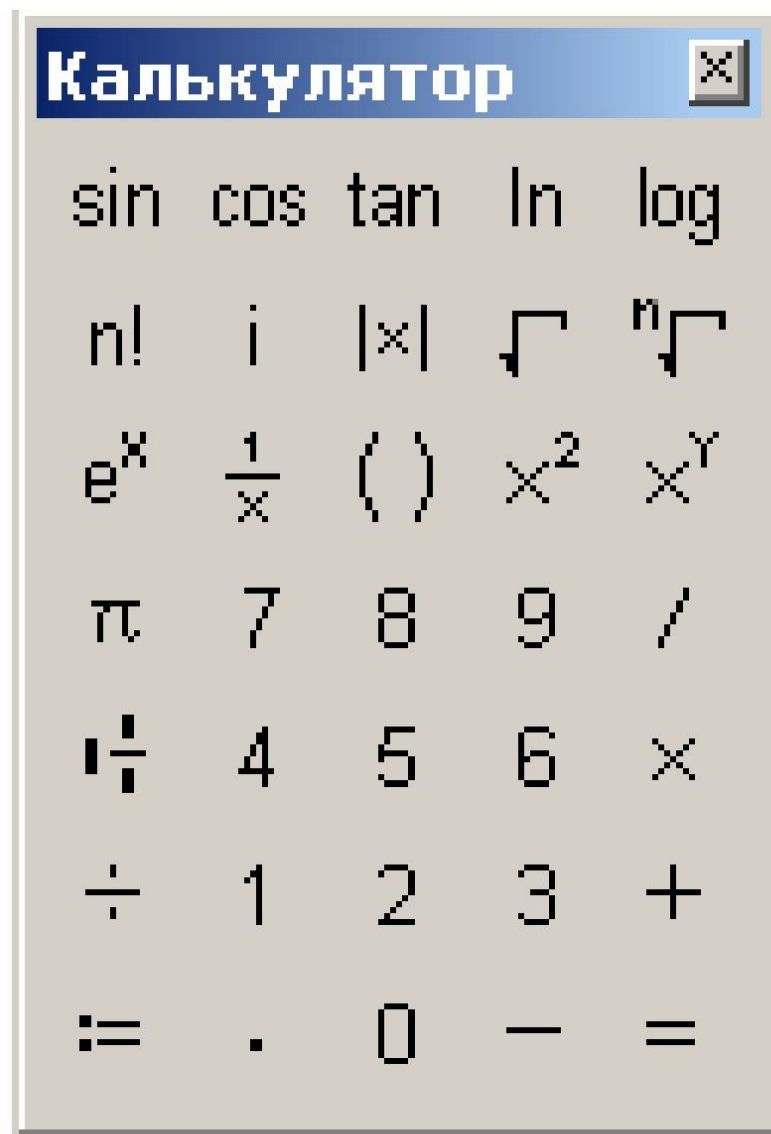
Панель *Evaluation* (Выражение).



Арифметические операторы

- Арифметические операторы предназначены для выполнения арифметических действий над численными величинами и конструирования математических выражений.
- Эти операторы находятся в математической панели ***Калькулятор (Calculator)***

Панель калькулятора.



Расширенные арифметические операторы

- Расширенные операторы предназначены для вычисления сумм, произведений, пределов, производных, интегралов и находятся в математической панели ***Исчисление (Calculus)***.
- Применение расширенных операторов существенно облегчает решение математических задач.
- Эти операторы используют как в числовых так и в символьных вычислениях

$$\frac{d}{dx} \quad \frac{d^n}{dx^n} \quad \infty \quad \int_a^b f(x) dx$$

$$\sum_{i=1}^n \quad \prod_{i=1}^n \quad \int f(x) dx \quad \sum_i$$

$$\prod_i \quad \lim_{x \rightarrow a} \quad \lim_{x \rightarrow a^+} \quad \lim_{x \rightarrow a^-}$$

Calculus



$$\frac{d}{dx}$$

$$\frac{d^n}{dx^n}$$

$$\infty$$

$$\int_a^b$$

$$\sum_{i=1}^n$$

$$\prod_{i=1}^n$$

$$\int$$

$$\sum_i$$

$$\prod_i$$

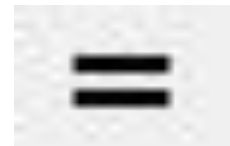
$$\lim_{x \rightarrow a}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+}$$

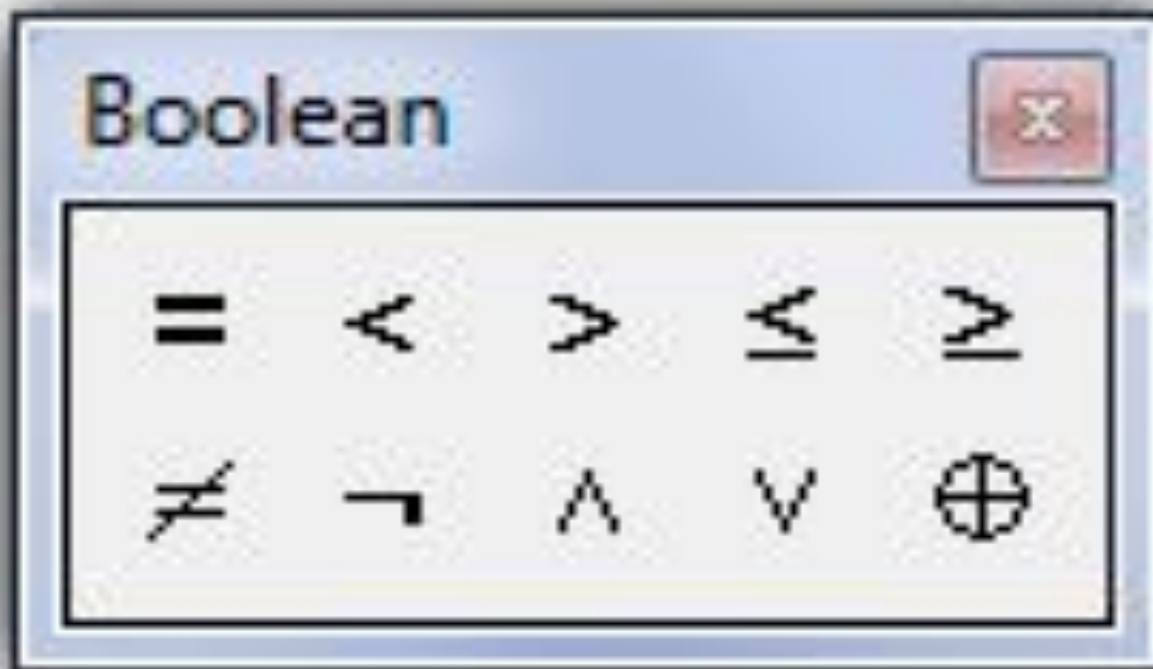
$$\lim_{x \rightarrow a^-}$$

Логические операторы

- Логические операторы используются при задании условий целого ряда задач. Расположены эти операторы на панели Boolean (Булевы).
- Всего в Mathcad имеется 10 таких операторов.
- Наиболее широко из них используется оператор логического равенства



Панель Boolean (Булевы).



- Он используется в выражениях уравнений при их решении с помощью операции **Solve (Решить)** или блока ***Given.....Find.***
- Операторы сравнения $<$, $>$, \leq , \geq используются при задании неравенства и написании алгоритмов.

Матричные операторы

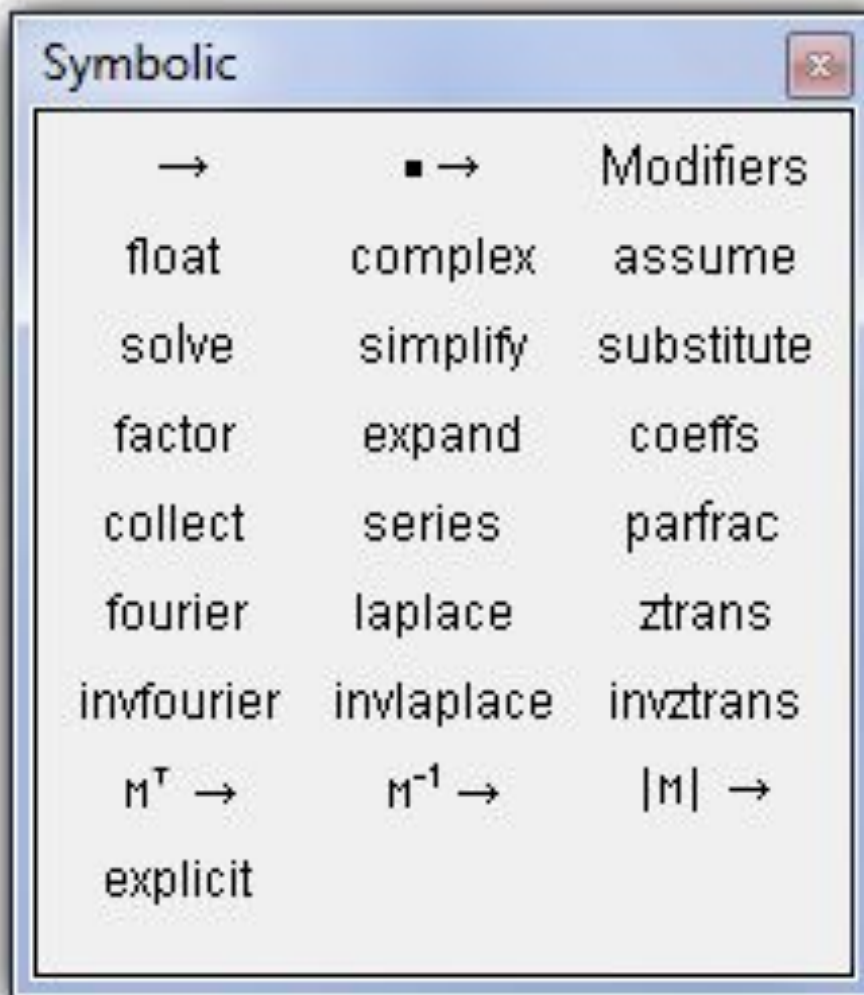
- Позволяют проводить основные матричные и векторные преобразования, расположены на панели ***Matrix*** (Матричные)



Символьные операторы

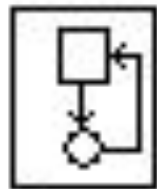
- Символьные операторы служат для выполнения целого ряда аналитических преобразований, таких как упрощение выражений, разложение на множители, замена переменных и многие другие.
- Расположены они на панели ***Symbolic*** (Символьные), и по количеству их гораздо больше чем операторов других типов – 21 оператор.

Панель *Symbolic* (Символьные)

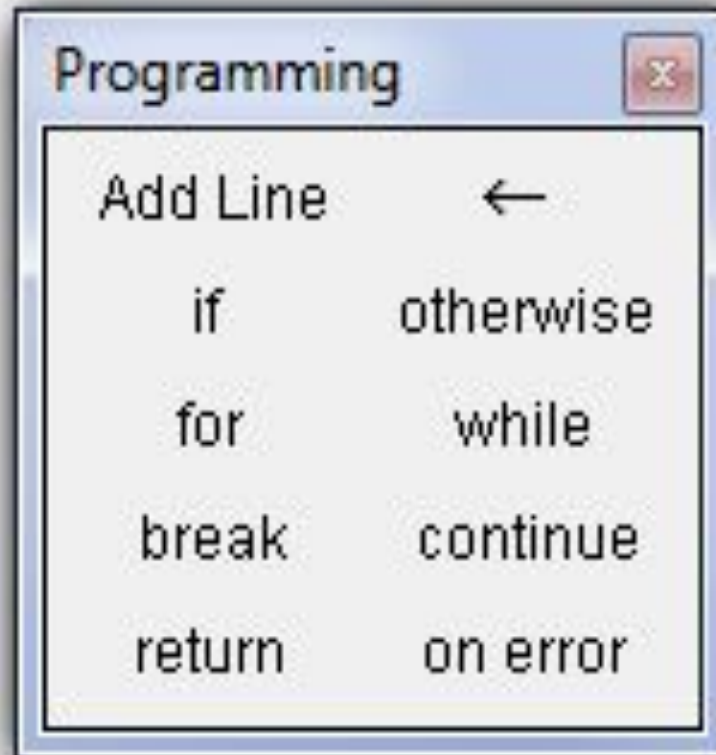


Операторы программирования

- Одна из важнейших возможностей системы Mathcad – программирование – реализуется благодаря наличию специальных операторов, расположенных на панели ***Programming*** (Программирование).
- Наборной панель программных элементов **Programming** включается кнопкой на панели **Math**.



панель *Programming* (Программирование).



- оператор **Add Line** создает новую строку программы (На экране появится вертикальная черта и пустая ячейка).
- оператор $\Gamma \leftarrow$ заивает значения локальной переменной.
- оператор *if* - *Условный оператор (оператор ветвления)if*;
- оператор **otherwise** обозначает оператор, который должен быть исполнен, если условие оператора *if* не выполняется.

- оператор **for** служит для организации циклов с фиксированным числом повторений (задается с помощью переменной *var* и записывается в виде $for\ var \in n_{min} \dots n_{max}$);
- оператор **while** служит для задания цикла типа "пока", т.е. цикл выполняется, пока действительно некоторое условие (записывается в виде `while Условие`);

- оператор ***break*** служит для прерывания программы всякий раз, как он встречается и используется совместно операторами ***if, for, while***, обеспечивая переход в конец цикла;
- оператор ***continue*** используется для продолжения работы после прерывания программы. Обычно он применяется совместно с операторами задания циклов ***while*** и ***for***, обеспечивая после прерывания возврат в начало цикла;

- оператор ***return*** прерывает выполнение программы и возвращает значение своего операнда, стоящего следом за ним, например при ***return 0 if x < 0*** будет возвращаться значение 0 при любом ***x < 0***;
- оператор ***on error*** является оператором обработки ошибок, позволяющим создавать конструкции обработчиков ошибок (оператор задается в виде **Выражение 1 on error** **Выражение 2**), т.е. если при выполнении выражения 1 возникает ошибка, то выполняется выражение 2.

Функции системы Mathcad

- Система MathCAD содержит расширенный набор встроенных элементарных и специальных функций, обращение к которым осуществляют через ***Insert (Function)*** или кнопкой **f_x** .
- Функции задаются своим именем и значением аргумента в круглых скобках.
- Аргумент и значение функций могут быть действительными или комплексными числами.

- Число встроенных функций Mathcad составляет несколько сотен и они для удобства распределены по тематическим группам.
- Всего в Mathcad 32 тематические группы.
- Их список, организованный в алфавитном порядке, расположен в окне ***Function Category*** (Категория функции).
- При выборе определенной категории функции ее содержание отразится в окне ***Function Name*** (Имя функции)

Insert Function



Function Category

- All
- Bessel
- Complex Numbers
- Curve Fitting and Smoothing
- Data Analysis
- Debugging
- Differential Equation Solving
- Expression Type
- File Access

Function Name

- acos
- acosh
- acot
- acoth
- acsc
- acsch
- addnoise
- Ai
- Aisc

acos(z)

Returns the angle (in radians) whose cosine is z. Principal value for complex z.



OK

Insert

Cancel

Функции системы Mathcad позволяют:

- Работать с элементарными тригонометрическими функциями;
- Осуществлять матричные вычисления;
- Упрощать выражения и реализовать алгебраические преобразования;
- Решать алгебраические уравнения и системы этих уравнений;
- Решать дифференциальные уравнения и системы этих уравнений.