



Аппроксимация функций

Выполнили:

Студенты группы


Эс/б-33-о


Велиляев А. С.

Лыжин А. И.

Аппроксимация

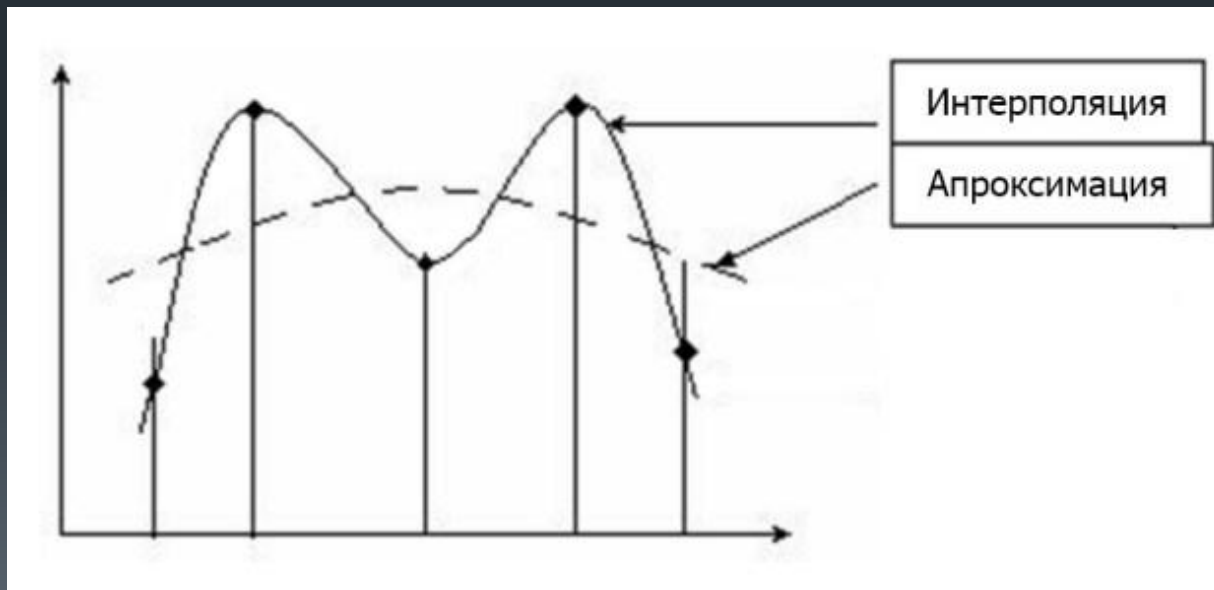
- Аппроксимация (от лат. *proxima* — ближайшая) или приближение — научный метод, состоящий в замене одних объектов другими, в каком-то смысле близкими к исходным, но более простыми.
- Аппроксимацией называется процесс подбора эмпирической формулы $\varphi(x)$ для установленной из опыта функциональной зависимости $y=f(x)$. Эмпирические формулы служат для аналитического представления опытных данных.
- Аппроксимация позволяет исследовать числовые характеристики и качественные свойства объекта, сводя задачу к изучению более простых или более удобных объектов (например, таких, характеристики которых легко вычисляются или свойства которых уже известны)

- 
- Обычно задача аппроксимации распадается на две части. Сначала устанавливают вид зависимости $y=f(x)$ и, соответственно, вид эмпирической формулы, то есть решают, является ли она линейной, квадратичной, логарифмической или какой-либо другой. После этого определяются численные значения неизвестных параметров выбранной эмпирической формулы, для которых приближение к заданной функции оказывается наилучшим. Если нет каких-либо теоретических соображений для подбора вида формулы, обычно выбирают функциональную зависимость из числа наиболее простых, сравнивая их графики с графиком заданной функции.

- 
- После выбора вида формулы определяют ее параметры. Для наилучшего выбора параметров задают меру близости аппроксимации экспериментальных данных. Во многих случаях, в особенности, если функция $f(x)$ задана графиком или таблицей (на дискретном множестве точек), для оценки степени приближения рассматривают разности $f(x_i) - \varphi(x_i)$ для точек x_0, x_1, \dots, x_n .
 - Обычно определение параметров при известном виде зависимости осуществляют по методу наименьших квадратов. При этом функция $\varphi(x)$ считается наилучшим приближением к $f(x)$, если для нее сумма квадратов невязок δ_i или отклонений «теоретических» значений $\varphi(x_i)$, найденных по эмпирической формуле, от соответствующих опытных значений y_i имеет наименьшее значение по сравнению с другими функциями, из числа которых выбирается искомое приближение.

Аппроксимация в Matlab

- Относительно интерполяции, аппроксимация получила более широкое распространение. Сущность этого метода состоит в том, что табличные данные аппроксимируют кривой, которая не обязательно должна пройти через все узловые точки, а должна как бы сгладить все случайные помехи табличной функции.



■ МНК (Метод Наименьших Квадратов)

- Одним из самых популярных методов аппроксимации в Matlab и в других средах, это Метод Наименьших Квадратов (МНК). В этом методе при сглаживании опытных данных аппроксимирующую кривую стремятся провести так, чтобы её отклонения от табличных данных по всем узловым точкам были минимальными.
- Суть МНК заключается в следующем: для табличных данных, полученных в результате эксперимента, отыскать аналитическую зависимость, сумма квадратов отклонений которой от табличных данных во всех узловых точках была бы минимальной.
- Аппроксимация в Matlab по МНК осуществляется с помощью функции **polyfit**. Функция **p = polyfit(x, y, n)** находит коэффициенты полинома **p(x)** степени **n**, который аппроксимирует функцию **y(x)** в смысле метода наименьших квадратов. Выходом является строка **p** длины **n+1**, содержащая коэффициенты аппроксимирующего полинома.

Пример использования в Matlab

- Найти $y(0.25)$ путём построения аппроксимирующего полинома методом наименьших квадратов согласно данным:

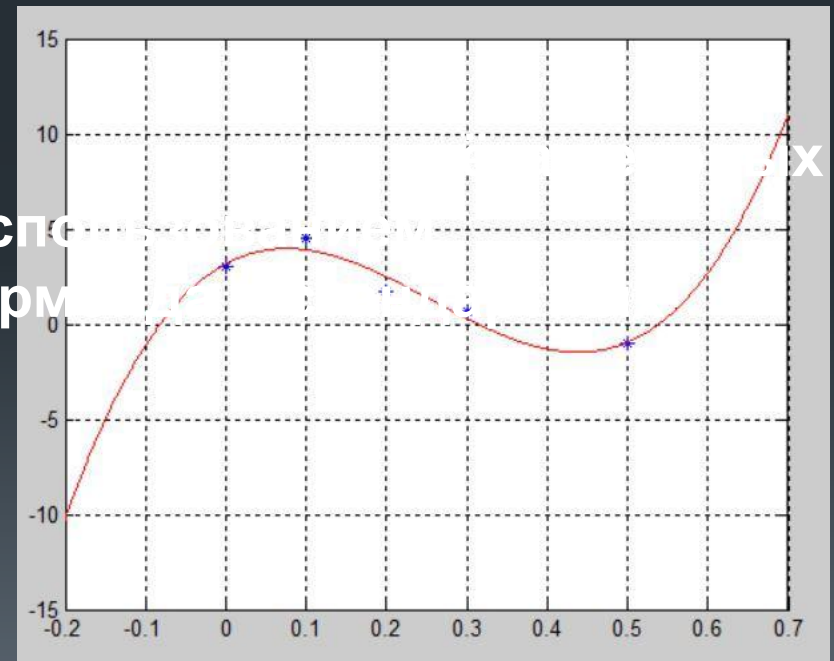
x : 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5

y : 3, 4.5, 1.7, 0.7, -1

p : 0.5, 0.8, 1.6, 0.8, 0.1

Построить этот полином без коэффициентов определителя \ операторов.

с использованием
Вандермонда



- Существует также возможность реализации всего алгоритма через одну функцию, но для преподавателей студентов она скорее всего будет не приемлема. С помощью функции **lsqcurvefit(fun,x0,xdata,ydata)**, где:
xdata,ydata – табличные значения аппроксимируемой функции;
x0 – стартовое значение параметров функции;
fun – функция аппроксимации, задаваемая пользователем
- С аналитически-теоретической стороны, существуют такие виды аппроксимации:
 - Аппроксимация ортогональными классическими полиномами.
 - Аппроксимация каноническим полиномом
 - Но на практике их реализацию требуют редко.



Спасибо за внимание!