

Тема №5

Задача 1

Задача 3

Задача 2

Задача 4

Задача 5

Задача 6

Задача 7

Задача 8

Задача 9

Теоретическое введение

Работа и мощность электрического тока

Работа электрического тока на участке цепи определяется формулой

$$A = IUt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

Для замкнутой цепи закон Ома имеет вид

$$I = \frac{E}{R + r},$$

где E – э.д.с. генератора,
 R – внешнее сопротивление,
 r – внутреннее сопротивление генератора.

Полная мощность, выделяемая в цепи

$$P = EI.$$



Задача 1

Имеются три 110-вольтовых электрических лампочки, мощности которых равны $P_1 = P_2 = 40$ Вт и $P_3 = 80$ Вт. Как надо включить эти лампочки, чтобы они давали нормальный накал при напряжении сети $U = 220$ В? Начертить схему. Найти токи I_1, I_2, I_3 , текущие через эти лампочки, при нормальном накале.



Задача 1

Дано:

$$P_1 = P_2 = 40$$

Вт

$$P_3 = 80 \text{ Вт}$$

$$U_0 = 220 \text{ В}$$

$$U = 110 \text{ В}$$

$I_1, I_2, I_3 - ?$

Решение:

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P}$$

$$P_3 = 2P_2$$

,

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_{\text{рез}}}$$

$$R_{\text{экв}} = R_3$$

$$IR_3 + Ir_{\text{экв}} = U_0 \quad I = \text{const} \quad 2U = U_0$$

$$U = \frac{U_0}{2} - \text{напряжение на лампочках}$$

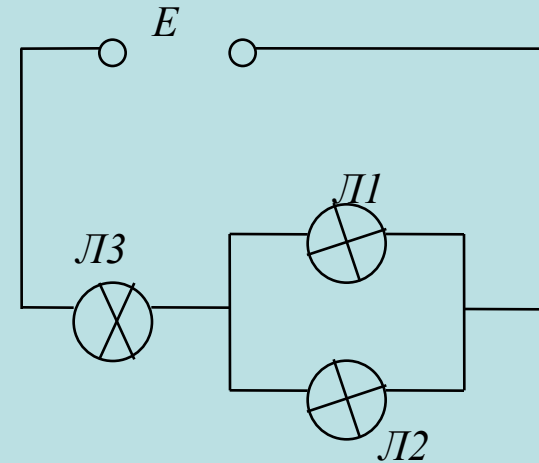
$$I = \frac{U}{R_3}$$

$$I = \frac{UP_3}{U^2} = \frac{P_3}{U}$$

$$I_3 = \frac{80}{110} = 0,73 \text{ (А)}$$

$$I_1 = I_2 = \frac{UP_2}{U^2} = \frac{P_2}{U}$$

$$I_1 = I_2 = \frac{40}{110} = 0,365 \text{ (А)}$$



Ответ: для нормального накала нити лампочки с предложенными эксплуатационными условиями токи на лампочках $L1, L2, L3$ соответственно равны $I_1 = I_2 = 0,365 \text{ А}$, $I_3 = 0,73 \text{ А}$.



Задача 2

В лаборатории, удаленной от генератора на расстояние $l = 100$ м, включили электрический нагревательный прибор, потребляющий ток $I=10$ А. На сколько понизилось напряжение U на зажимах электрической лампочки, горящей в этой лаборатории, если сечение медных проводящих проводов $S=5$ мм²?



Задача 2

Дано:

$$l=100 \text{ м}$$

$$I=10 \text{ А}$$

$$S=5 \text{ мм}^2$$

$$\rho = 0,017 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

$U - ?$

Решение:

$$R_{np} = \rho \frac{2l}{S}. \quad (1)$$

$$I_1 = I_2 = I$$

$$U_0 = U_{л1} + U_{np1} \Rightarrow U_{л1} = U_0 - U_{np1} = U_0 - I_1 R_{np}, \quad (2)$$

$$U_0 = U_{л2} + I_1 R_{np} + I_n R_{np}.$$

$$U_{л2} = U_0 - (I_1 + I_n) R_{np}. \quad (3)$$

$$\Delta U = U_{л2} - U_{л1},$$

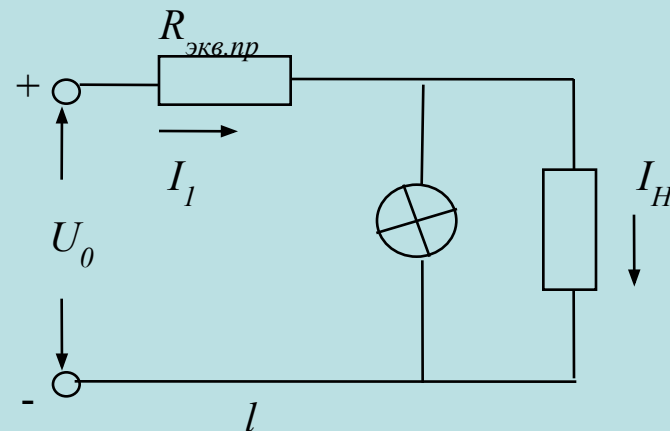
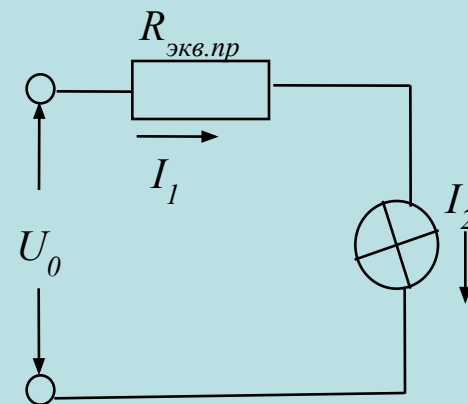
$$\Delta U = I_n R_{np}.$$

$$\Delta U = \frac{2 \rho l I_n}{S}.$$

$$\Delta U = \frac{10 \cdot 0,017 \cdot 10^{-6} \cdot 200}{5 \cdot 10^{-6}} = 6,8 \text{ (В)}$$

Ответ:

напряжение на зажимах лампочки понизится на $\Delta U = 6,8 \text{ В}$



Задача 3

От батареи с э.д.с. $E=500$ В требуется передать энергию на расстояние $l=2,5$ км. Потребляемая мощность $P=10$ кВт. Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных подводящих проводов $d=1,5$ см.



Задача 3

Дано:

$$E=500 \text{ В}$$

$$l=2500 \text{ м}$$

$$d=0,015 \text{ м}$$

$$P=10^4 \text{ Вт}$$

$$\rho = 17 \cdot 10^{-9} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

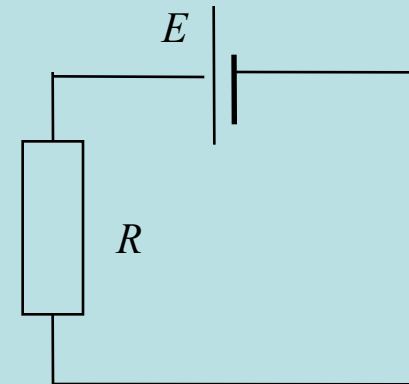
$$\Delta P - ?$$

Решение:

$$R = \rho \frac{2l}{S} \quad (1)$$

$$P = IE \Rightarrow I = \frac{P}{E} \quad (2)$$

$$\Delta P = I^2 R. \quad (3)$$



Подставляем (1) и (2) в (3), получаем

$$\Delta P = \left(\frac{P}{E}\right)^2 \rho \frac{2l}{S} \quad (4)$$

$$S = \pi R^2 = \frac{\pi d^2}{4} \quad (5)$$

где R – радиус сечения.

Подставим (5) в (4),

получаем

$$\Delta P = \left(\frac{P}{E}\right)^2 \rho \frac{2l}{\frac{\pi d^2}{4}} = \left(\frac{P}{E}\right)^2 \rho \frac{8l}{\pi d^2}. \quad \Delta P = \left(\frac{P}{E}\right)^2 \rho \frac{8l}{\pi d^2} = \left(\frac{10^4}{500}\right)^2 \cdot 17 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{8 \cdot 2500}{3,14 \cdot 0,015^2} = 193 \text{ (Вт)}$$

Ответ: минимальная потеря мощности в сети равна $\Delta P = 193 \text{ Вт}$.



Задача 4

Элемент с эдс $E=6\text{В}$ дает максимальный ток $I=3\text{А}$. Найти наибольшее количество теплоты, которое может быть выделено на внешнем сопротивлении в единицу времени.



Задача 4

Дано:

$$E=6 \text{ В}$$

$$I=3 \text{ А}$$

$$Q_{\tau} - ?$$

Решение:

$$I = \frac{E}{R+r} \quad \text{- 3-н Ома для полной цепи}$$

$$I_{\max} = \frac{E}{r} \Rightarrow r = \frac{E}{I_{\max}} \quad (1)$$

$$U = IR = \frac{ER}{R+r} = E - Ir \quad (2)$$

$$P = IU \quad (3)$$

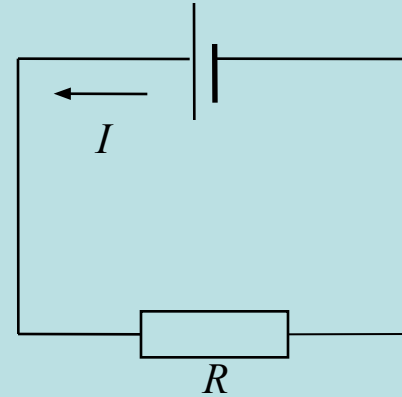
$$P(I) = P = I(E - Ir) = IE - I^2 r \quad (4)$$

$$P'(I) = E - 2Ir = 0$$

$$E - 2Ir \Rightarrow r = \frac{E}{2I} \quad (5)$$

$$P_{\max} = \frac{E}{2r} \left(E - \frac{E}{2r} r \right) = \frac{E}{2r} \frac{E}{2} = \frac{E^2}{4r}$$

$$P_{\max} = Q_{\tau} \frac{E^2 I_{\max}}{4E} = \frac{EI_{\max}}{4} = \frac{6 \cdot 3}{4} = 4,5 \text{ (Дж/с)}$$



Ответ:

наибольшее количество теплоты, которое может быть выделено на внешнем сопротивлении в единицу времени, составляет $Q_{\tau} = 4,5$ Дж/с.



Задача 5

На рисунке дана зависимость полезной мощности P от тока I цепи. По данным этой кривой найти внутреннее сопротивление r и эдс E элемента. Построить график зависимости от тока I в цепи кпд η элемента и падение потенциала U во внешней цепи.



Задача 5

Дано:

$$I_{\max} = 5 \text{ A}$$

$$P_{\max} = 5 \text{ Вт}$$

$r, E, \eta(I), U(I)$ -?

Решение:

$$P(I) = P = IU = \frac{U^2}{R} = IE - I^2 r \quad (1)$$

$$P'(I) = R$$

$$E - 2Ir = 0$$

$$I_{\max} = \frac{E}{2r} \quad (2)$$

$$P_{\max} = \frac{E}{2r} \left(E - \frac{E}{2r} r \right) = \frac{E^2}{4r} \quad (3)$$

Из графика видно, что $P_{\max} = 5 \text{ Вт}$, а сила тока при этом

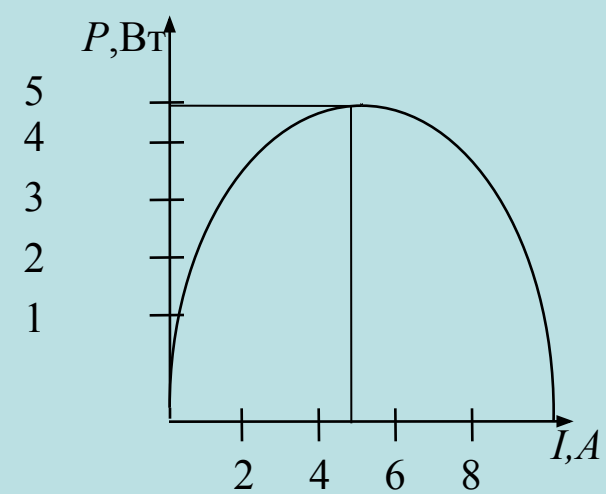
$I_{\max} = 5 \text{ A}$. Подставим эти значения в (2) и (3)

$$\begin{cases} I_{\max} = \frac{E}{2r} \\ P_{\max} = \frac{E^2}{4r} \end{cases}; r = \frac{E}{2I_{\max}}; \quad I_{\max} = \frac{E}{2r} = \frac{P_{\max}}{rI_{\max}} \Rightarrow r = \frac{P_{\max}}{I_{\max}^2} \quad (4)$$

$$P_{\max} = \frac{E^2}{4E} \cdot 2I_{\max} = \frac{EI_{\max}}{2} \quad E = \frac{2P_{\max}}{I_{\max}} \quad (5)$$

$$r = \frac{P_{\max}}{I_{\max}^2} = \frac{5}{25} = 0,2 \text{ (Ом)}$$

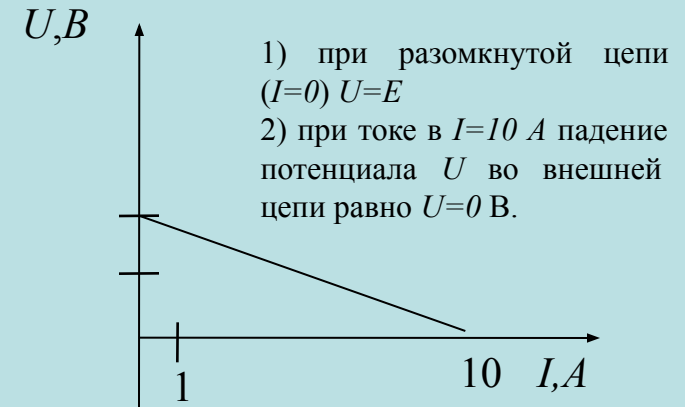
$$E = \frac{2P_{\max}}{I_{\max}} = \frac{2 \cdot 5}{5} = 2 \text{ (В)}$$



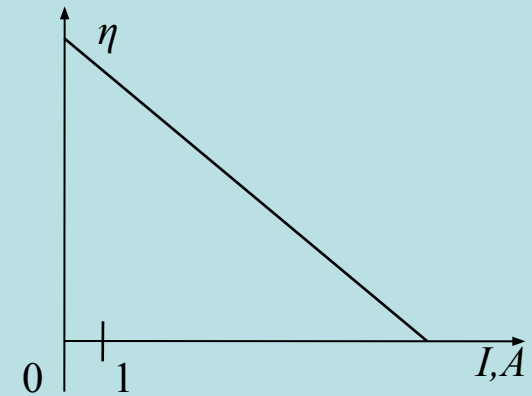
$$U = E - Ir \quad (6)$$

$$U(I) = \frac{P_{\max}}{I_{\max}} \left(2 - \frac{I}{I_{\max}} \right) \quad \eta = \frac{P_1}{P}$$

$$P_1 = UI \text{ и } P = EI$$



$$\eta = \frac{UI}{EI} = \frac{U}{E} = \frac{E - Ir}{E} = 1 - \frac{I}{E} r$$



Из графика видно, что при $R=0$ наступает короткое замыкание $I_k = \frac{E}{2}$

Ответ:

напряжения равны соответственно $U_1=0$ В, $U_2=1$ В, КПД источника соответственно равны $\eta_1=0\%$, $\eta_2=50\%$.

Задача 6

ЭДС батареи $E=120$ В, сопротивление $R_3=30$ Ом, $R_2=60$ Ом. Амперметр показывает ток $I = 2$ А. Найти мощность P , выделяющуюся в сопротивлении R_1 .



Задача 6

Дано:

$$E=120 \text{ В}$$

$$R_3=30 \text{ Ом}$$

$$R_2=60 \text{ Ом}$$

$$I=2 \text{ А}$$

$$P = ?$$

Решение:

$$P=UI \quad (1)$$

$$U_3=R_3I$$

$$I_1 + I_2 = I \quad (2)$$

$$U_{12}=E-U$$

$$U_{12}=\overset{3}{E}-R_3 \quad (3)$$

$$U_1 = U_2 = U_{12} \quad (4)$$

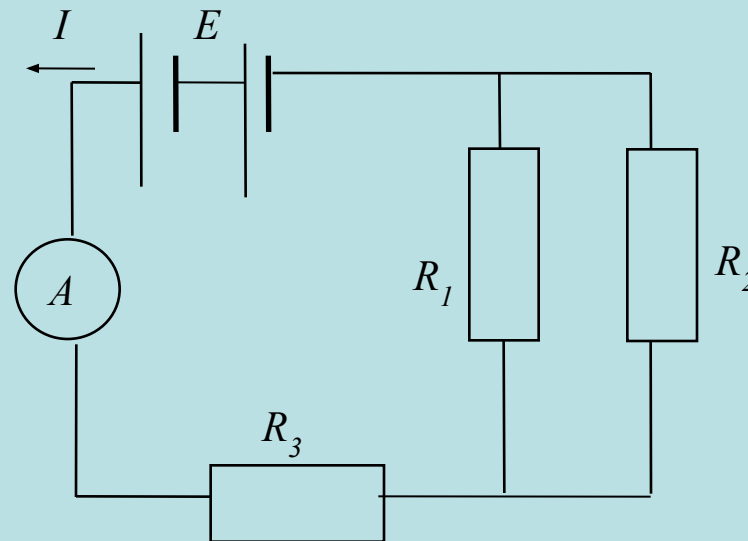
$$U_1 = R_1 I_1 \quad (5)$$

$$U_2 = R_2 I_2 \quad (6)$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} \quad (7)$$

$$\frac{U_2}{R_2} + I_1 = I \Rightarrow I_1 = I - \frac{U_2}{R_2} \quad P = \left(I - \frac{E - IR_3}{R_2} \right) (E - IR_3) = \left(2 - \frac{120 - 2 \cdot 30}{60} \right) \cdot (120 - 2 \cdot 30) = 60 \text{ Вт}$$

Ответ: мощность, выделяемая в сопротивлении R_1 , составляет $P=60$ Вт.



Задача 7

Две электрические лампочки с сопротивлениями $R_1=360$ Ом и $R_2=240$ Ом включены в сеть параллельно. Какая из лампочек потребляет большую мощность и во сколько раз?



Задача 7

Дано:

$$R_1 = 360 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 240 \text{ Ом}$$

$$\frac{P_2}{P_1} \text{ - ?}$$

Решение:

$$P = \frac{U^2}{R}$$

$$U_1 = U_2 = U$$

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1} \quad (1)$$

$$P_2 = \frac{U^2}{R_2} \quad (2)$$

Найдем отношение $\frac{P_2}{P_1}$, разделив почленно формулу (1) и (2). Получаем

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{U^2 R_1}{R_2 U^2} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{360}{240} = 1,5$$

Ответ: В 1,5 раза большую мощность потребляет лампочка с меньшим сопротивлением.



Задача 8

Какую мощность P потребляет нагреватель электрического чайника, если объем $V = 1$ л воды закипает через время $\tau = 5$ мин? Каково сопротивление R нагревателя, если напряжение в сети $U = 120$ В? Начальная температура воды $t_0 = 13,5^\circ\text{C}$.



Задача 8

Дано:

$$t_0 = 13,5^\circ\text{C}$$

$$t = 100^\circ\text{C}$$

$$\tau = 5 \text{ мин}$$

$$U = 120 \text{ В}$$

$$V = 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$c = 4190 \text{ Дж/кг}\cdot^\circ\text{C}$$

$$\rho = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$P, R - ?$

Решение:

$$Q = mc(t - t_0) \quad (1)$$

$$Q = P\tau \quad (2)$$

приравняв выражения (1) и (2), получаем

$$mc(t - t_0) = P\tau$$

$$P = \frac{mc(t - t_0)}{\tau} \quad (3)$$

$$P = \frac{U^2}{R} \quad (4)$$

Подставим (4) в (3),

$$\frac{U^2}{R} = \frac{mc(t - t_0)}{\tau} \Rightarrow R = \frac{U^2\tau}{mc(t - t_0)} \quad (5)$$

Перепишем формулы (3) и (5) с учетом формулы, $m = \rho V$:

$$P = \frac{\rho V c (t - t_0)}{\tau} \quad R = \frac{U^2 \tau}{\rho V c (t - t_0)}$$

$$P = \frac{10^3 \cdot 10^{-3} \cdot 4190 \cdot (100 - 13,5)}{300} = 1,2 \cdot 10^3 \text{ Вт}$$

$$R = \frac{120^2 \cdot 300}{10^3 \cdot 10^{-3} \cdot 4190 \cdot (100 - 13,5)} = 12 \text{ (Ом)}$$



Ответ:

нагреватель электрического чайника потребляет мощность $P = 1,2$ кВт, а сопротивление R нагревателя равно $R = 12$ Ом.



Задача 9

Нагреватель электрического чайника имеет две секции. При включении одной из них вода в чайнике закипает через $\tau_1=15$ мин, при включении другой – через $\tau_2=30$ мин. Через какое время закипит вода в чайнике, если включить обе секции: а) последовательно; б) параллельно?



Задача 9

Дано:

$$\tau_1 = 15 \text{ мин}$$

$$\tau_2 = 30 \text{ мин}$$

$$\tau_a, \tau_b - ?$$

Решение:

$$Q = \frac{U^2}{R} \tau \quad (1)$$

$$Q = \frac{U^2 \tau}{R_{\text{экв. посл.}}} \quad Q = \frac{U^2 \tau}{R_{\text{экв. парал.}}}$$

Приравняв отношения $\frac{Q}{U^2}$

$$\frac{\tau_1}{R_1} = \frac{\tau_2}{R_2} = \frac{\tau_a}{R_{\text{экв. посл.}}} = \frac{\tau_b}{R_{\text{экв. парал.}}} \quad (2)$$

1) Рассмотрим отношение

$$\frac{\tau_1}{R_1} = \frac{\tau_b}{R_{\text{экв. парал.}}} \Rightarrow \tau_b = \frac{\tau_1}{R_1} R_{\text{экв. парал.}}$$

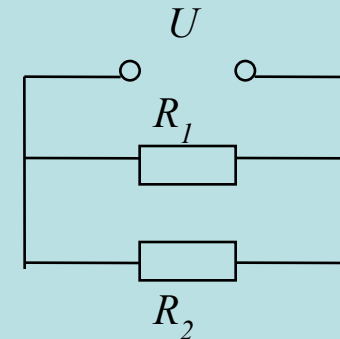
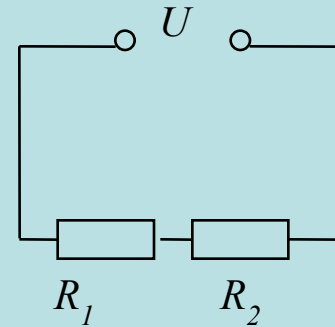
$$R_{\text{экв. парал.}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \tau_b = \frac{\tau_1}{R_1} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \tau_1 \left(\frac{R_1 + R_2}{R_2} \right)^{-1} = \tau_1 \left(\frac{R_1}{R_2} + 1 \right)^{-1}$$

$$\text{Из соотношений (2)} \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{\tau_1}{\tau_2} \quad \tau_b = \tau_1 \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} + 1 \right)^{-1} = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$$

2) Рассмотрим отношение

$$\frac{\tau_1}{R_1} = \frac{\tau_a}{R_{\text{экв. посл.}}} \Rightarrow \tau_a = \frac{\tau_1}{R_1} R_{\text{экв. посл.}} \quad (3) \quad R_{\text{экв. посл.}} = R_1 +$$

$$\text{Из соотношений (2)} \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{\tau_2}{\tau_1} \quad \tau_a = \tau_1 \left(1 + \frac{\tau_2}{\tau_1} \right) = \tau_1 + \tau_2 \quad \tau_a = \tau_1 + \tau_2 = 15 + 30 = 45 \text{ мин}$$



$$\tau_b = \frac{15 \cdot 30}{15 + 30} = 10 \text{ мин}$$



Ответ:

при последовательном и параллельном соединениях нагревателей время, необходимое для закипания, составляет соответственно $\tau_a = 45$ мин, $\tau_b = 10$ мин.

