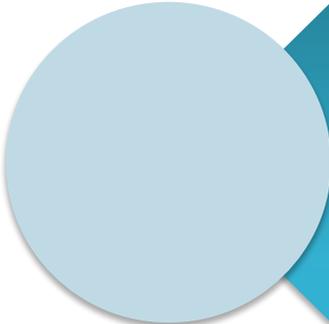


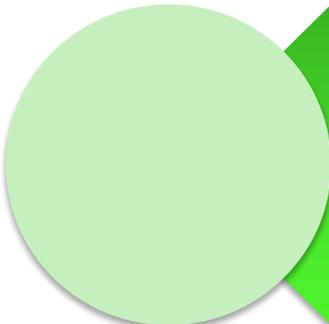
**Степень с рациональным и
действительным
показателем.
Преобразование
выражений, содержащих
степени и корни.**



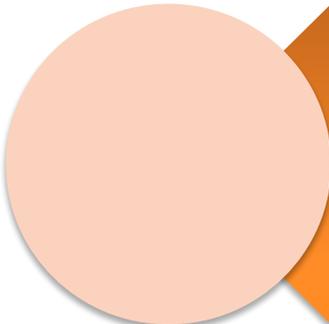
Вопросы:



Квадратный корень
(определение,
примеры)



Корень n -ой степени
(определение,
примеры)



Свойства корня n -ой
степени

Понятие степени с рациональным показателем

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}, \quad \text{где } a \geq 0, q \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{Z}$$

Примеры

$$1) \quad 5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$$

$$2) \quad 12^{1,4} = 12^{\frac{7}{5}} = \sqrt[5]{12^7}$$

$$3) \quad \left(\frac{4}{9}\right)^{-2\frac{2}{5}} = \left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{12}{5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{4}{9}\right)^{-12}} = \sqrt[5]{\left(\frac{9}{4}\right)^{12}}$$

Свойства степени с рациональным показателем (для $n \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{R}$)

$$1^\circ a^0 = 1, \text{ где } a \neq 0$$

$$2^\circ a^1 = a$$

$$3^\circ a^{-1} = \frac{1}{a}, \text{ где } a \neq 0$$

$$4^\circ a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{ где } a \neq 0$$

$$5^\circ a^n \cdot a^k = a^{n+k}$$

$$6^\circ \frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}, \text{ где } a \neq 0$$

$$7^\circ (a^n)^k = a^{nk}$$

$$8^\circ a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$9^\circ \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, \text{ где } b \neq 0$$

$$10^\circ \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, \text{ где } a \neq 0, b \neq 0$$

1. Найдите значение выражения $\frac{49^5}{7^8}$.

Решение.

$$\frac{49^5}{7^8} = \frac{(7^2)^5}{7^8} = \frac{7^{2 \cdot 5}}{7^8} = \frac{7^{10}}{7^8} = 7^{10-8} = 7^2 = 49.$$

2. Найдите значение выражения $\frac{(5a^2)^3 \cdot (6b)^2}{(30a^3b)^2}$.

Решение.

$$\frac{(5a^2)^3 \cdot (6b)^2}{(30a^3b)^2} = \frac{5^3 \cdot a^{2 \cdot 3} \cdot 6^2 \cdot b^2}{30^2 \cdot a^{3 \cdot 2} \cdot b^2} = \frac{5^3 \cdot a^6 \cdot 6^2 \cdot b^2}{(5 \cdot 6)^2 \cdot a^6 \cdot b^2} = \frac{5^3 \cdot a^6 \cdot 6^2 \cdot b^2}{5^2 \cdot 6^2 \cdot a^6 \cdot b^2} = 5.$$

3. Найдите значение выражения $\frac{7(m^5)^6 + 11(m^3)^{10}}{(3m^{15})^2}$.

Решение.

$$\frac{7(m^5)^6 + 11(m^3)^{10}}{(3m^{15})^2} = \frac{7m^{5 \cdot 6} + 11m^{3 \cdot 10}}{3^2 m^{15 \cdot 2}} = \frac{7m^{30} + 11m^{30}}{9m^{30}} = \frac{18m^{30}}{9m^{30}} = 2.$$

4. Найдите значение выражения $\frac{(3x)^3 \cdot x^9}{x^{10} \cdot 2x^2}$.

Решение.

$$\frac{(3x)^3 \cdot x^9}{x^{10} \cdot 2x^2} = \frac{3^3 \cdot x^3 \cdot x^9}{2x^{10+2}} = \frac{27x^{3+9}}{2x^{12}} = \frac{27x^{12}}{2x^{12}} = \frac{27}{2} = 13,5.$$

5. Найдите значение выражения $\frac{(3a^2)^3 \cdot (2b)^2}{(6a^3b)^2}$.

Решение.

$$\frac{(3a^2)^3 \cdot (2b)^2}{(6a^3b)^2} = \frac{3^3 a^{2 \cdot 3} \cdot 2^2 b^2}{6^2 a^{3 \cdot 2} b^2} = \frac{27a^6 \cdot 4b^2}{36a^6 b^2} = \frac{108a^6 b^2}{36a^6 b^2} = 3.$$

6. Найдите значение выражения $((2x^2)^6 - (3x^4)^3) : (74x^{12})$.

Решение.

$$\begin{aligned} ((2x^2)^6 - (3x^4)^3) : (74x^{12}) &= \frac{(2x^2)^6 - (3x^4)^3}{74x^{12}} = \frac{2^6 x^{2 \cdot 6} - 3^3 x^{4 \cdot 3}}{74x^{12}} = \\ &= \frac{64x^{12} - 27x^{12}}{74x^{12}} = \frac{37x^{12}}{74x^{12}} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

7. Найдите значение выражения $(7x^3)^2 : (7x^6)$.

Решение.

$$(7x^3)^2 : (7x^6) = \frac{(7x^3)^2}{7x^6} = \frac{7^2 x^{3 \cdot 2}}{7x^6} = \frac{49x^6}{7x^6} = 7.$$

8. Найдите значение выражения $81x^8 \cdot x^{10} : (3x^6)^3$.

Решение.

$$81x^8 \cdot x^{10} : (3x^6)^3 = \frac{81x^8 \cdot x^{10}}{(3x^6)^3} = \frac{81x^{8+10}}{3^3 x^{6 \cdot 3}} = \frac{81x^{18}}{27x^{18}} = 3.$$

9. Найдите значение выражения $(6a)^2 : a^7 \cdot a^5$.

Решение.

$$(6a)^2 : a^7 \cdot a^5 = \frac{(6a)^2 \cdot a^5}{a^7} = \frac{6^2 a^2 \cdot a^5}{a^7} = \frac{36a^7}{a^7} = 36.$$

10. Найдите значение выражения $25^7 \cdot 11^6 : 275^6$

Решение.

$$25^7 \cdot 11^6 : 275^6 = \frac{25^7 \cdot 11^6}{275^6} = \frac{25^7 \cdot 11^6}{(25 \cdot 11)^6} = \frac{25^7 \cdot 11^6}{25^6 \cdot 11^6} = 25.$$

11. Найдите значение выражения

$$(11a^6 \cdot b^3 - (3a^2b)^3) : (4a^6b^b) \text{ при } b = 2.$$

Решение.

$$\begin{aligned} (11a^6 \cdot b^3 - (3a^2b)^3) : (4a^6b^b) &= \frac{11a^6 \cdot b^3 - (3a^2b)^3}{4a^6b^b} = \\ &= \frac{11a^6b^3 - 3^3a^{2 \cdot 3}b^3}{4a^6b^6} = \frac{11a^6b^3 - 27a^6b^3}{4a^6b^6} = \frac{-16a^6b^3}{4a^6b^6} = -\frac{4}{b^3}. \end{aligned}$$

$$\text{Если } b = 2, \text{ то } -\frac{4}{b^3} = -\frac{4}{2^3} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2} = -0,5.$$

12. Найдите значение выражения $b^2 : b^6 \cdot b^4$
при $b = 0,5$.

Решение.

$$b^2 : b^6 \cdot b^4 = b^{2-6+4} = b^0 = 1.$$

13. Найдите значение выражения $(4^{11})^7 : 4^{76}$.

Решение.

$$(4^{11})^7 : 4^{76} = 4^{11 \cdot 7} : 4^{76} = 4^{77} : 4^{76} = 4^{77-76} = 4.$$

14. Найдите значение выражения $(27b)^2 : b^9 \cdot b^6$
при $b = 243$.

Решение.

$$(27b)^2 : b^9 \cdot b^6 = \frac{27^2 b^2 \cdot b^6}{b^9} = \frac{729 b^{2+6}}{b^9} = \frac{729 b^8}{b^9} = \frac{729}{b}.$$

Если $b = 243$, то $\frac{729}{b} = \frac{729}{243} = 3$.

15. Найдите значение выражения

$$36x \cdot (6x^{16})^3 : (6x^{12})^4 \text{ при } x = 25.$$

Решение.

$$\begin{aligned} 36x \cdot (6x^{16})^3 : (6x^{12})^4 &= \frac{36x \cdot (6x^{16})^3}{(6x^{12})^4} = \frac{6^2 x \cdot 6^3 \cdot x^{16 \cdot 3}}{6^4 \cdot x^{48}} = \\ &= \frac{6^{2+3} \cdot x \cdot x^{48}}{6^4 \cdot x^{48}} = \frac{6^5 \cdot x}{6^4} = 6x. \end{aligned}$$

Если $x = 25$, то $6x = 6 \cdot 25 = 150$.

16. Найдите значение выражения $(81^7)^2 : (9^5)^5$.

Решение.

$$\begin{aligned} (81^7)^2 : (9^5)^5 &= \frac{(81^7)^2}{(9^5)^5} = \frac{81^{7 \cdot 2}}{9^{5 \cdot 5}} = \frac{81^{14}}{9^{25}} = \frac{(9^2)^{14}}{9^{25}} = \frac{9^{28}}{9^{25}} = 9^{28-25} = \\ &= 9^3 = 729. \end{aligned}$$

17. Найдите значение выражения $(9a^2)^2 : (9a^5)$
при $a = 12$.

Решение.

$$(9a^2)^2 : (9a^5) = \frac{(9a^2)^2}{9a^5} = \frac{9^2 a^{2 \cdot 2}}{9a^5} = \frac{81a^4}{9a^5} = \frac{9}{a}.$$

Если $a = 12$, то $\frac{9}{a} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 0,75$.