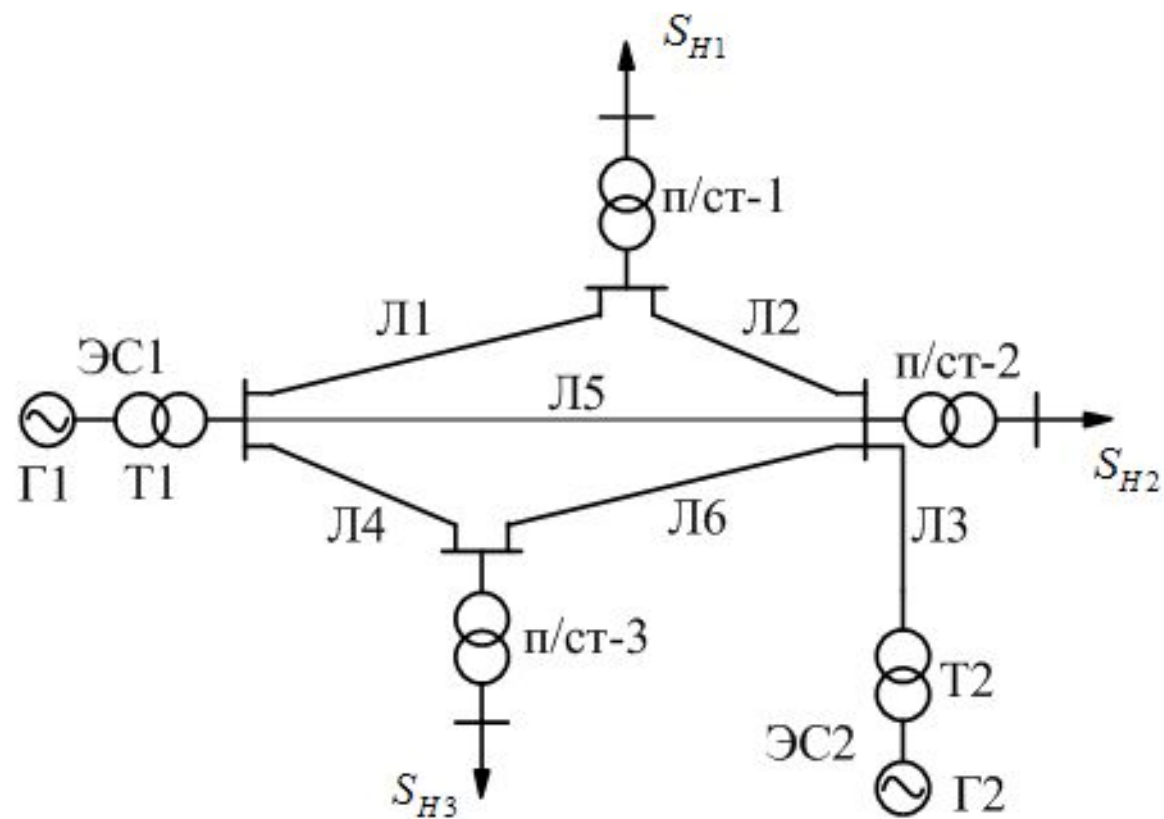


## **Глава 4.**

# **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ**

### **4.1. Общие сведения о схемах замещения**



*Рис. 4.1 Принципиальная схема простейшей электрической системы*

Основными элементами энергосистемы, с точки зрения расчета установившегося режима, являются:

- генераторы – источники выработки электроэнергии;
- нагрузка – потребители электроэнергии;
- трансформаторы, линии электропередачи, токоограничивающие и компенсирующие реакторы – элементы передачи и распределения электрической энергии.

*Генераторы* вводятся в схему замещения одним из следующих вариантов заданных величин:

–  $P_G, Q_G$  - активной и реактивной мощностью;

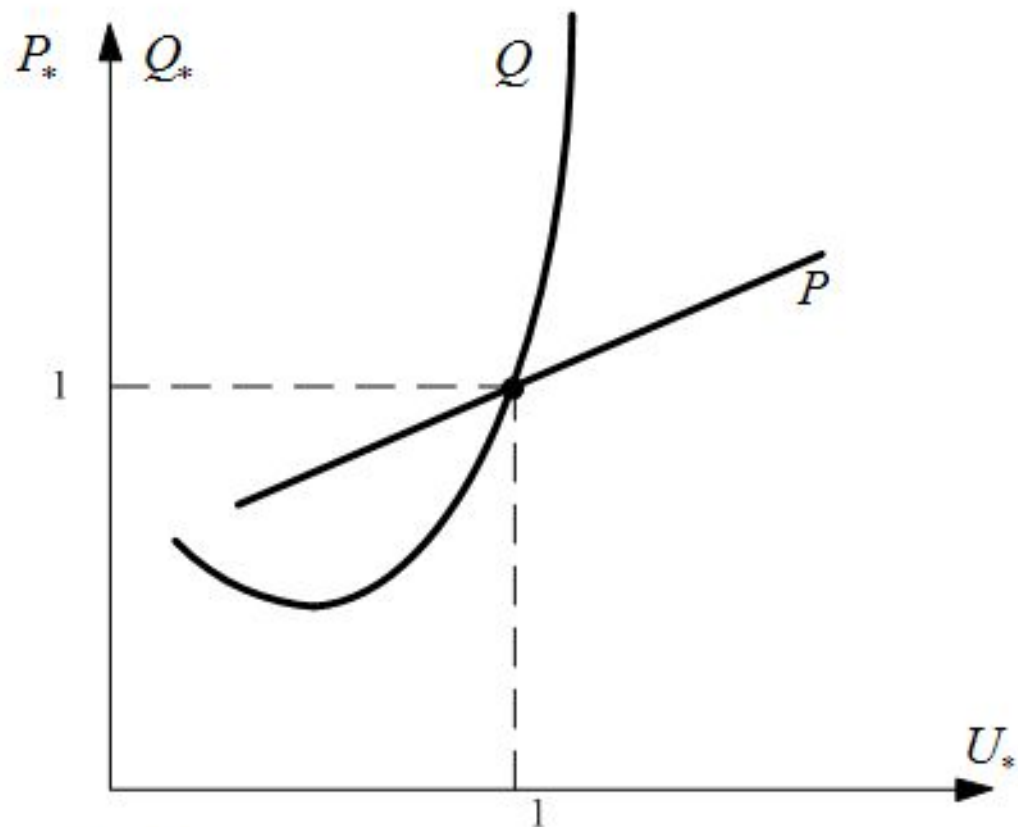
–  $U_G, P_G$  - модулем напряжения на его клеммах и активной мощностью.

*Нагрузка*, в зависимости от класса напряжения на её зажимах (0,4; 6-10; 110 кВ) и точности её описания, представляется в установившемся режиме тремя наиболее распространенными моделями.

Наиболее простая модель – представление нагрузки постоянными значениями мощностей  $P$  и  $Q$ .

Наиболее строгое отражение свойств нагрузки – представление её статическими характеристиками по напряжению:

$$P = f_p(U), \quad Q = f_q(U). \quad (4.1)$$

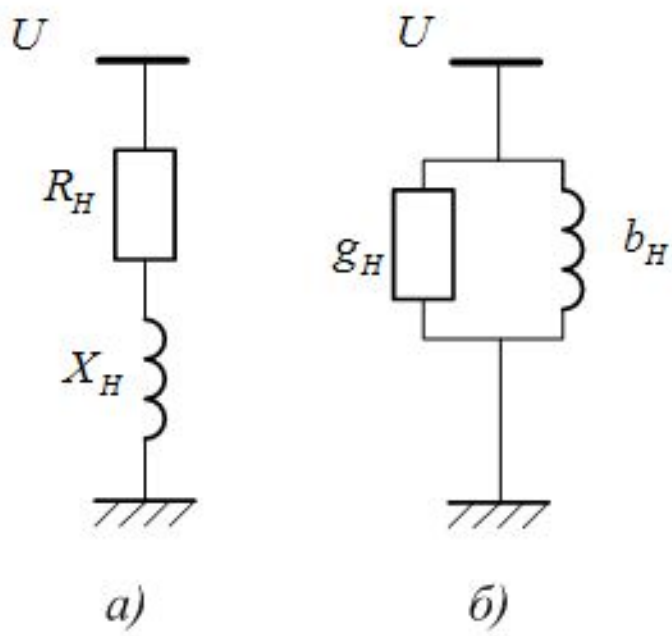


*Рис. 4.2 Статические характеристики нагрузки по напряжению*

Обычно зависимости (4.1) представляют полиномами 2-ой степени относительно  $U$ :

$$\begin{aligned} P(U) &= P_{\text{НОМ}} \left[ a_0 + a_1 \frac{U}{U_{\text{НОМ}}} + a_2 \left( \frac{U}{U_{\text{НОМ}}} \right)^2 \right], \\ Q(U) &= Q_{\text{НОМ}} \left[ b_0 + b_1 \frac{U}{U_{\text{НОМ}}} + b_2 \left( \frac{U}{U_{\text{НОМ}}} \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (4.2)$$

Иногда нагрузка в расчетной схеме представляется поперечной ветвью сопротивлений или проводимостей (рис. 4.3).



*Рис. 4.3 Схемы замещения нагрузки*



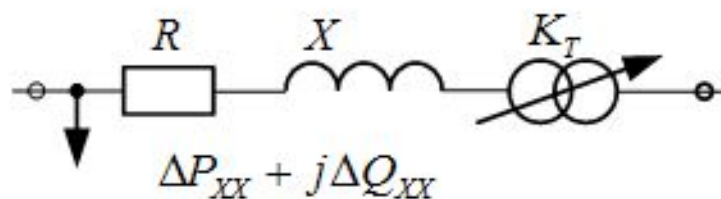
При последовательном соединении элементов

$$Z_H = \frac{U}{\sqrt{3} \underline{I}} = \frac{U U^*}{S} = \frac{U^2}{S} \angle \varphi = \frac{U^2}{S} (\cos \varphi + j \sin \varphi), \quad (4.3)$$
$$R_H = \frac{U^2}{S} \cos \varphi; \quad X_H = \frac{U^2}{S} \sin \varphi.$$

При параллельном соединении элементов схемы для вычисления проводимостей:

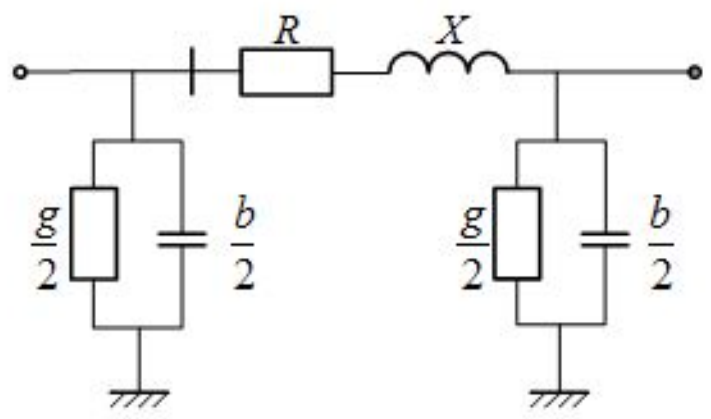
$$g_H = \frac{P}{U^2}; \quad b_H = \frac{Q}{U^2}. \quad (4.4)$$

*Силовые трансформаторы* наиболее точно представляются Т-образной схемой замещения. Для практических расчетов более удобной является Г-образная схема замещения (рис. 4.4), в которой потери холостого хода считаются постоянными.

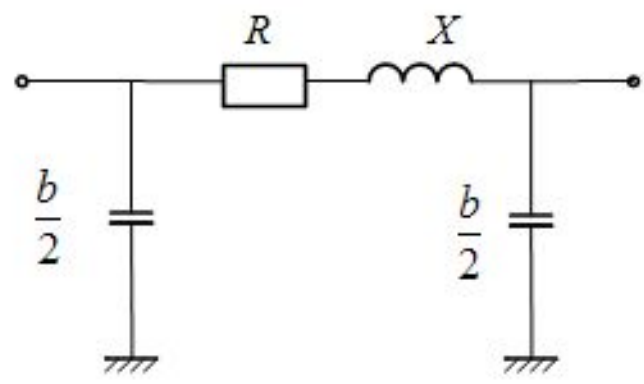


*Рис. 4.4 Г-образная схема замещения двухобмоточного трансформатора*

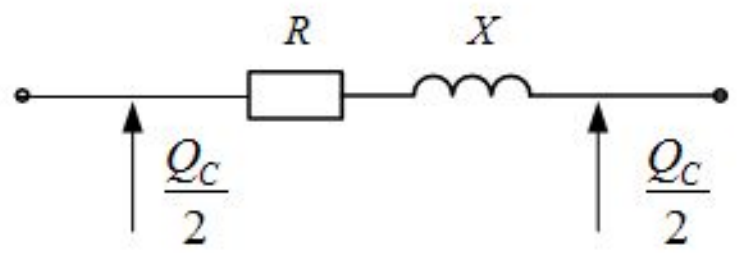
*Воздушные линии электропередачи (ВЛ)* наиболее точно моделируются П-образной схемой замещения (рис. 4.5, а). Вариант «б» - для ВЛ 110 кВ и выше. Вариант «в» - для ВЛ 35, 110 кВ; зарядная мощность принимается постоянной, не зависящей от изменения уровня напряжения по концам ВЛ.



a)



б)



в)

Рис. 4.5. Схемы замещения ЛЭП

*Токоограничивающие реакторы* в схеме замещения

выступают как продольный элемент.

*Шунтирующие реакторы* используются для компенсации емкостных токов ВЛ и в схеме замещения

является поперечным элементом.

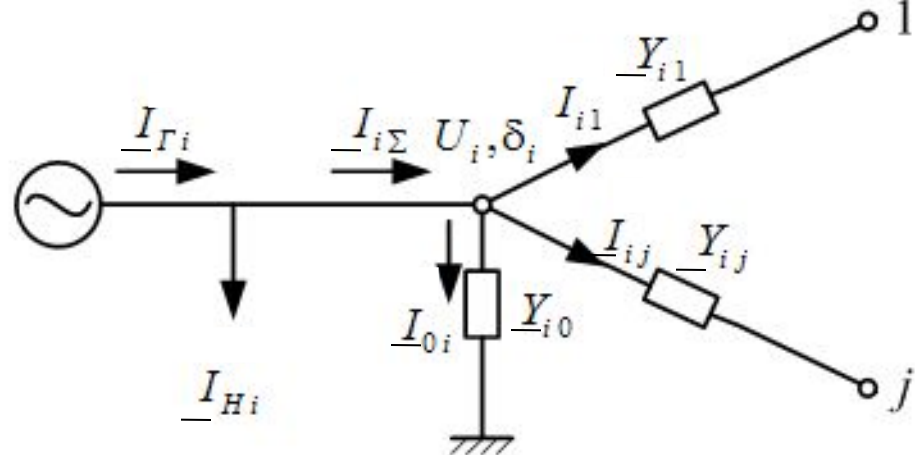


Рис. 4.6. Схема обобщенного узла энергосистемы

Она предполагает, что в каждом узле ( $i$ ) есть:

- генератор, являющийся источником тока  $I_{Gi}$ ,

- нагрузка, представленная её током  $I_{Ni}$ ,

- напряжение узла, представленное его модулем  $U_i$  и фазой  $\delta_i$ , отсчитываемой от общей для моделируемой схемы оси отсчета узлов,

- проводимости связи между узлами  $Y_{ij}$  и проводимость связи узла

$i$  с землей  $Y_{i0}$ ,

- токи  $(I_{i1}, I_{ij}, I_{0i})$ , протекающие по пассивной части схемы, т.е.

проводимостями ветвей, примыкающих к узлу  $i$ .

$$\underline{I}_{i\Sigma} = \underline{I}_{\Gamma i} - \underline{I}_{Hi} \text{ ,} \tag{4.6}$$

## 4.2. Формы записи параметров электрических систем

Так, для комплексного сопротивления  $\underline{Z}$  активно-индуктивного характера имеем

$\underline{Z} = Ze^{j\psi} = Z \angle \psi$  - показательную форму,

$\underline{Z} = Z(\cos \psi + j \sin \psi)$  - тригонометрическую форму,

$\underline{Z} = R + jX$  - алгебраическую форму.



$$\underline{Z} = Z \angle \psi = R + jX, \quad (4.7)$$

где  $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ ,  $\psi = \operatorname{arctg} \frac{X}{R}$ .

Тогда для проводимости  $\underline{Y}$ , как величине обратной  $\underline{Z}$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{(R - jX)}{(R + jX)(R - jX)} = \frac{R}{Z^2} - j \frac{X}{Z^2}; \quad (4.8)$$

и, следовательно,

$$\underline{Y} = g - jb = Y \angle -\psi = Y(\cos \psi - j \sin \psi), \quad (4.9)$$

где  $g = \frac{R}{Z^2}$ ;  $b = \frac{X}{Z^2}$ ;  $Y = \frac{1}{Z}$ ;  $\psi = \operatorname{arctg} \frac{b}{g} = \operatorname{arctg} \frac{X}{R}$ .

Отметим, что положительной реактивности  $(+jX)$  в  $\underline{Z}$  соответствует отрицательная проводимость  $(-jb)$  в комплексе  $\underline{Y}$ .

Векторы напряжения и тока на комплексной плоскости можно представить в следующем виде (рис. 4.7):

$$\underline{U} = U \angle \delta = U' + jU'',$$

$$\underline{I} = I \angle \varphi_I = I' + jI'',$$

где  $U', I'$  - вещественные составляющие напряжения и тока,  $U'', I''$  - мнимые составляющие напряжения и тока.

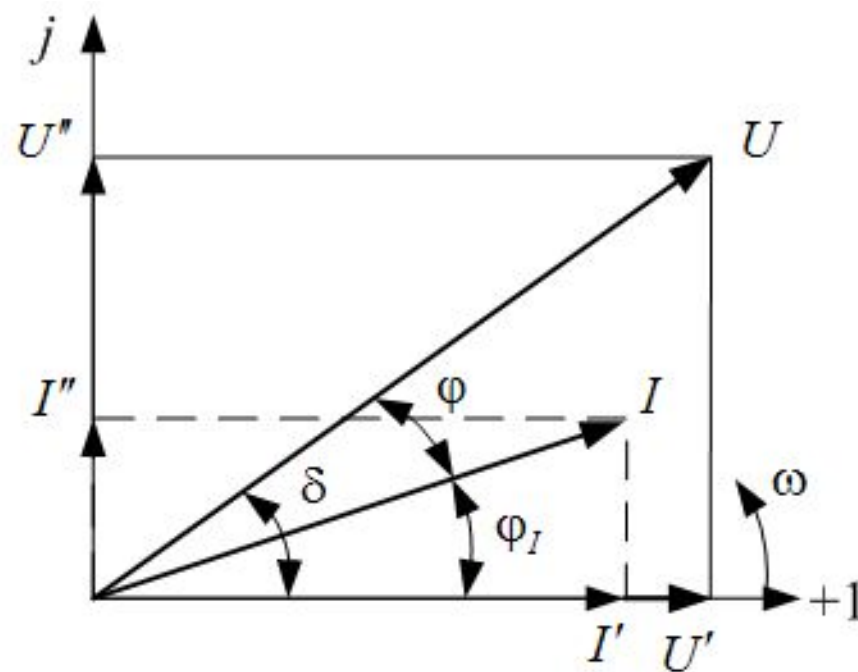


Рис. 4.7 Изображение векторов  $\underline{U}, \underline{I}$  на комплексной плоскости

Нагрузка электрических систем имеет активно-индуктивный характер, т.е. вектор тока узла электропотребления отстает от вектора напряжения на угол  $\varphi$ . Выражение трехфазной мощности для этих условий в комплексной форме запишется так

$$\underline{S} = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\Phi}^* = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\Phi} \angle (\delta - \varphi_I) = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\Phi} \angle \varphi, \quad (4.10)$$

где  $U_{\text{л}}$  - действующее значение линейного (межфазного) напряжения,  
 $I_{\Phi}$  - действующее значение фазного тока.

Для упрощения записи выражения трехфазной мощности примем

$$I_{\text{л}} = \sqrt{3} I_{\Phi} \quad (4.11)$$

и, опуская индекс «л», имеем

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = UI \angle \varphi = UI \cos \varphi + j UI \sin \varphi = P + jQ . \quad (4.12)$$

## **4.3. Общие сведения о формах математического описания установившихся режимов энергосистем**

## **4.4. Линейные уравнения узловых напряжений с комплексными переменными в форме баланса токов и методы их решения**

Для отработки общих правил формирования УУН с комплексными переменными обратимся к схеме замещения, представленной на рис. 4.11.

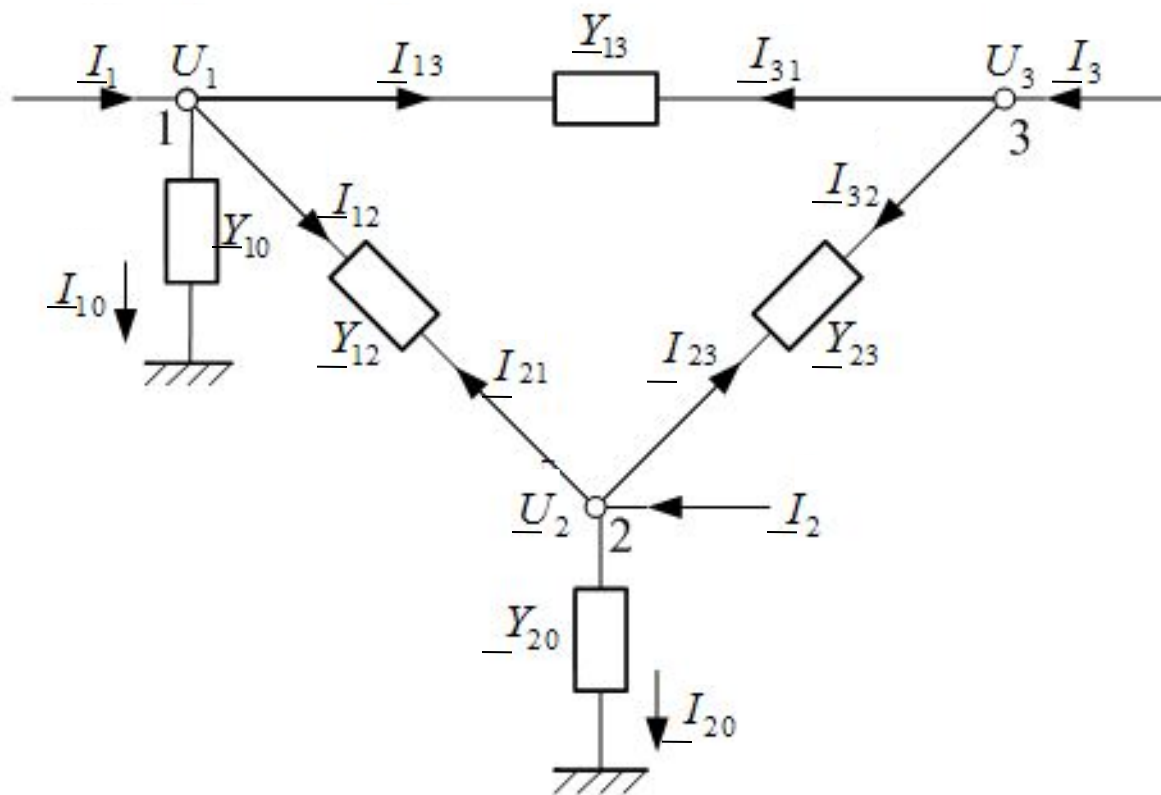


Рис. 4.11 Схема замещения

На схеме замещения представлены:

–  $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$  - задающие токи (известные величины),

–  $\underline{Y}_{13}, \underline{Y}_{12}, \underline{Y}_{23}$  - проводимости связи между узлами (величины известные),

–  $\underline{Y}_{10}, \underline{Y}_{20}$  - взаимные проводимости между узлом и землей (величины известные),

–  $\underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{U}_3$  - напряжения узлов (неизвестные величины – подлежат расчету),

–  $\underline{I}_{13}, \underline{I}_{12}, \underline{I}_{10}$  и т.д. – токораспределение (величины неизвестные).

Для рассматриваемой схемы на основе первого закона Кирхгофа можно записать систему трех линейно независимых уравнений баланса токов, которая с учетом принятых положительных направлений имеет вид:

$$\underline{I}_{10} + \underline{I}_{12} + \underline{I}_{13} = \underline{I}_1, \quad (4.13)$$

$$\underline{I}_{20} + \underline{I}_{21} + \underline{I}_{23} = \underline{I}_2,$$

$$\underline{I}_{31} + \underline{I}_{32} = \underline{I}_3.$$



Для ветви  $ij$  схемы (рис. 4.11) согласно второму закону Кирхгофа справедливо соотношение

$$\underline{U}_i - \underline{U}_j = \underline{I}_{ij} \underline{Z}_{ij}. \quad (4.14)$$

Следовательно,

$$\underline{I}_{ij} = \frac{\underline{U}_i - \underline{U}_j}{\underline{Z}_{ij}} = \left( \underline{U}_i - \underline{U}_j \right) \underline{Y}_{ij}. \quad (4.15)$$

В частности, для составляющих токов узла №1:

$$\underline{I}_{10} = \left( \underline{U}_1 - \underline{U}_0 \right) \underline{Y}_{10}; \quad \underline{I}_{12} = \left( \underline{U}_1 - \underline{U}_2 \right) \underline{Y}_{12}; \quad \underline{I}_{13} = \left( \underline{U}_1 - \underline{U}_3 \right) \underline{Y}_{13}.$$

Заменяя в (4.13) неизвестные токи согласно (4.15), имеем

$$\left( \underline{U}_1 - \underline{U}_0 \right) \underline{Y}_{10} + \left( \underline{U}_1 - \underline{U}_2 \right) \underline{Y}_{12} + \left( \underline{U}_1 - \underline{U}_3 \right) \underline{Y}_{13} = \underline{I}_1, \quad (4.16)$$

$$\left( \underline{U}_2 - \underline{U}_0 \right) \underline{Y}_{20} + \left( \underline{U}_2 - \underline{U}_1 \right) \underline{Y}_{21} + \left( \underline{U}_2 - \underline{U}_3 \right) \underline{Y}_{23} = \underline{I}_2,$$

$$\left( \underline{U}_3 - \underline{U}_1 \right) \underline{Y}_{31} + \left( \underline{U}_3 - \underline{U}_2 \right) \underline{Y}_{32} = \underline{I}_3.$$

Упорядочим систему (4.16) и учтем, что потенциал земли равен нулю ( $U_0 = 0$ ):

$$\begin{aligned}(\underline{Y}_{10} + \underline{Y}_{12} + \underline{Y}_{13})\underline{U}_1 - \underline{Y}_{12}\underline{U}_2 - \underline{Y}_{13}\underline{U}_3 &= \underline{I}_1, \\ -\underline{Y}_{21}\underline{U}_1 + (\underline{Y}_{20} + \underline{Y}_{21} + \underline{Y}_{23})\underline{U}_2 - \underline{Y}_{23}\underline{U}_3 &= \underline{I}_2, \\ -\underline{Y}_{31}\underline{U}_1 - \underline{Y}_{32}\underline{U}_2 + (\underline{Y}_{31} + \underline{Y}_{32})\underline{U}_3 &= \underline{I}_3.\end{aligned}\tag{4.17}$$

Введем понятие собственной проводимости узла  $i$

$$\underline{Y}_{ii} = \sum_{j=0, j \neq i}^n \underline{Y}_{ij},\tag{4.18}$$

– это алгебраическая сумма взаимных проводимостей ветвей, примыкающих к данному узлу.

Применительно к рассматриваемой схеме имеем:

$$\begin{aligned}\underline{Y}_{11} &= \underline{Y}_{10} + \underline{Y}_{12} + \underline{Y}_{13}, \\ \underline{Y}_{22} &= \underline{Y}_{20} + \underline{Y}_{21} + \underline{Y}_{23}, \\ \underline{Y}_{33} &= \underline{Y}_{31} + \underline{Y}_{32}.\end{aligned}\tag{4.19}$$

Для рассматриваемой схемы (рис. 4.11) должен выполняться первый закон Кирхгофа

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \underline{I}_0 = 0, \quad (4.20)$$

т.е. для выполнения этого условия произвольным образом можно задать только три тока, например  $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$ .

*Правило:* Уравнение, соответствующее балансирующему узлу, в общей системе уравнений не участвует.

$$\underline{Y}_{11}\underline{U}_1 - \underline{Y}_{12}\underline{U}_2 = \underline{I}_1 + \underline{Y}_{13}\underline{U}_3, \quad (4.21)$$

$$-\underline{Y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{22}\underline{U}_2 = \underline{I}_2 + \underline{Y}_{23}\underline{U}_3.$$

Для схемы с  $n$  узлами система УУН в форме баланса токов запишется так:

$$\underline{Y}_{ii} \underline{U}_i - \sum_{j=0, j \neq i}^n \underline{Y}_{ij} \underline{U}_j = \underline{I}_i + \underline{Y}_{i0} U_0, \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (4.22)$$

где  $\underline{Y}_{ii} = \sum_{j=0, j \neq i}^n \underline{Y}_{ij}$ ,  $\underline{I}_i = \underline{I}_{iГ} - \underline{I}_{iН}$ .

В собственную проводимость узла  $i$  входит и проводимость его связи с землей  $Y_{i0}$ . Знак задающего тока является положительным при преобладающем токе генерации и отрицательным – при преобладающем токе нагрузки.

Используя матричную запись для системы (4.22), имеем

$$\underline{Y} \underline{U} = \tilde{\underline{I}}, \quad (4.23)$$

где  $\tilde{\underline{I}} = \underline{I} + \underline{Y}_{i0} U_0$ ,  $U_0$  - напряжение базисного узла.

Содержание матриц, входящих в (4.23), имеет следующий вид:

$$\underline{Y} = \begin{pmatrix} Y_{11} & -Y_{12} & -Y_{13} & \dots & -Y_{1,n-1} \\ -Y_{21} & Y_{22} & -Y_{23} & \dots & -Y_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -Y_{n-1,1} & -Y_{n-1,2} & -Y_{n-1,3} & \dots & Y_{n-1,n-1} \end{pmatrix} - \text{симметричная матрица узловых}$$

проводимостей,

$$\underline{U} = \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \dots \\ \underline{U}_{n-1} \end{pmatrix} - \text{вектор-столбец искоемых напряжений, } \tilde{I} = \begin{pmatrix} \underline{I}_1 + \underline{Y}_{1,0} \underline{U}_0 \\ \underline{I}_2 + \underline{Y}_{2,0} \underline{U}_0 \\ \dots \\ \underline{I}_{n-1} + \underline{Y}_{n-1,0} \underline{U}_0 \end{pmatrix}.$$

Для приведения системы (4.22) к итерационному виду по методу Зейделя уравнение узла  $i$  разрешается в явном виде относительно его напряжения

$$\underline{U}_i = \frac{1}{\underline{Y}_{ii}} \left( \sum_{j=1}^{n-1} \underline{Y}_{ij} \underline{U}_j + \underline{I}_i + \underline{Y}_{i0} \underline{U}_0 \right), i = 1, 2, \dots, n-1. \quad (4.25)$$

В качестве начальных приближений принимают  $U_i = U_{iНОМ}$ ;  $\delta_i = 0$ .  
Анализируя достаточные условия сходимости линейной системы (4.22) применительно к процедуре Зейделя на основе критерия (2.39) можно отметить следующее.

- Для узлов  $i$ , связанных с базисным,  $|Y_{ii}| > \sum_{j=1}^{n-1} |Y_{ij}|$  и условия сходимости выполняются.

- Для узлов  $i$ , не связанных с базисным,  $|Y_{ii}| < \sum_{j=1}^{n-1} |Y_{ij}|$  и условия сходимости нарушаются.

- Емкостная проводимость связи узла  $i$  с землей ( $jb_{i0}$ ) входит только в состав  $\underline{Y}_{ii}$  и, имея знак противоположный знаку индуктивной проводимости связей  $ij$ , несколько уменьшает значение  $\underline{Y}_{ii}$  и, следовательно, ухудшает условия сходимости.



Решение линейной системы (4.23) методом обратной матрицы запишется так:

$$\underline{U} = \underline{Y}^{-1} \left( \underline{I} + \underline{Y}_{i\sigma} U_{\sigma} \right) = \underline{Z} \left( \underline{I} + \underline{Y}_{i\sigma} U_{\sigma} \right), \quad (4.26)$$

где  $\underline{Z} = \underline{Y}^{-1}$  - матрица узловых сопротивлений.

Для частного случая – отсутствия проводимостей связей узлов  $i$  с землей ( $Y_{i0} = 0$ ) выражение (4.26) несколько упрощается.

При указанных условиях

$$\underline{Y}^{-1} \underline{Y}_{i\sigma} = \tilde{E}, \quad (4.28)$$

где  $\tilde{E}$  - единичный столбец.

С учетом (4.28) решение в форме (4.26) упростится:

$$\underline{U} = \underline{Z} \underline{I} + U_{\sigma}. \quad (4.29)$$

Произведение  $\underline{Z} \underline{I}$  дает вектор падения напряжения между узлом  $i$  и базисным по напряжению.

Пример 4.2. Для схемы (рис. 4.12) записать линейную систему УУН с комплексными переменными в форме баланса токов в развернутом и матричном виде.

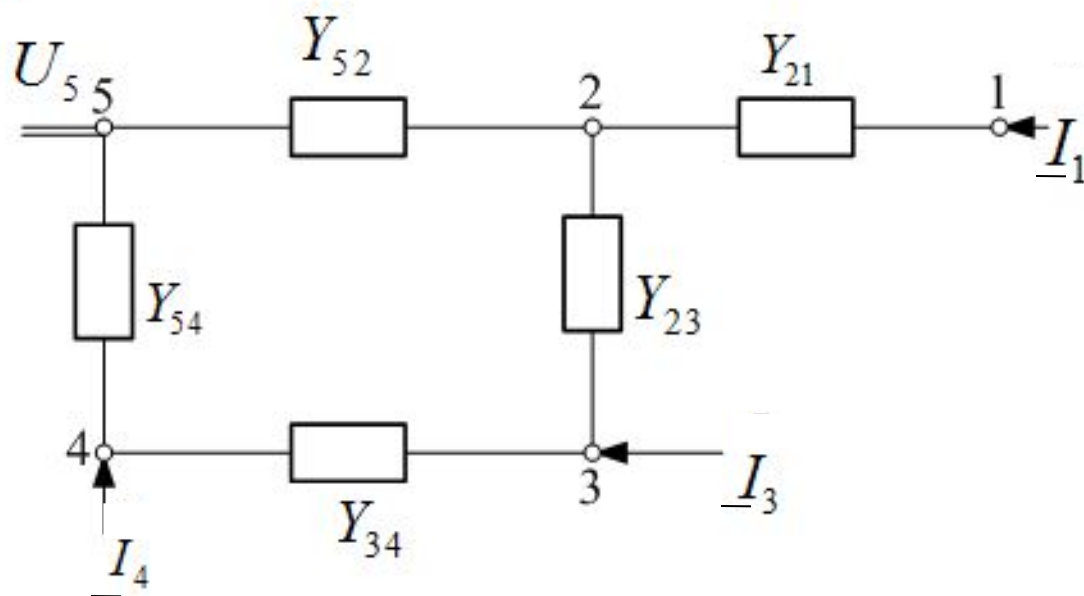


Рис. 4.12 Тестовая схема

*Решение.* Примем узел №5 за балансирующий и базисный.

1. В развернутой форме в соответствии с (4.22) имеем систему четырех уравнений:

$$Y_{11}\underline{U}_1 - Y_{12}\underline{U}_2 - 0\underline{U}_3 - 0\underline{U}_4 = \underline{I}_1$$

$$-Y_{21}\underline{U}_1 + Y_{22}\underline{U}_2 - Y_{23}\underline{U}_3 - 0\underline{U}_4 = 0 + Y_{25}\underline{U}_5$$

$$0\underline{U}_1 - Y_{32}\underline{U}_2 + Y_{33}\underline{U}_3 - Y_{34}\underline{U}_4 = \underline{I}_3$$

$$0\underline{U}_1 - 0\underline{U}_2 - Y_{43}\underline{U}_3 + Y_{44}\underline{U}_4 = \underline{I}_4 + Y_{45}\underline{U}_5$$

где  $Y_{11} = Y_{12}$ ;  $Y_{22} = Y_{21} + Y_{23} + Y_{25}$ ;  $Y_{33} = Y_{32} + Y_{34}$ ;  $Y_{44} = Y_{43} + Y_{45}$ .

2. В матричной форме согласно (4.23)

$$\underline{Y}\underline{U} = \underline{\tilde{I}}, \text{ где } \underline{\tilde{I}} = \underline{I} + Y_{i5}U_5,$$

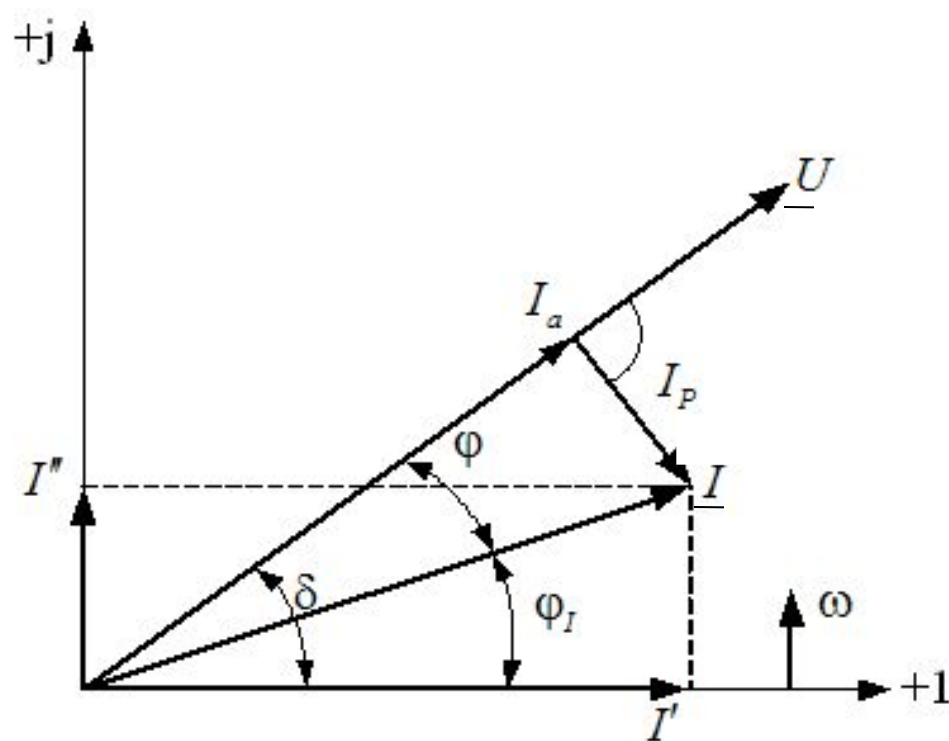
$$Y = \begin{pmatrix} Y_{11} & -Y_{12} & 0 & 0 \\ -Y_{21} & Y_{22} & -Y_{23} & 0 \\ 0 & -Y_{32} & Y_{33} & -Y_{34} \\ 0 & 0 & -Y_{43} & Y_{44} \end{pmatrix} - \text{ матрица узловых проводимостей,}$$

векторы напряжений и токов

$$U = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix}, \quad \underline{\tilde{I}} = \begin{pmatrix} I_1 \\ Y_{25}U_5 \\ I_3 \\ I_4 + Y_{45}U_5 \end{pmatrix}.$$

## **4.5. Нелинейные уравнения узловых напряжений с комплексными переменными в форме баланса токов**

Для уравнения (4.22) необходимо знать фазу ( $\varphi_I$ ) задающего тока, отсчитываемую от общей для всей схемы оси (+1) отсчета углов. Значение этой фазы ( $\varphi_I$ ) зависит от положения вектора напряжения  $\underline{U} \angle \delta$ , который подлежит расчету.



$$\underline{I} = I_a - jI_p = I \angle -\varphi \text{ — ось отсчета}$$

углов — вектор  $\underline{U}$ ,

$$\underline{I} = I' - jI'' = I \angle \varphi_I \text{ — ось отсчета}$$

углов — ось +1,

$$\varphi_I = \delta - \varphi$$

Рис. 4.14 Системы отсчета углов

$$I_i^* = \frac{S_i}{U_i}, \quad (4.34)$$

где  $S_i = S_{Gi} - S_{Hi}$ .

С учетом (4.34) система (4.22) принимает вид

$$Y_{ii} \bar{U}_i - \sum_{j=1, j \neq i}^{n-1} Y_{ij} \bar{U}_j = \frac{S_i^*}{U_i} + Y_{i\theta} U_\theta, \quad (i = 1, 2, \dots, n-1) \quad (4.35)$$

и является нелинейной относительно искомым напряжений. В этой форме уравнения могут использоваться для анализа режимов энергосистем. Наличие нелинейности существенно осложняет их решение.

Нелинейная система (4.35) в матричной форме совершенно аналогична (4.23):

$$Y \underline{U} = \tilde{I}, \quad (4.36)$$

где  $\tilde{I} = \frac{S^*}{U} + Y_{i\theta} U_\theta$ .

## **4.6. Нелинейные уравнения узловых напряжений с вещественными переменными в форме баланса токов**

По причинам, указанным ранее, нелинейную систему УУН с комплексными переменными (4.36) заменяют эквивалентной системой с действительными (вещественными) переменными. Размерность системы уравнений при этом удваивается.



Возьмем за основу линейную систему (4.23)

$$YU = I + Y_{i\delta}U_{\delta}.$$

Представим комплексные переменные этого уравнения в алгебраической форме:

$$\underline{Y} = G - jB, \quad (4.40)$$

$$\underline{U} = U' + jU'',$$

$$\underline{I} = I' + jI'',$$

что позволяет записать

$$(G - jB)(U' + jU'') = I' + jI'' + (G_{i\delta} - jB_{i\delta})U_{\delta}. \quad (4.41)$$

Производя перемножение двучленов (4.41), имеем

$$(GU' + BU'') + j(-BU' + GU'') = (I' + G_{i\delta}U_{\delta}) + j(I'' - B_{i\delta}U_{\delta}). \quad (4.42)$$

Приравнивая отдельно вещественные и мнимые части уравнения (4.42), получаем два матричных уравнения с вещественными переменными:

$$GU' + BU'' = I' + G_{i\delta}U_{\delta}, \quad (4.43)$$

$$-BU' + GU'' = I'' - B_{i\delta}U_{\delta}.$$

Совмещая два матричных уравнения в одно, имеем

$$\begin{pmatrix} G & B \\ -B & G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U' \\ U'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I' + G_{i\bar{6}} I J_{\bar{6}} \\ I'' - B_{i\bar{6}} I J_{\bar{6}} \end{pmatrix}, \quad (4.44)$$

где

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & -g_{12} & -g_{13} & \dots & -g_{1,n-1} \\ -g_{21} & g_{22} & -g_{23} & \dots & -g_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -g_{n-1,1} & -g_{n-1,2} & -g_{n-1,3} & \dots & g_{n-1,n-1} \end{pmatrix},$$

Задающие токи узлов ( $I'$ ,  $I''$ ) являются функцией напряжений и вычисляются на основе (4.34), т.е.

$$\begin{aligned} \underline{I} = I' + jI'' &= \frac{S_i^*}{U_i} = \frac{P_i - jQ_i}{U_i - jU_i''} = \frac{(P_i - jQ_i)(U_i' + jU_i'')}{(U_i' - jU_i'')(U_i' + jU_i'')} = \\ &= \frac{P_i U_i' + Q_i U_i''}{U_i^2} + j \frac{P_i U_i'' - Q_i U_i'}{U_i^2}. \end{aligned} \quad (4.45)$$

Следовательно,

$$I_i' = \frac{P_i U_i' + Q_i U_i''}{(U_i')^2 + (U_i'')^2} - \text{вещественная часть задающего тока}, \quad (4.46)$$

$$I_i'' = \frac{P_i U_i'' - Q_i U_i'}{(U_i')^2 + (U_i'')^2} - \text{мнимая часть задающего тока}, \quad (4.47)$$

где  $U_i' = U_i \cos \delta_i$ ,  $U_i'' = U_i \sin \delta_i$ ,  $U_i = \sqrt{(U_i')^2 + (U_i'')^2}$ ,  $\text{tg} \delta_i = \frac{U_i''}{U_i'}$ .

Согласно (4.44), для каждого узла  $i$  в развернутой форме можно записать два уравнения с вещественными переменными:

$$\begin{aligned} g_{ii} U_i' - \sum_{j=1}^{n-1} g_{ij} U_j' + b_{ii} U_i'' - \sum_{j=1}^{n-1} b_{ij} U_j'' &= I_i' + g_{iá} U_{á}, \\ -b_{ii} U_i' + \sum_{j=1}^{n-1} b_{ij} U_j' + g_{ii} U_i'' - \sum_{j=1}^{n-1} g_{ij} U_j'' &= I_i'' - b_{iá} U_{á}. \end{aligned} \quad (4.48)$$

Следует особо подчеркнуть, что на стадии вывода уравнений (4.44), (4.48) был учтен знак «минус» для индуктивной проводимости (см. (4.40)). Поэтому в указанных УУН (4.44) и (4.48) при расчетах под  $b_{ii}$  и  $b_{ij}$  следует понимать положительные величины (модуль); у вещественных и мнимых составляющих токов ( $I'$ ,  $I''$ ) и напряжений ( $U'$ ,  $U''$ ) следует учитывать их реальные знаки.

Наибольшими по модулю коэффициентами в (4.48) являются  $b_{ii}$ . Поэтому, для соблюдения наилучших условий сходимости по методу Зейделя первое уравнение системы (4.48) разрешается в явном виде относительно  $U_i''$ , второе – относительно  $U_i'$ .

Учитывая, что блочная матрица узловых проводимостей остается постоянной, итерационный процесс удобно построить на методе обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} U' \\ U'' \end{pmatrix}^{(k+1)} = \begin{pmatrix} G & B \\ -B & G \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} I'(U) \\ I''(U) \end{pmatrix}^{(k)} + \begin{pmatrix} G & B \\ -B & G \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} G_{i\delta} \\ -B_{i\delta} \end{pmatrix} U_{\delta}. \quad (4.49)$$

Для частного случая (при отсутствии поперечных связей узлов с землей), выражение (4.49) упрощается (см. (4.28)):

$$\begin{pmatrix} U' \\ U'' \end{pmatrix}^{(k+1)} = \begin{pmatrix} G & B \\ -B & G \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} I'(U) \\ I''(U) \end{pmatrix}^{(k)} + \tilde{E} U_{\delta}, \quad (4.50)$$

где

$$\tilde{E} = \left. \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \begin{matrix} n-1 \text{ строк} \\ n-1 \text{ строк} \end{matrix} .$$

В заключение обратимся к частному случаю, когда схема содержит только реактивную составляющую полного сопротивления, т.е.  $R_{ij} = 0$ ;  $x_{ij} \neq 0$ .

Как следствие, в (4.44) подматрицы  $G$  и  $G_{i\bar{6}}$  являются нулевыми. С учетом этого из (4.44) имеем:

$$BU'' = I'(U); BU' = -I''(U) + B_{i\bar{6}}J_{\bar{6}}, \quad (4.51)$$

т.е. исходная система размерности  $2(n-1) \times 2(n-1)$  распадается на две независимые системы (4.51), каждая из которых имеет размерности  $(n-1) \times (n-1)$ .

Пример 4.5.

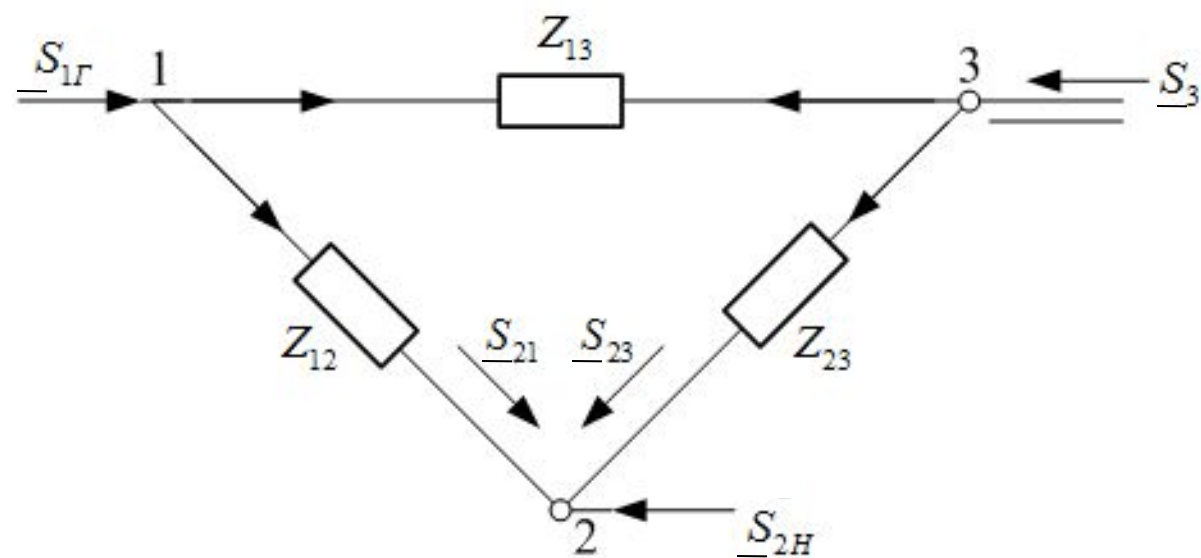


Рис. 4.15 Тестовая схема

*Решение.*

1. При условии, что балансирующим узлом является узел №3, матрица  $Y$  записывается как

$$Y = \begin{pmatrix} Y_{11} & -Y_{12} \\ -Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix}$$

и дает нам структуру подматриц  $G$  и  $B$  в (4.44).

2. Нелинейная система УУН с вещественными переменными в форме баланса токов для рассматриваемой схемы в развернутом виде, согласно (4.44) или (4.48), имеет вид

$$\begin{aligned} g_{11}U'_1 - g_{12}U'_2 + b_{11}U''_1 - b_{12}U''_2 &= I'_1 + g_{13}U_3, \\ -g_{21}U'_1 + g_{22}U'_2 - b_{21}U''_1 + b_{22}U''_2 &= I'_2 + g_{23}U_3, \\ -b_{11}U'_1 + b_{12}U'_2 + g_{11}U''_1 - g_{12}U''_2 &= I''_1 - b_{13}U_3, \\ b_{21}U'_1 - b_{22}U'_2 - g_{21}U''_1 + g_{22}U''_2 &= I''_2 - b_{23}U_3. \end{aligned} \tag{4.52}$$



3. Приведем систему (4.52) к итерационному виду, разрешая её относительно составляющих напряжений при коэффициентах  $b_{11}$  и  $b_{22}$ , т.е. первое уравнение разрешаем относительно  $U_1''$ , второе – относительно  $U_2''$  и т.д.

$$\begin{aligned}
 U_1'' &= \frac{1}{b_{11}} \left[ I_1'(U_1) - g_{11}U_1' + g_{12}U_2' + b_{12}U_2'' + g_{13}U_3 \right], \\
 U_2'' &= \frac{1}{b_{22}} \left[ I_2'(U_2) + g_{21}U_2' - g_{22}U_2' + b_{21}U_1'' + g_{23}U_3 \right], \\
 U_1' &= \frac{1}{b_{11}} \left[ -I_1''(U_1) + b_{12}U_2' + g_{11}U_1'' - g_{12}U_2'' + b_{13}U_3 \right], \\
 U_2' &= \frac{1}{b_{22}} \left[ -I_2''(U_2) + b_{21}U_1' - g_{21}U_1'' + g_{22}U_2'' + b_{23}U_3 \right]. \tag{4.53}
 \end{aligned}$$

Пример 4.6. Для схемы (рис. 4.15), содержащей только реактивные сопротивления ветвей, рассчитать векторы напряжений узлов на базе нелинейных УУН с вещественными переменными в форме баланса токов. Решение осуществить итерационным методом на основе обратной матрицы. Определить потери реактивной мощности в схеме.

Дано:

$$X_{12} = 50; X_{13} = 40; X_{23} = 80 \text{ Ом};$$

$$\vec{S}_1 = 100 + j80 \text{ мВА} - \text{генерация}; \vec{S}_2 = -(150 + j120) \text{ мВА} - \text{нагрузка};$$

$$U_3 = 220 \text{ кВ} - \text{базисное напряжение.}$$

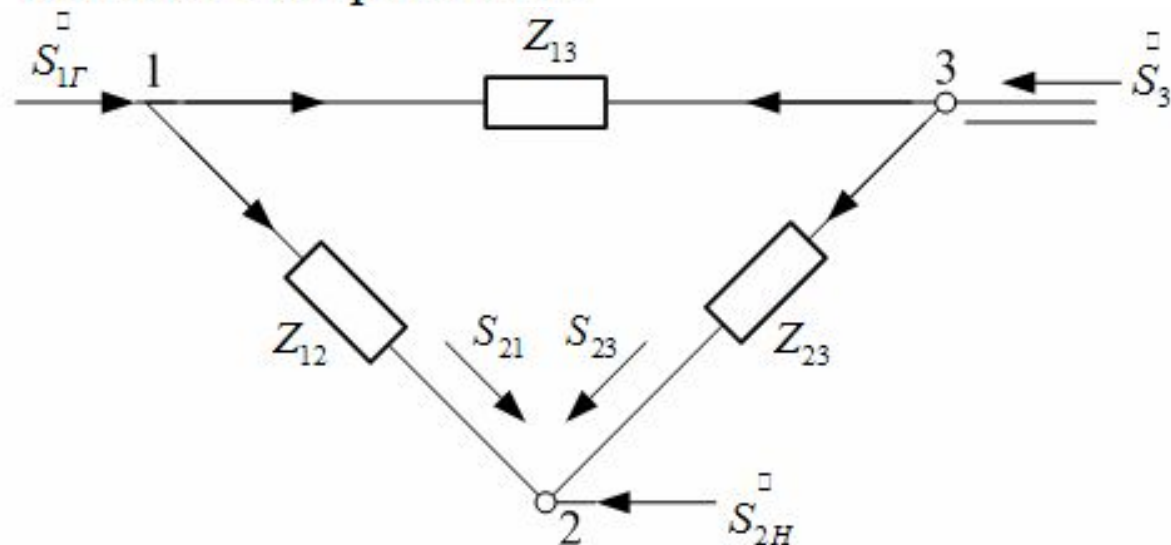


Рис. 4.15 Тестовая схема

## 1. Математическая модель режима схемы.

Учитывая отсутствие активных сопротивлений, режим будет описываться двумя матричными уравнениями (4.51). Применительно к рассматриваемой схеме, с учетом того, что узел №3 является балансирующим, имеем

$$\begin{pmatrix} b_{11} & -b_{12} \\ -b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1' \\ U_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I_1'' \\ -I_2'' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{13} \\ b_{23} \end{pmatrix} U_3, \quad \begin{pmatrix} b_{11} & -b_{12} \\ -b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1'' \\ U_2'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1' \\ I_2' \end{pmatrix}. \quad (4.54)$$

Обратную матрицу  $B^{-1}$  можно записать в общем виде:

$$B^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} b_{22} & b_{12} \\ b_{21} & b_{11} \end{pmatrix} \text{ или } B^{-1} = Z = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix}, \quad (4.55)$$

где  $\Delta = \det(B) = b_{11}b_{22} - b_{12}^2$ .

Учитывая, что в схеме отсутствуют поперечные проводимости, решение (4.54) с учетом  $B^{-1} = Z$  запишется так:

$$\begin{pmatrix} U_1' \\ U_2' \end{pmatrix}^{(k+1)} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -I_1'' \\ -I_2'' \end{pmatrix}^{(k)} + \begin{pmatrix} U_3 \\ U_3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} U_1'' \\ U_2'' \end{pmatrix}^{(k+1)} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1' \\ I_2' \end{pmatrix}^{(k)}, \quad (4.56)$$

где  $I_i'$ ,  $I_i''$  рассчитываются по (4.46).

Система (4.56) определяет итерационный процесс; матрица  $Z$  при этом является неизменной.

2. Расчет матрицы  $B^{-1} = Z$ .

Взаимные и собственные проводимости:

$$b_{12} = \frac{1}{X_{12}} = \frac{1}{50} = 0.02; \quad b_{13} = 0.025; \quad b_{23} = 0.0125;$$

$$b_{11} = b_{12} + b_{13} = 0.045; \quad b_{22} = b_{21} + b_{23} = 0.0325.$$

матрица  $B^{-1}$  по (4.55):

$$\Delta = \det(B) = 0.0010625,$$

$$B^{-1} = \frac{1}{0.0010625} \begin{pmatrix} 0.0325 & 0.02 \\ 0.02 & 0.045 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30.588235 & 18.823529 \\ 18.823529 & 42.352941 \end{pmatrix}.$$

3. Итерационный процесс по (4.56):

$$\begin{pmatrix} U_1' \\ U_2'' \end{pmatrix}^{(k+1)} = \begin{pmatrix} 30.588235 & 18.823529 \\ 18.823529 & 42.352941 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -I_1'' \\ -I_2'' \end{pmatrix}^{(k)} + \begin{pmatrix} 220 \\ 220 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} U_1'' \\ U_2'' \end{pmatrix}^{(k+1)} = \begin{pmatrix} 30.588235 & 18.823529 \\ 18.823529 & 42.352941 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1' \\ I_2' \end{pmatrix}^{(k)}, \quad (4.57)$$

где

$$I_i' = \frac{P_i U_i' + Q_i U_i''}{U_i^2}; \quad I_i'' = \frac{P_i U_i'' - Q_i U_i'}{U_i^2}. \quad (4.58)$$

Первое приближение.

Принимаем:  $U'_1 = U'_2 = 220$ ;  $U''_1 = U''_2 = 0$ .

По (4.58) имеем:

$$I'_1 = \frac{100 \cdot 220}{220^2} = 0.45; \quad I''_1 = \frac{-80 \cdot 220}{220^2} = -0.364;$$
$$I'_2 = \frac{-150 \cdot 220}{220^2} = -0.682; \quad I''_2 = \frac{120 \cdot 220}{220^2} = 0.545.$$

На основе (4.57) получаем первое приближение составляющих напряжений:

$$\begin{pmatrix} U'_1 \\ U'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30.588235 & 18.823529 \\ 18.823529 & 42.352941 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.364 \\ -0.545 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 220 \\ 220 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 220.8753 \\ 220.769 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} U''_1 \\ U''_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30.588235 & 18.823529 \\ 18.823529 & 42.352941 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.45 \\ -0.682 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.927 \\ -20.414 \end{pmatrix}.$$

Второе приближение.

- Уточняем задающие токи:

$$U_1 = \sqrt{(U_1')^2 + (U_1'')^2} = \sqrt{220.8753^2 + 0.927^2} = 220.877;$$

$$U_2 = \sqrt{203.769^2 + (-20.414)^2} = 204.789;$$

$$I_1' = \frac{100 \cdot 220.8753 + 80 \cdot 0.927}{220.877^2} = 0.4543;$$

$$I_1'' = \frac{100 \cdot 0.927 - 80 \cdot 220.8753}{220.877^2} = -0.3603;$$

$$I_2' = \frac{(-150) \cdot 203.769 + (-120) \cdot (-20.414)}{204.789^2} = -0.670;$$

$$I_2'' = \frac{(-150) \cdot (-20.414) - (-120) \cdot 203.769}{204.789^2} = 0.656.$$

- Уточняем составляющие напряжений (приводим только результаты):

$$U_1' = 218.75; U_1'' = 1.285; U_2' = 199.05; U_2'' = -19.825.$$

Результаты завершающей стадии итерационного процесса представлены в таблице 4.2.

Результаты завершающей стадии итерационного процесса представлены в таблице 4.2.

Таблица 4.2

Результаты расчета к примеру 4.6

№ итерации	6	7	8	9
$U_1'$	218,4017	218,40215	218,40154	218,40151
$U_1''$	1,1310	1,13143	1,130801	1,130837
$U_2'$	198,208	198,20902	198,20772	198,20754
$U_2''$	-20,4428	-20,4421	-20,4435	-20,44340
$I_1'$	0,459752	0,459756	0,4597562	0,4597564
$I_1''$	-0,363915	-0,363917	-0,363915	-0,363917
$I_2'$	-0,687012	-0,686996	-0,68703	-0,6870284
$I_2''$	0,67627	0,67625	0,67628	0,676285

За решение приняты результаты 9-ой итерации:

$$U_1 = 218.4044; \delta_1 = 0.296663^0; U_2 = 199.259; \delta_2 = -5.8887^0.$$



#### 4. Расчет потерь реактивной мощности схемы:

- условие баланса задающих токов схемы

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 0,$$

- ток балансирующего узла

$$\bar{I}_3 = -\left(\bar{I}_1 + \bar{I}_2\right) = 0.227272 - j0.312368 = 0.386298 \angle -53.9612,$$

- мощность балансирующего узла

$$S_3 = U_3 \bar{I}_3^* = 220 \cdot 0.386298 \angle 53.9612 = 50 + j68.721 \text{ мВА}$$

и является генерацией;

• потери мощности схемы равны разности мощностей генерации и нагрузок; для принятых положительных направлений (рис. 4.15) потери равны сумме задающих мощностей схемы

$$\Delta Q_{\Sigma} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 80 - 120 + 68.721 = 28.721 \text{ мВАр},$$

или 19.3 % от мощности генерации,

$$\Delta P_{\Sigma} = P_1 + P_2 + P_3 = 100 - 150 + 50 = 0,$$

т.е. потери активной мощности отсутствуют в силу неучета активных сопротивлений.

Пример 4.7. Для схемы (рис. 4.15), содержащей только реактивные сопротивления ветвей, рассчитать векторы напряжений узлов на базе нелинейных УУН с вещественными переменными в форме баланса токов. Решение осуществить методом Ньютона.

Дано:

$$X_{12} = 50; X_{13} = 40; X_{23} = 80 \text{ Ом};$$

$$\vec{S}_1 = 100 + j80 \text{ мВА} - \text{генерация}; \vec{S}_2 = -(150 + j120) \text{ мВА} - \text{нагрузка};$$

$$U_3 = 220 \text{ кВ} - \text{базисное напряжение}.$$

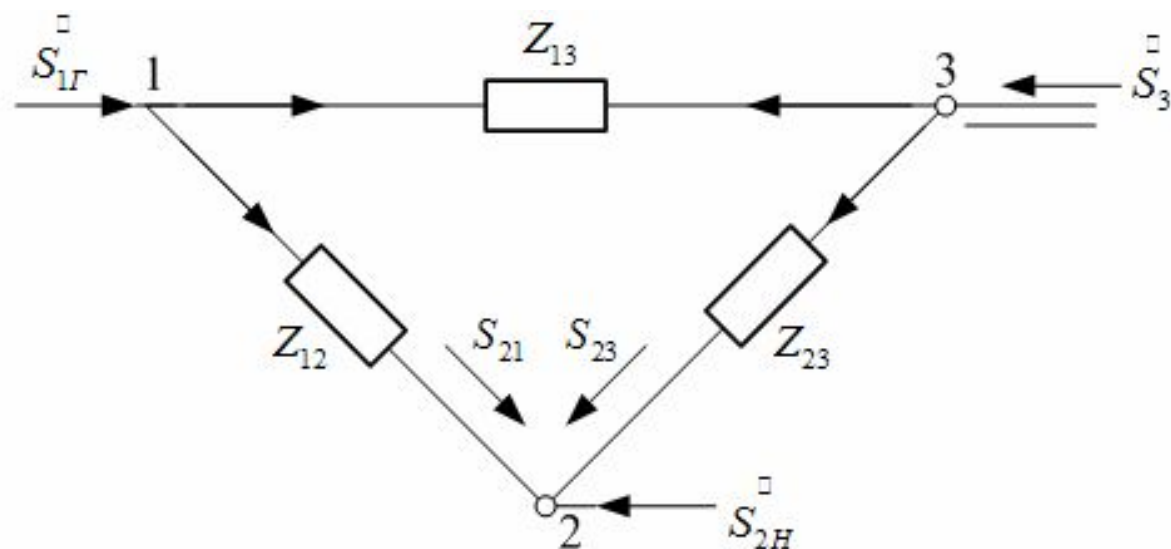


Рис. 4.15 Тестовая схема

*Решение.*

1. Математическая модель режима схемы.

При чисто реактивных связях схемы (рис. 4.15) её режим описывается двумя матричными уравнениями (4.54).

$$\left. \begin{aligned} I''_{1\Sigma}(U'_1, U'_2) &= b_{11}U'_1 - b_{12}U'_2 + I''_1(U'_1) - b_{13}U_3 = 0 \\ I''_{2\Sigma}(U'_1, U'_2) &= -b_{21}U'_1 + b_{22}U'_2 + I''_2(U'_2) - b_{23}U_3 = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (4.59)$$

$$\left. \begin{aligned} I'_{1\Sigma}(U''_1, U''_2) &= b_{11}U''_1 - b_{12}U''_2 - I'_1(U''_1) = 0 \\ I'_{2\Sigma}(U''_1, U''_2) &= -b_{21}U''_1 + b_{22}U''_2 - I'_2(U''_2) = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4.60)$$

Нелинейность этих функций обусловлена нелинейностью задающих токов, которые описываются зависимостью (4.46)

$$I'_i = \frac{P_i U'_i + Q_i U''_i}{(U'_i)^2 + (U''_i)^2}; \quad I''_i = \frac{P_i U''_i - Q_i U'_i}{(U'_i)^2 + (U''_i)^2}. \quad (4.61)$$

## 2. Метод Ньютона.

По методу Ньютона нелинейные уравнения (4.59), (4.60) необходимо заменить эквивалентными линейными.

Запишем матрицы Якоби для системы (4.59)

$$I'' = \begin{pmatrix} \frac{\partial I''_{1\Sigma}}{\partial U'_1} & \frac{\partial I''_{1\Sigma}}{\partial U'_2} \\ \frac{\partial I''_{2\Sigma}}{\partial U'_1} & \frac{\partial I''_{2\Sigma}}{\partial U'_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (b_{11} + \beta_1) & -b_{12} \\ -b_{22} & (b_{22} + \beta_2) \end{pmatrix}, \quad (4.62)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= \frac{\partial I''_1}{\partial U'_1} = -\frac{Q_1 + 2I''_1 U'_1}{U_1^2} \\ \beta_2 &= \frac{\partial I''_2}{\partial U'_2} = -\frac{Q_2 + 2I''_2 U'_2}{U_2^2} \end{aligned} \right\}, \quad (4.63)$$

для системы (4.60)

$$I' = \begin{pmatrix} \frac{\partial I'_{1\Sigma}}{\partial U_1''} & \frac{\partial I'_{1\Sigma}}{\partial U_2''} \\ \frac{\partial I'_{2\Sigma}}{\partial U_1''} & \frac{\partial I'_{2\Sigma}}{\partial U_2''} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (b_{11} - \alpha_1) & -b_{12} \\ -b_{22} & (b_{22} - \alpha_2) \end{pmatrix}, \quad (4.64)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{\partial I'_1}{\partial U_1''} = \frac{Q_1 - 2I'_1 U_1''}{U_1^2} \\ \alpha_2 &= \frac{\partial I'_2}{\partial U_2''} = \frac{Q_2 - 2I'_2 U_2''}{U_2^2} \end{aligned} \right\}. \quad (4.65)$$

Коэффициенты  $\beta$ ,  $\alpha$  найдены дифференцированием зависимостей (4.61).

Линеаризованные системы уравнений в матричной форме на базе (4.62) и (4.64) запишутся так:

$$\begin{pmatrix} (b_{11} + \beta_1) & -b_{12} \\ -b_{22} & (b_{22} + \beta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta U'_1 \\ \Delta U'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I''_{1\Sigma} \\ -I''_{2\Sigma} \end{pmatrix}, \quad (4.66)$$

$$\begin{pmatrix} (b_{11} - \alpha_1) & -b_{12} \\ -b_{22} & (b_{22} - \alpha_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta U''_1 \\ \Delta U''_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I'_{1\Sigma} \\ -I'_{2\Sigma} \end{pmatrix}. \quad (4.67)$$

Или соответственно в развернутой форме

$$\left. \begin{aligned} (b_{11} + \beta_1)\Delta U'_1 - b_{12}\Delta U'_2 &= -I''_{1\Sigma} \\ -b_{22}\Delta U'_1 + (b_{22} + \beta_2)\Delta U'_2 &= -I''_{2\Sigma} \end{aligned} \right\}, \quad (4.68)$$

$$\left. \begin{aligned} (b_{11} - \alpha_1)\Delta U''_1 - b_{12}\Delta U''_2 &= -I'_{1\Sigma} \\ -b_{22}\Delta U''_1 + (b_{22} - \alpha_2)\Delta U''_2 &= -I'_{2\Sigma} \end{aligned} \right\}. \quad (4.69)$$

На каждом шаге итерационного процесса линейные системы (4.68) и (4.69) решаются относительно поправок  $\Delta U_i'$  и  $\Delta U_i''$ , что позволяет уточнить составляющие искомым напряжений по выражениям

$$\begin{aligned}(U_i')^{(k+1)} &= (U_i')^{(k)} + (\Delta U_i')^{(k)}, \\ (U_i'')^{(k+1)} &= (U_i'')^{(k)} + (\Delta U_i'')^{(k)}.\end{aligned}\tag{4.70}$$



## 4.7. Нелинейные уравнения баланса мощности в тригонометрической форме

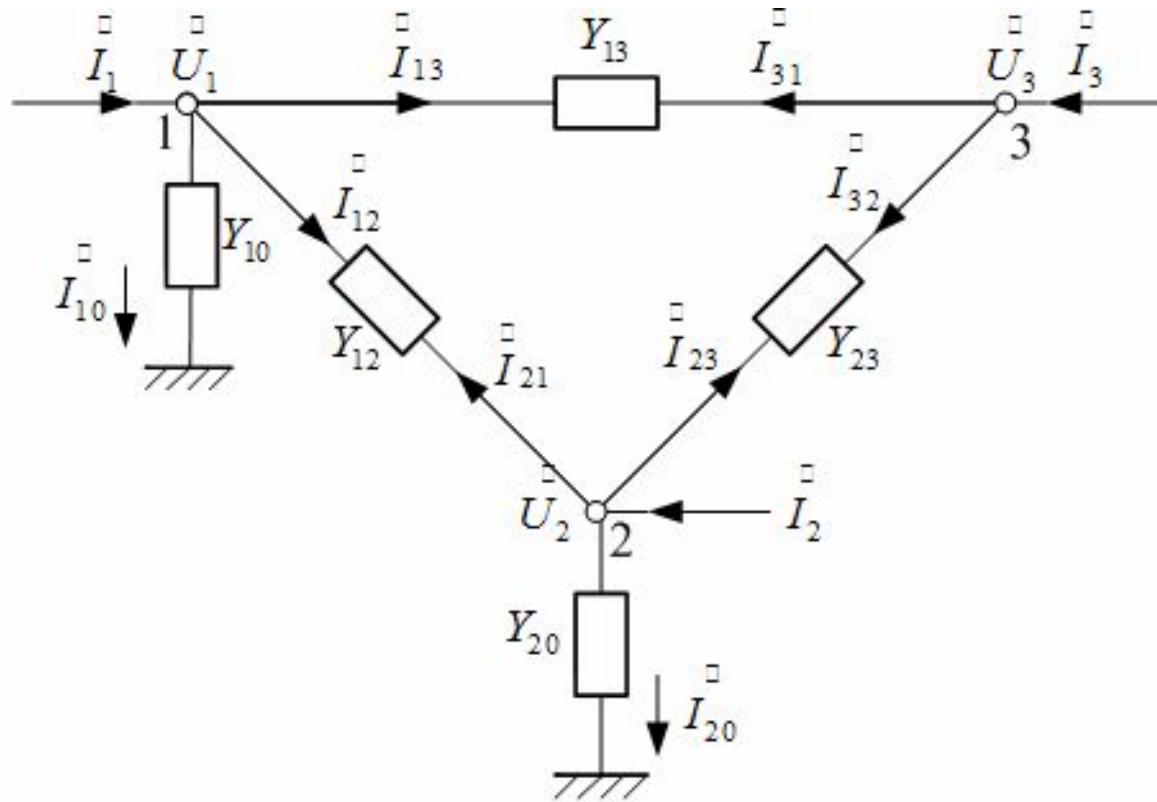


Рис. 4.11 Схема замещения

Как и ранее, комплексные величины напряжения и проводимости записываем в виде

$$\underline{U}_i = U_i \angle \delta_i, \quad \underline{Y}_{ij} = Y_{ij} \angle -\psi_{ij}, \quad \underline{Y}_{ii} = Y_{ii} \angle -\psi_{ii}.$$

Вывод УБМ проведем на базе схемы рис. 4.11 для узла №1. Ранее (раздел 4.3) было получено уравнение баланса токов (4.17) для узла №1 в комплексной форме

$$\underline{I}_1 = U_1 Y_{11} \angle (\delta_1 - \psi_{11}) - U_2 Y_{12} \angle (\delta_2 - \psi_{12}) - U_3 Y_{13} \angle (\delta_3 - \psi_{13}). \quad (4.73)$$

Задающая мощность этого узла равна

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_1 \underline{I}_1^* = P_1 + jQ_1. \quad (4.74)$$

Подставляя в (4.74) сопряженный вектор тока  $\underline{I}_1^*$  (сопряжение соответствует изменению знака фазы в (4.73) на противоположную), получим

$$\underline{S}_1 = U_1^2 Y_{11} \angle \psi_{11} - U_1 U_2 Y_{12} \angle (\delta_1 - \delta_2 + \psi_{12}) - U_1 U_3 Y_{13} \angle (\delta_1 - \delta_3 + \psi_{13}).$$

Выражение мощности  $\bar{S}_1$  в тригонометрической форме запишется как

$$\begin{aligned}\bar{S}_1 &= U_1^2 Y_{11} \cos \psi_{11} - U_1 U_2 Y_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2 + \psi_{12}) - U_1 U_3 Y_{13} \cos(\delta_1 - \delta_3 + \psi_{13}) + \\ &+ j \left[ U_1^2 Y_{11} \sin \psi_{11} - U_1 U_2 Y_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2 + \psi_{12}) - U_1 U_3 Y_{13} \sin(\delta_1 - \delta_3 + \psi_{13}) \right] = \\ &= P_1 + jQ_1,\end{aligned}\quad (4.75)$$

и после деления на два вещественных уравнения имеем:

$$\begin{aligned}P_1 &= U_1^2 Y_{11} \cos \psi_{11} - U_1 U_2 Y_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2 + \psi_{12}) - U_1 U_3 Y_{13} \cos(\delta_1 - \delta_3 + \psi_{13}), \\ Q_1 &= U_1^2 Y_{11} \sin \psi_{11} - U_1 U_2 Y_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2 + \psi_{12}) - U_1 U_3 Y_{13} \sin(\delta_1 - \delta_3 + \psi_{13}).\end{aligned}\quad (4.76)$$

Для высоковольтных схем угол  $\psi_{ij}$  (фаза сопротивления) близок к  $90^\circ$ . Общепринято в энергетической литературе вместо угла  $\psi_{ij}$  использовать угол  $\alpha_{ij}$ , дополняющий его до  $90^\circ$ , т.е.

$$\psi_{ij} + \alpha_{ij} = 90^\circ \text{ или } \psi_{ij} = 90^\circ - \alpha_{ij}.\quad (4.77)$$

Тогда для схемы произвольной структуры с  $n$  узлами для каждого узла  $i$  можно записать два уравнения:

$$P_i = U_i^2 g_{ii} + U_i \sum_{j=1}^n U_j Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \alpha_{ij}), \quad (4.82)$$

$$Q_i = U_i^2 b_{ii} - U_i \sum_{j=1}^n U_j Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \alpha_{ij}), \quad (4.83)$$

где  $g_{ii}$ ,  $b_{ii}$  рассчитываются согласно (4.81), или

$$g_{ii} = \sum_{j=0, j \neq i}^n g_{ij}, \quad b_{ii} = \sum_{j=0, j \neq i}^n b_{ij}, \quad (4.84)$$

и  $\alpha_{ij} = 90^\circ - \psi_{ij}$  ( $\psi_{ij}$  аргумент сопротивления  $\underline{Z}_{ij}$ ).

В качестве стартовых значений искомых параметров при расчетах режимов обычно принимают

$$U_i = U_{iНОМ}, \quad \delta_i = 0.$$

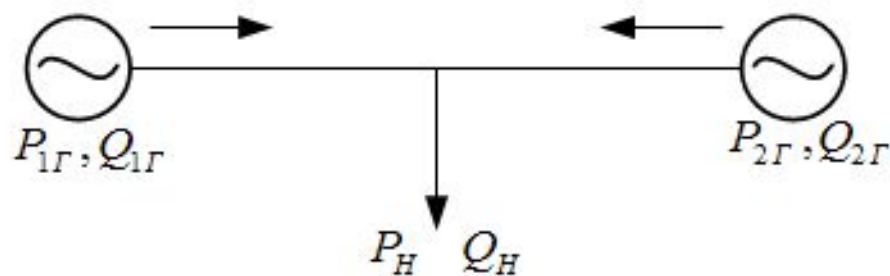
Ориентируясь на метод Ньютона, уравнения (4.82), (4.83) представляют в виде

$$P_{i\Sigma} = U_i^2 g_{ii} + U_i \sum_{j=1}^n U_j Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \alpha_{ij}) - P_i = 0, \quad (4.86)$$

$$Q_{i\Sigma} = U_i^2 b_{ii} - U_i \sum_{j=1}^n U_j Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \alpha_{ij}) - Q_i = 0. \quad (4.87)$$

## **4.8. Степени свободы электрических систем**

Например, пусть имеется схема из двух электрических станций и одного нагрузочного узла (рис. 4.17).



*Рис. 4.17 Система с двумя степенями свободы*

Пренебрегая потерями мощности, можно написать условия баланса

$$P_{1Г} + P_{2Г} - P_H = 0,$$

$$Q_{1Г} + Q_{2Г} - Q_H = 0.$$

В этих уравнениях шесть переменных. Две из них ( $P_H, Q_H$ ) являются заданными (ограничениями), две другие (например,  $P_{1Г}, Q_{1Г}$ ) можно выбрать произвольно (в пределах  $P_H, Q_H$ ), тогда две последние ( $P_{2Г}, Q_{2Г}$ ) определятся из условия баланса. В данном случае система имеет две степени свободы.