

Черкаський державний
технологічний університет

Дисципліна “Інформаційні технології математичного аналізу систем”

Лекція 2



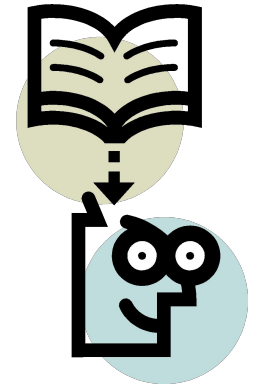
Тема: “Системний підхід до
розв’язування складних
задач”

Викладач: Герасименко І. В.



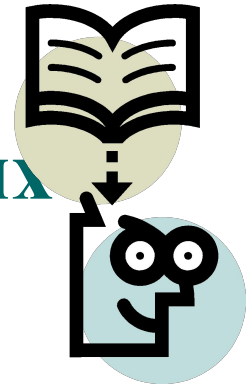
Питання:

- 1. Приклади виробничих, економічних і технічних складних задач.**
- 2. Сутність системного підходу до розв'язування складних задач. Основні поняття.**
- 3. Основні етапи розв'язування складних задач з використанням інформаційних технологій.**
- 4. Моделі і моделювання та їх класифікація.**
- 5. Приклад застосування системного підходу.**



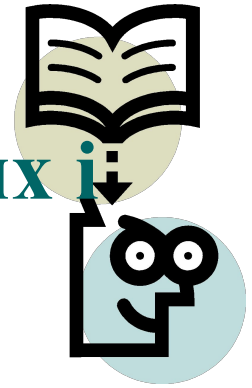
1. Приклади виробничих, економічних і технічних складних задач

- **Задача найкращого наближення функцій,**
- **Задача про оптимальний вибір параметрів обчислювальних процесів,**
- **Задача наближеного розв'язування систем нелінійних рівнянь та нерівностей.**



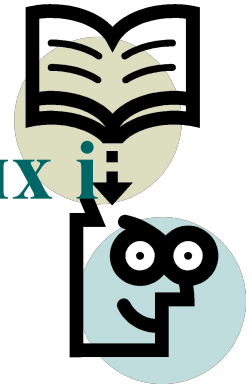
1. Приклади виробничих, економічних та технічних складних задач.

- **Задача управління системою гідроелектростанцій і водосховищ з метою отримання максимальної кількості електроенергії,**
- **Задача про космічний політ з однієї точки простору в іншу якнайшвидше або з найменшими витратами енергії,**
- **Задача розміщення програмних модулів у багаторівневій пам'яті ЕОМ з метою мінімізації середнього часу розв'язування задач заданого класу,**
- **Задача про проектування комп'ютерної мережі підприємства,**



1. Приклади виробничих, економічних і технічних складних задач

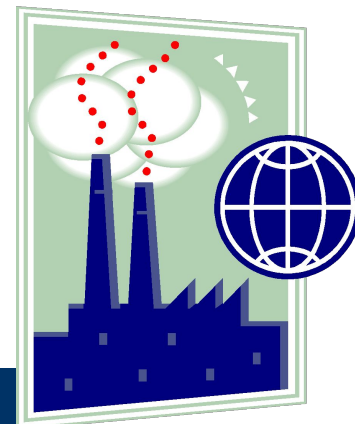
- **Задача організації виробництва з метою отримання максимального прибутку при заданих обмеженнях на ресурси (задача про оптимальний прибуток),**
- **Задача оптимізації міжгалузевих зв'язків економічного регіону, з метою ефективного зниження загальних витрат людської праці та технічних і енергетичних ресурсів,**
- **Задача про оптимізацію перевезень вантажів між базами продукції і базами споживачів з метою зниження вартості перевезень (транспортна задача),**



1. Приклади виробничих, економічних і технічних складних задач.

- **Задача визначення оптимальних кормових раціонів худоби у сільському господарстві,**
- **Задача на визначення оптимальної структури посівних площ,**
- **Задача про раціональний розкрій матеріалів з метою економії сировини,**
- **Задача міжгалузевого балансу,**
- **Задача оптимального міжгалузевого балансу,**
- **Задача про призначення персоналу (обладнання).**

Приклад 1.



Машинобудівний завод виготовляє 3 види продукції: візок вантажний гідравлічний; штабелер вантажний гідравлічний, кран гідравлічний. Ціни на цю продукцію становлять: візок вантажний гідравлічний – **1040** у.о.; штабелер вантажний гідравлічний – **2750** у.о.; кран гідравлічний – **5200** у.о., а *видатки* відповідно – **520** у.о., **1900** у.о. і **4600** у.о. Для виготовлення цієї продукції використовуються метал і шестерні. Норми витрат цих матеріалів на одиницю продукції, їх записи та середньомісячний попит на продукцію подано в таблиці.

Приклад 1.



Візок вантажний гідравлічний

Кран гідравлічний



**Штабелер вантажний
гідравлічний**

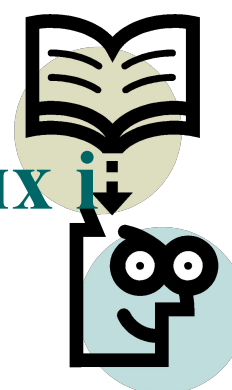




Таблиця вхідних даних

Матеріали	Норми витрат на один виріб			
	Візок	Штабелер	Кран	Запаси
Метал (кг)	30	100	170	8400
Шестерні (шт)	4	12	8	800
Середньомісячний попит (шт)	0-100	0-40	0-30	

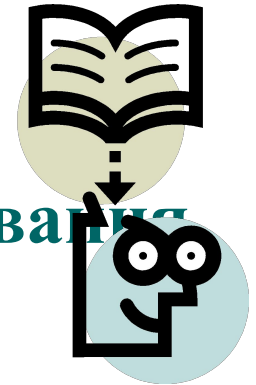
Скласти план виготовлення продукції, при якому прибуток від її реалізації буде **найбільшим**.



1. Приклади виробничих, економічних і технічних складних задач.

Класична задача про оптимальний розподіл ресурсів

Підприємство виробляє продукцію n видів і для її виготовлення використовується m видів ресурсів (сировина, паливо, електроенергія тощо). Позначимо через a_{ij} витрати i -го виду ресурсів ($1 \leq i \leq m$) на виробництво одиниці продукції j -го виду ($1 \leq j \leq n$), через b_i – наявні об'єми ресурсів i -го виду ($1 \leq i \leq m$), c_j – прибуток, що одержує підприємство від реалізації одиниці продукції j -го виду ($1 \leq j \leq n$), а через d_j, D_j – задані нижню і верхню межі об'єму виробництва j -го виду продукції. Необхідно скласти такий план $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ виробництва продукції, щоб при наявних ресурсах задовольнити задані обмеження на випуск кожного виду продукції і в той же час забезпечити якомога більший загальний прибуток підприємству.



2. Сутність системного підходу до розв'язування складних задач. Основні поняття.

Задача вважається складною, якщо вона стосується об'єкту, процесу або явища, що має значну кількість складових елементів, залежить від великої кількості зовнішніх і внутрішніх параметрів, а також має значну кількість зв'язків між своїми елементами.

2. Сутність системного підходу до розв'язування складних задач. Основні поняття.



Розв'язування складних технічних, виробничих, економічних, соціальних та інших проблем може бути ефективним лише за умови використання *системного підходу*, суть якого полягає у тому, що спочатку здійснюється *системний аналіз об'єкту дослідження*, *будується модель об'єкту дослідження*, а потім здійснюється *системний синтез моделі та її дослідження*.

Все це вимагає знань в галузі системного аналізу, математичного моделювання, принципів і підходів до прийняття рішень, а також використання для цього сучасних інформаційних технологій.

2. Сутність системного підходу до розв'язування складних задач. Основні поняття.



Система являє собою сукупність скінченої кількості елементів (об'єктів), відношень і зв'язків між цими елементами, які утворюють єдине ціле і мають загальну мету функціонування.

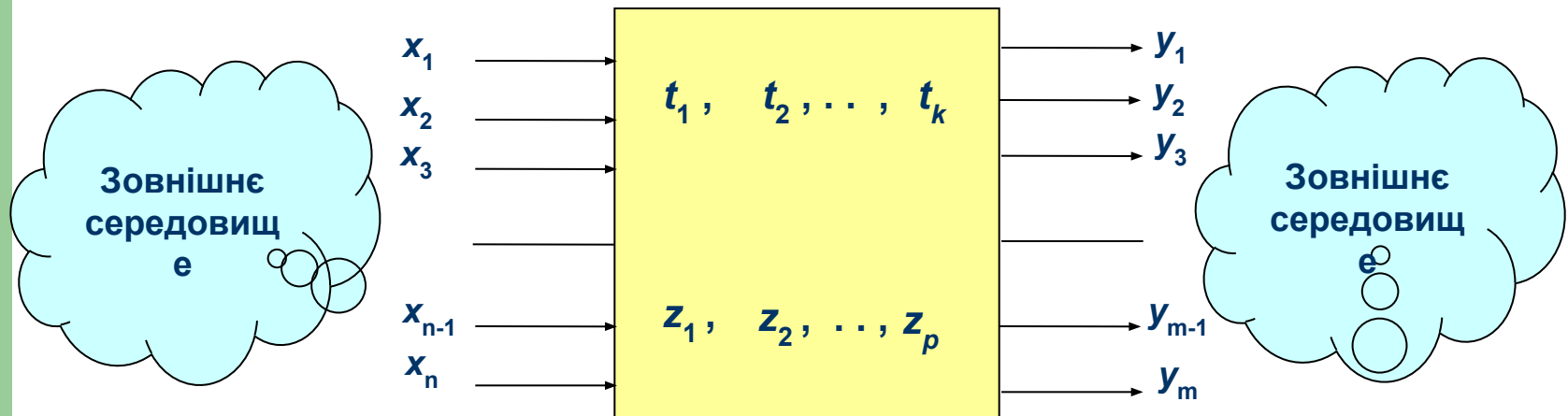
З цього поняття системи бере свою назву системний підхід – метод дослідження об'єктів і процесів, що мають загальну мету функціонування.

Під структурою системи будемо розуміти спосіб її існування, який фіксує певні пріоритети і взаємозв'язки елементів цієї системи.

2. Сутність системного підходу до розв'язування складних задач. Основні поняття.



Схематично модель складної системи можна подати у вигляді:



$X = \{ x_i, i = \overline{1, n} \}$ – входи системи (вхідні параметри або незалежні змінні);

$Y = \{ y_j, j = \overline{1, m} \}$ – виходи системи (вихідні параметри або залежні змінні);

$T = \{ t_i, i = \overline{1, k} \}$ – внутрішні параметри системи;

$Z = \{ z_i, i = \overline{1, p} \}$ – стани системи.

2. Сутність системного підходу до розв'язування складних задач. Основні поняття.



Надаючи певні значення вхідним і внутрішнім параметрам і конкретного вигляду залежностям між ними, за допомогою математичних методів можна досліджувати моделі за певними показниками.

Моделі різних систем можуть утворювати більш складні системи за допомогою об'єднання входів і виходів цих систем.

2. Сутність системного підходу до розв'язування складних задач. Основні поняття.



Розглянемо основні принципи системного аналізу складних об'єктів і процесів при їх моделюванні.

При математичному моделюванні ключову роль грають такі поняття:

- система;**
- операція;**
- модель;**
- моделювання.**

2. Сутність системного підходу до розв'язування складних задач. Основні поняття.



Операцією називається сукупність взаємоузгоджених дій, спрямованих на досягнення цілком визначеної мети. Поки мета не визначена немає сенсу говорити про операції.

Якщо мета визначена й існує багато різних шляхів її досягнення, то бажано знайти кращий (оптимальний) серед них, добиваючись відповідної узгодженості дій, що здійснюються.

2. Сутність системного підходу до розв'язування складних задач. Основні поняття.



Про оптимальність обраного шляху можна говорити, якщо обрано **критерій якості** або **ефективності розв'язків**, що одержуються.

Критерієм ефективності операції (обраної стратегії) називають показник необхідної, бажаної, досягнутої відповідності між результатом дій, що було здійснено, і метою операції.

2. Сутність системного підходу до розв'язування складних задач. Основні поняття.



Найважливішою функцією критерію є порівняльна оцінка різних стратегій до початку їх реалізації. Його також використовують на заключному етапі операції для характеристики одержаних результатів. Як правило, основний інтерес представляють стратегії, які надають можливість максимальних або мінімальних значень критерію (якщо вони мають чисельне подання).

2. Сутність системного підходу до розв'язування складних задач. Основні поняття.



Враховуючи сказане, критерій ефективності при розв'язуванні задачі прийняття рішень при управлінні певною складною системою має такий вигляд:

$$F = f(X, Y, T, Z) \rightarrow \max_{\Omega} (\min)$$

Критерій ефективності

Допустима множина

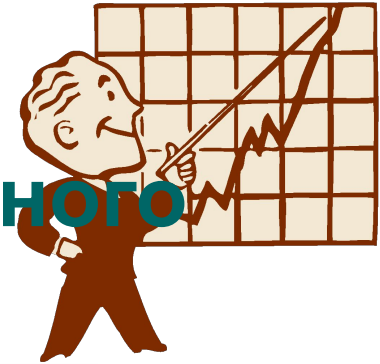
Входи системи

Виходи системи

Внутрішні параметри

Стани системи

Математичний запис оптимального критерію ефективності



$$f(x) \rightarrow \min, x \in X$$

Задача
мінімізації

$$f(x) \rightarrow \max, x \in X$$

Задача
максимізації

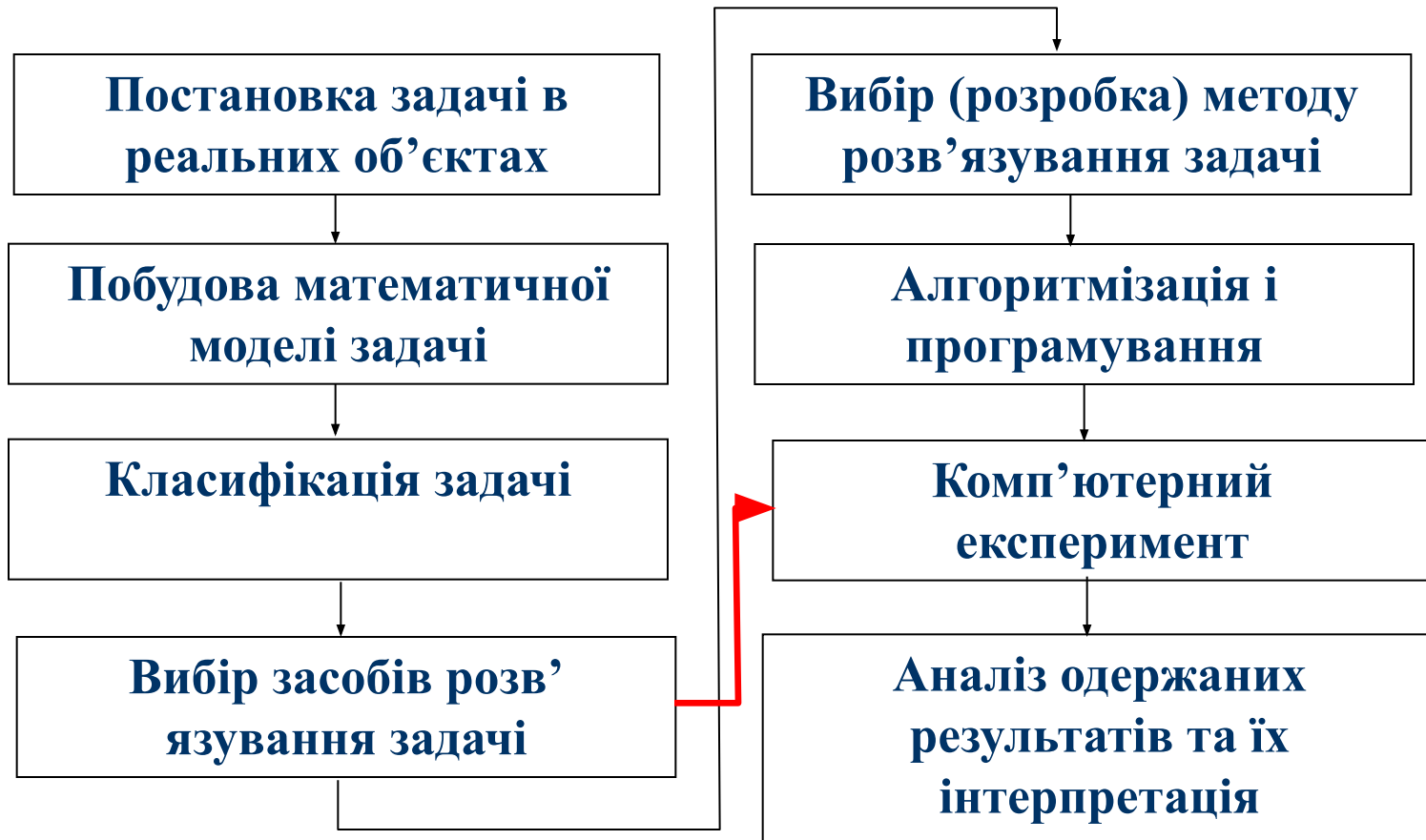
$$f(x) \rightarrow \text{extr}, x \in X$$

Цільова
функція

Допустима
точка

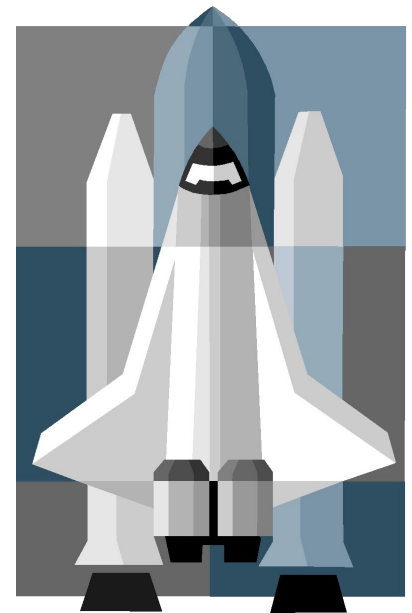
Допустима
множина

3. Основні етапи розв'язування складних задач



4. Моделі і моделювання та їх класифікація

- **Модель** (**modulus** - міра, зразок) - це матеріальна, знакова або уявна система, що відтворює, імітує або відображає принципи внутрішньої організації, функціонування, певні властивості, ознаки чи характеристики об'єкта дослідження (оригіналу), безпосереднє вивчення якого неможливе, ускладнене або недоцільне, і може замінити об'єкт дослідження в пізнавальному процесі з метою одержання нових знань про нього.



4. Моделі і моделювання та їх класифікація



За своєю природою моделі поділяються на

- **фізичні**, що мають ідентичну з оригіналом природу;
- **аналогові**, природа яких відмінна від природи оригіналу, але математичні формалізації, що їх описують, еквівалентні;
- **знакові** – формули, схеми, графіки і ін.;
- **уявні** – умоглядні конструкції, чуттєво-наочні образи тощо.

Процес побудови моделі та її дослідження називається моделюванням.

4. Моделі і моделювання та їх класифікація



Математична модель являє собою систему математичних залежностей і відношень, які описують структуру реальних об'єктів, процесів, явищ, що досліджуються, та принципи їх функціонування.

Будь-яка математична модель повинна задовольняти вимоги:

1. Адекватність реальному об'єкту.
2. Розв'язуваність моделі.

Процес побудови математичної моделі та її дослідження називається математичним моделюванням. Моделювання, що здійснюється за допомогою комп'ютерної техніки, називається комп'ютерним моделюванням.

4. Моделі і моделювання та їх класифікація



Моделі

Лінійні, нелінійні

Статичні, динамічні

Детерміновані, стохастичні

Неперервні, дискретні

5. Приклади застосування системного підходу.



Приклад 1. Математична модель задачі:

Нехай

x_1 - кількість візків вантажних гідравлічних, запланованих на виготовлення підприємством на місяць за наявних ресурсів;

x_2 - кількість штабелерів вантажних гідравлічних, запланованих на виготовлення підприємством на місяць за наявних ресурсів;

x_3 - кількість кранів гідравлічних, запланованих на виготовлення підприємством на місяць за наявних ресурсів;

$f(x_1, x_2, x_3)$ - прибуток від реалізації продукції за місяць.



Приклад 1.

Математична модель задачі:

$$f(x) = (1040 - 520)x_1 + (2750 - 1900)x_2 + (5200 - 4600)x_3 \rightarrow \max$$

$$30x_1 + 100x_2 + 170x_3 \leq 8400$$

$$4x_1 + 12x_2 + 8x_3 \leq 800$$

$$0 \leq x_1 \leq 100,$$

$$0 \leq x_2 \leq 40,$$

$$0 \leq x_3 \leq 30.$$



Розв'язок задачі за допомогою Mathcad

Mathcad - [Untitled: 1]

File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help

$x = \int \frac{dy}{dx} < \geq \alpha \beta$ My Site Go

$f(x) := (1040 - 520)x_1 + (2750 - 1900)x_2 + (5200 - 4600)x_3$

$x_1 := 0 \quad x_2 := 0 \quad x_3 := 0$

Given

$30x_1 + 100x_2 + 170x_3 \leq 8400$

$4x_1 + 12x_2 + 8x_3 \leq 800$

$x_1 \leq 100 \quad x_2 \leq 40 \quad x_3 \leq 30$

$x \geq 0$

$P := \text{Maximize}(f, x) \quad P = \begin{pmatrix} 100 \\ 20 \\ 20 \end{pmatrix} \quad f(P) = 8.1 \times 10^4$

Press F1 for help. AUTO NUM Page 1

Відповідь
оптимальний план:
візків - 100 шт,
штебелерів – 20 шт,
кранів – 20 шт;
найбільший прибуток – 81000 грн.



Прошу запитання



8(0472) 730271



herasymenkoinna@gmail.com

Дякую за увагу!