

# ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ПРЯМОЗУБЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Разработал: доцент каф. 202  
Ковеза Юрий Владимирович  
ауд. 227 МК  
[khai202.ho.ua](mailto:khai202.ho.ua)

Лектор: ассистент каф. 202  
Светличный Сергей Петрович  
ауд. 246

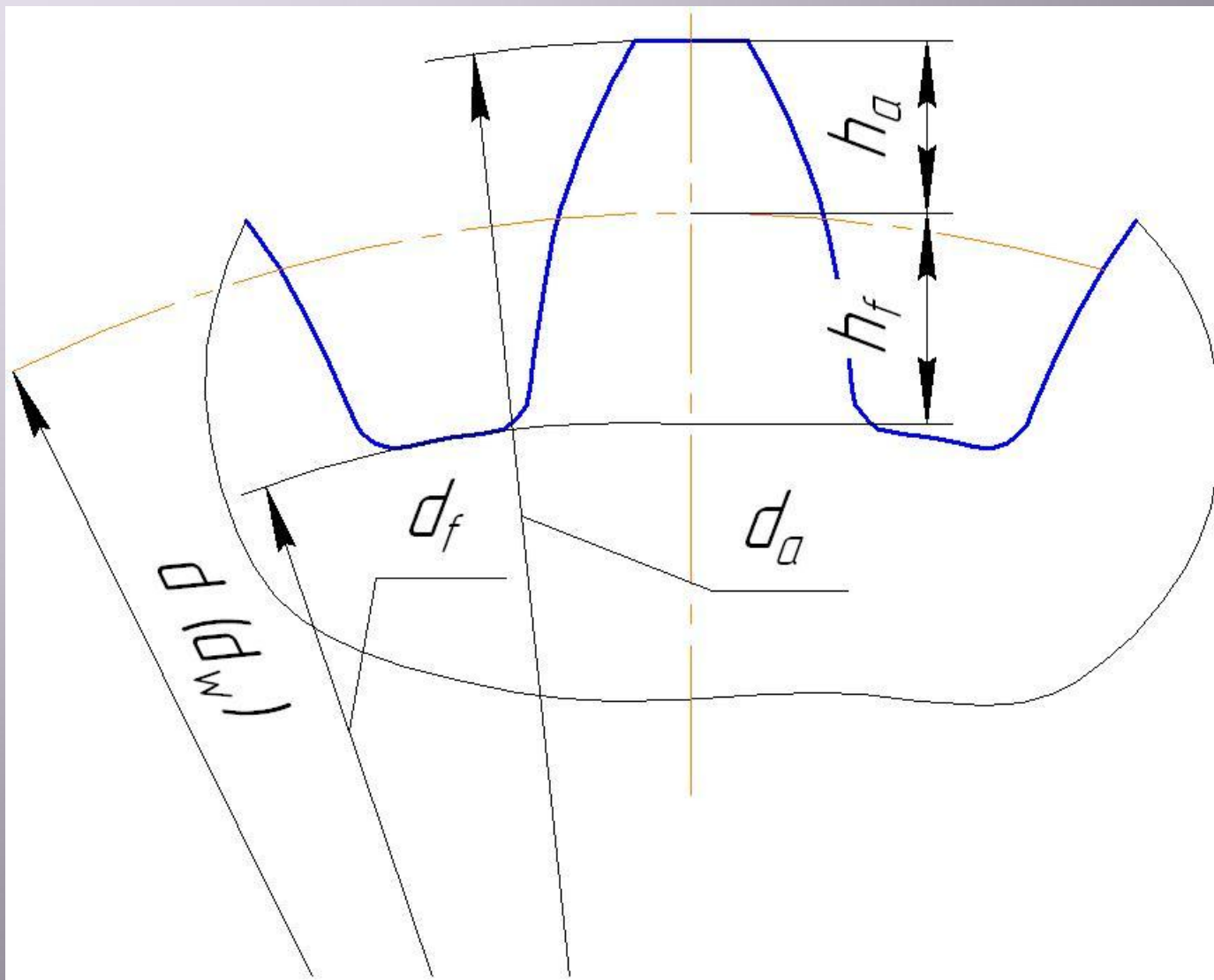
# Содержание лекции:

1. Основные параметры цилиндрических колес.
2. Силы действующие в зацеплении.
3. Допускаемые напряжения при расчете на контактную прочность.
4. Допускаемые контактные напряжения. Учет нестационарности нагружения.
5. Допускаемые напряжения при расчете на изгибную прочность.
6. Проектировочный расчет.

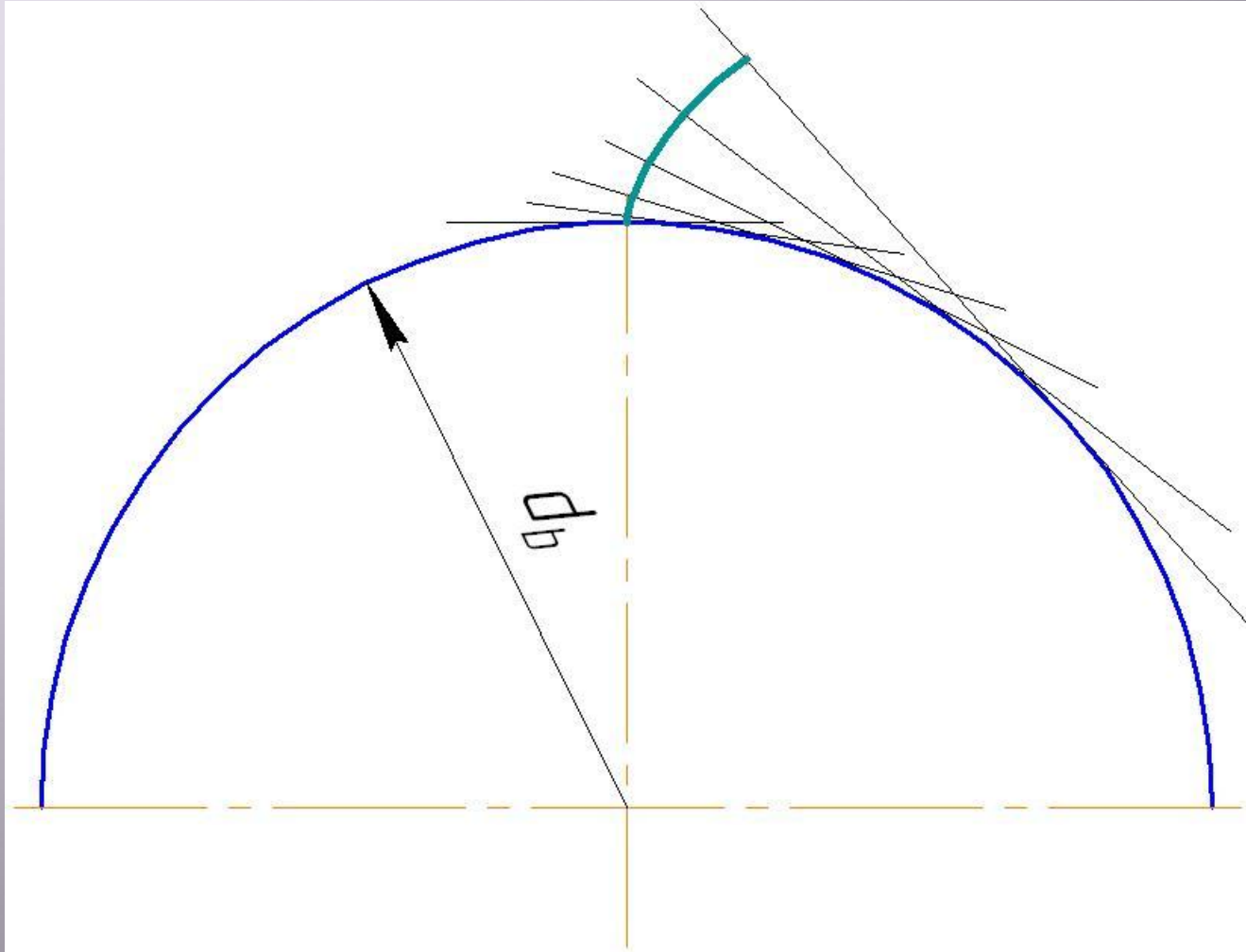
# Содержание лекции:

7. Проверочный расчет по контактной прочности.
8. Проверочный расчет по изгибной прочности.
9. Проверочный расчет по максимальным нагрузкам.
10. Материалы зубчатых колес и способы химико-термической обработки.

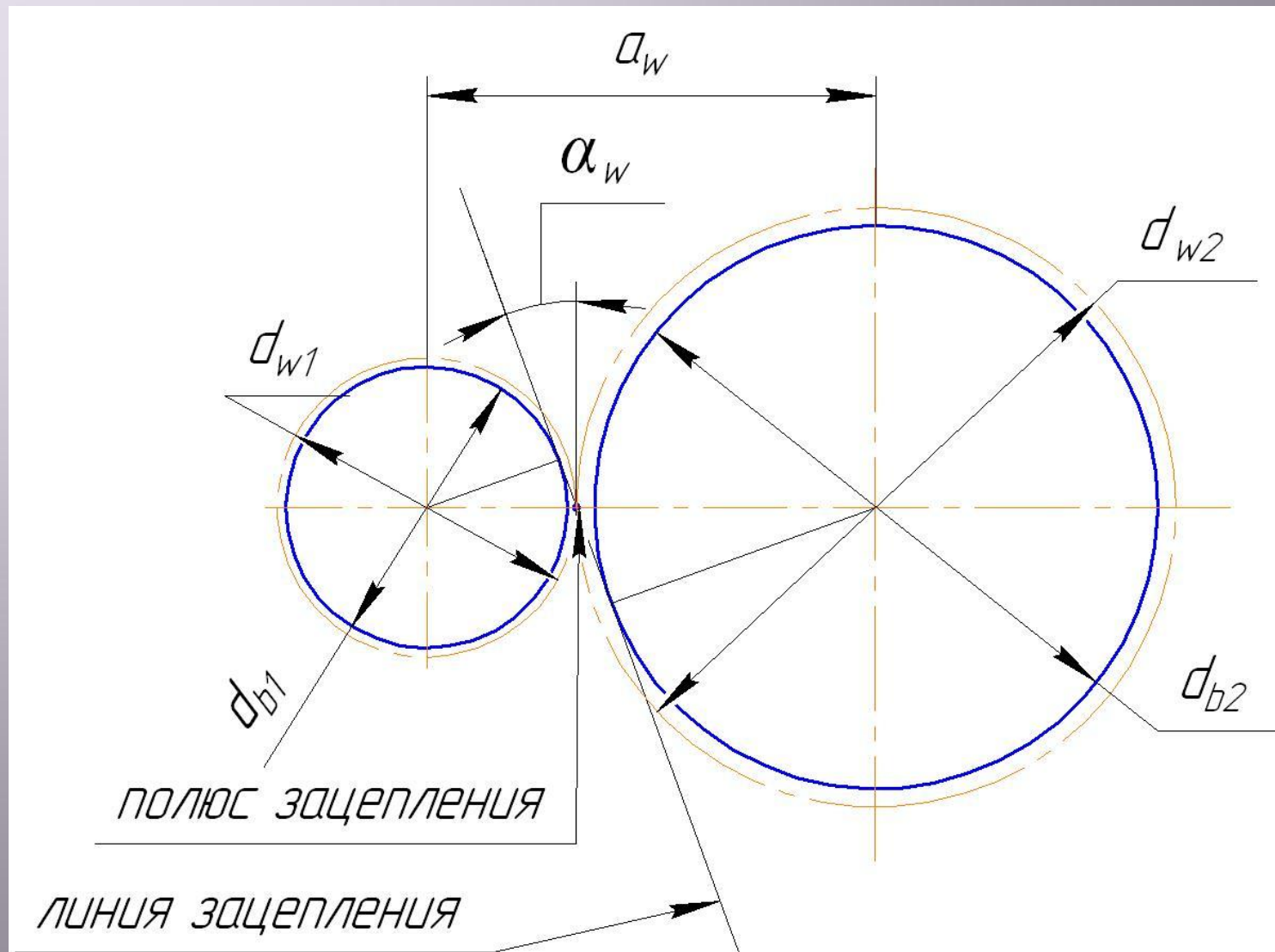
# Основные параметры цилиндрических колес



# Основные параметры цилиндрических колес



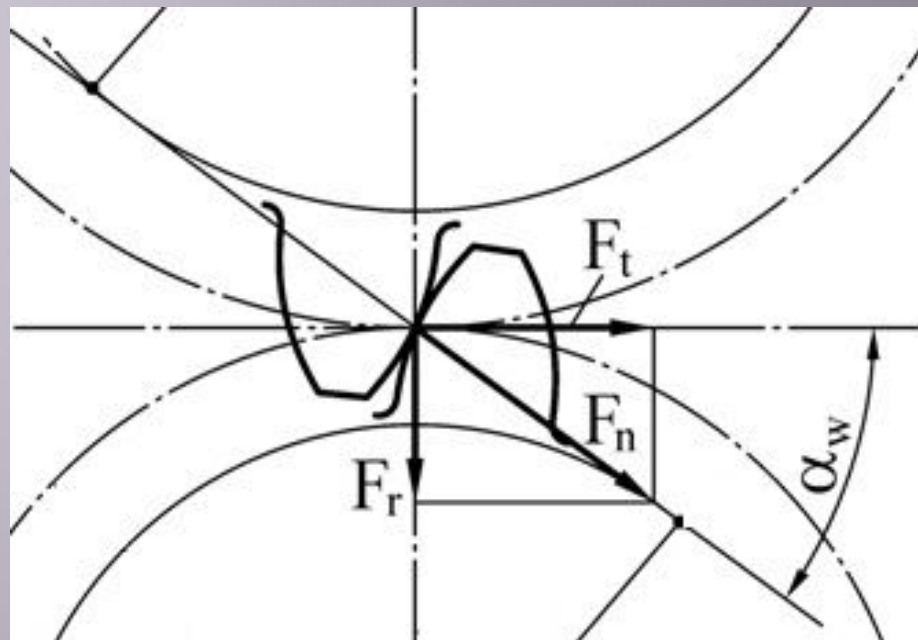
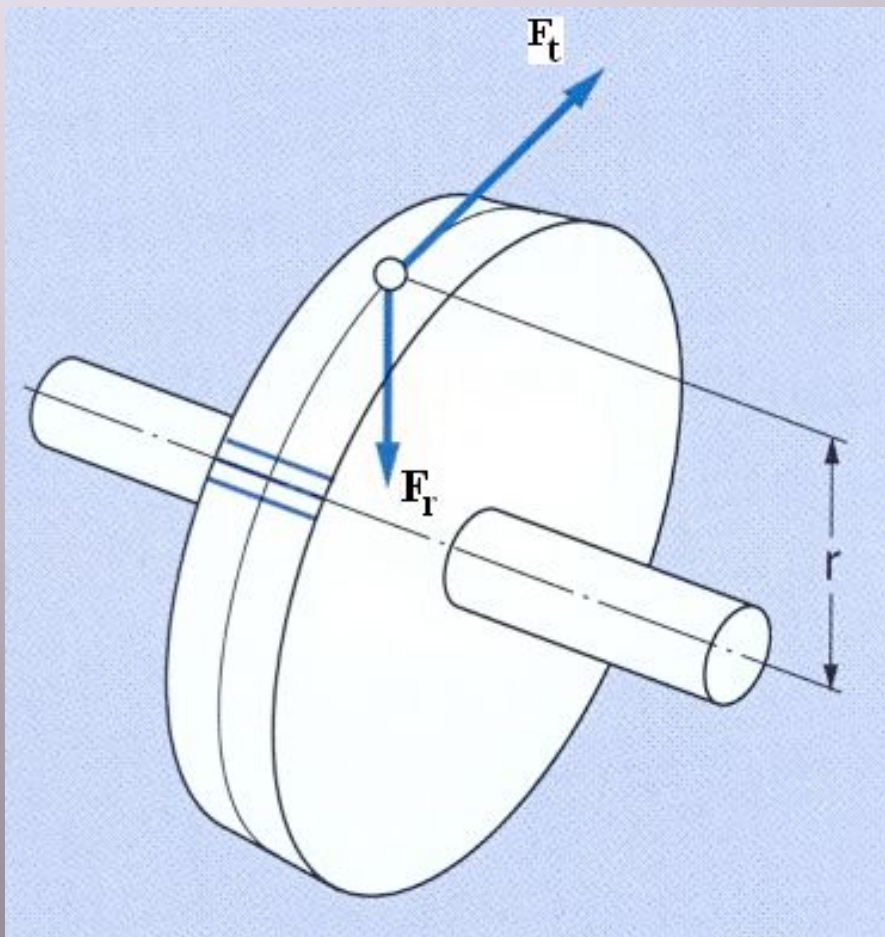
# Основные параметры цилиндрических колес



# Основные соотношения для колес без смещения

Параметр	Формула
Делительный диаметр	$d = mz$
Угол профиля исходного контура	$\alpha = 18, 20, 25, 28^\circ$
Основной диаметр	$d_g = d \cos \alpha$
Диаметр вершин зубьев	$d_a = d + 2m$
Диаметр впадин зубьев	$d_f = d - 2,5m$
Межосевое расстояние	$a_w = m \frac{(Z_2 \pm Z_1)}{2}$

# Силы, действующие в зацеплении



$$F_t = \frac{2T_1}{d_{w1}} = \frac{2T_2}{d_{w2}}$$

$$F_{r1} = F_{r2} = F_t \operatorname{tg} \alpha_w$$



# Допускаемые напряжения при расчете на контактную прочность

$$[\sigma]_H = \frac{\sigma_{Hlim} Z_N}{S_H} Z_R Z_v$$

$\sigma_{Hlim}$  – предел контактной выносливости поверхностей зубьев, соответствующий базовому числу циклов;

$S_H$  – минимальный коэффициент запаса прочности;

$Z_N$  – коэффициент долговечности;

$Z_R$  - коэффициент, учитывающий влияние исходной шероховатости сопряженных поверхностей;

$Z_v$  – коэффициент, учитывающий влияние окружной скорости.

# Допускаемые контактные напряжения

$\sigma_{Hlim}$  – предел контактной выносливости поверхностей зубьев, соответствующий базовому числу циклов:

Способ термической и химико-термической обработки	Средняя твердость поверхностей зубьев	Сталь	$\sigma_{Hlim}$ , МПа
Отжиг, нормализация, улучшение	$\leq 350$ НВ	Углеродистая и легированная	$2 \text{ НВ} + 70$
Объемная закалка	$38 \dots 50 \text{ HRC}_{\text{э}}$		$17 \text{ HRC}_{\text{э}} + 100$
Поверхностная закалка	$40 \dots 56 \text{ HRC}_{\text{э}}$		$17 \text{ HRC}_{\text{э}} + 200$
Цементация, нитроцементация, закалка	$56 \dots 65 \text{ HRC}_{\text{э}}$	Легированная	$23 \text{ HRC}_{\text{э}}$
Азотирование	$550 \dots 750 \text{ НВ}$		1050

# Допускаемые контактные напряжения

$S_H$  – минимальный коэффициент запаса прочности.

Для зубчатых колёс с однородной структурой материала (после улучшения, объёмной закалки)  $S_{Hmin} = 1,1$ .

Для зубчатых колёс с поверхностным упрочнением зубьев (поверхностная закалка, цементация, азотирование)  $S_{Hmin} = 1,2$ .

Для передач, выход из строя которых связан с тяжёлыми последствиями, значения минимальных коэффициентов запаса прочности нужно увеличивать до 1,25 и 1,35.

# Допускаемые контактные напряжения

$Z_R$  - коэффициент, учитывающий влияние исходной шероховатости сопряженных поверхностей.

Значение  $Z_R$ , общее для шестерни и колеса, принимают в зависимости от параметра шероховатости колеса с более грубой поверхностью:

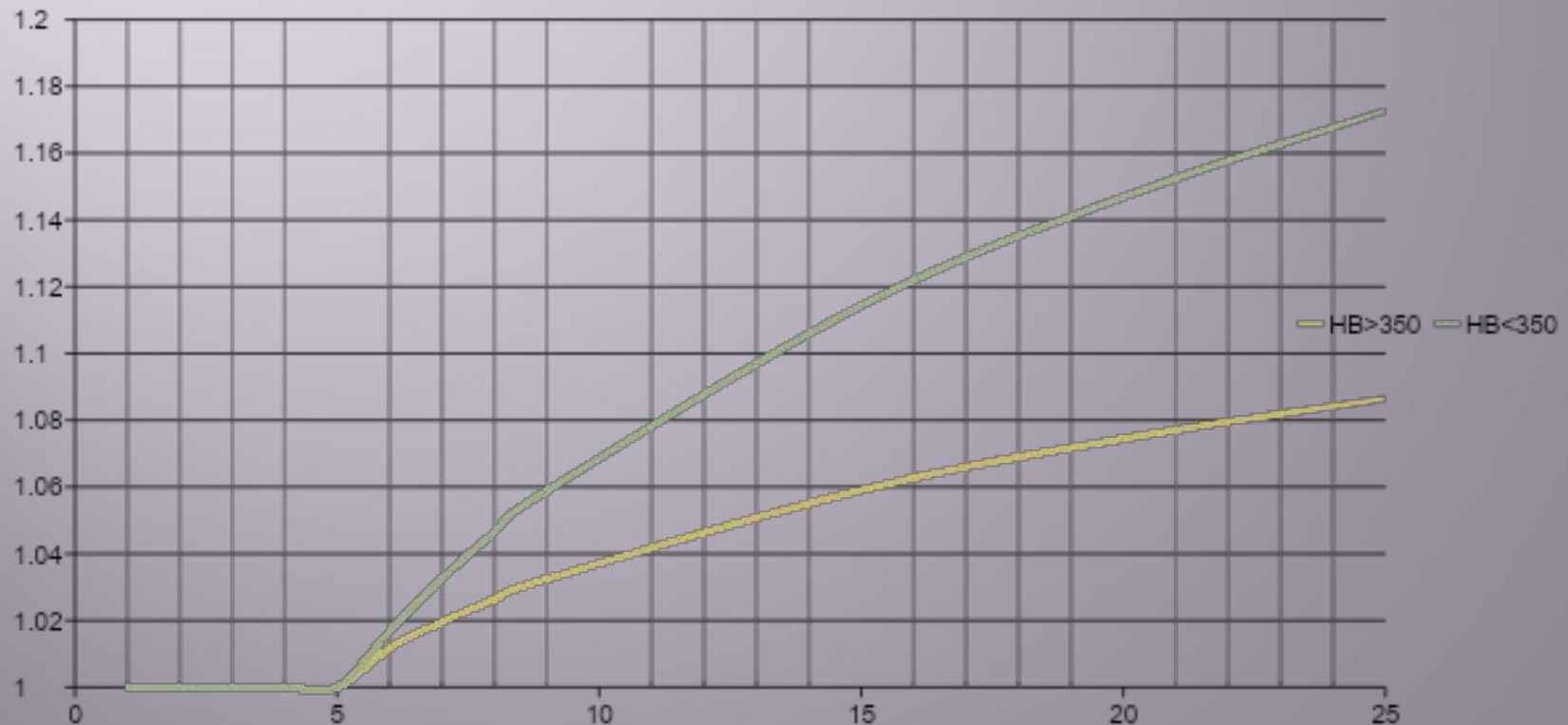
$$\begin{array}{ll} \text{для } R_a = 1,25 \dots 0,63 & Z_R = 1, \\ \text{для } R_a = 2,5 \dots 1,25 & Z_R = 0,95, \\ \text{для } R_z = 40 \dots 10 & Z_R = 0,9 \end{array}$$

# Допускаемые контактные напряжения

$Z_v$  – коэффициент, учитывающий влияние окружной скорости.

При  $v < 6$  м/с  $Z_v = 1$ , далее

$$\begin{aligned} \text{при HB} \leq 350 \quad Z_v &= 0,85 v^{0,1}, \\ \text{при HB} > 350 \quad Z_v &= 0,925 v^{0,05} \end{aligned}$$



# Допускаемые контактные напряжения

## $Z_N$ – коэффициент долговечности

Показывает, как изменяется предел усталостной прочности в зависимости от количества циклов нагружения.

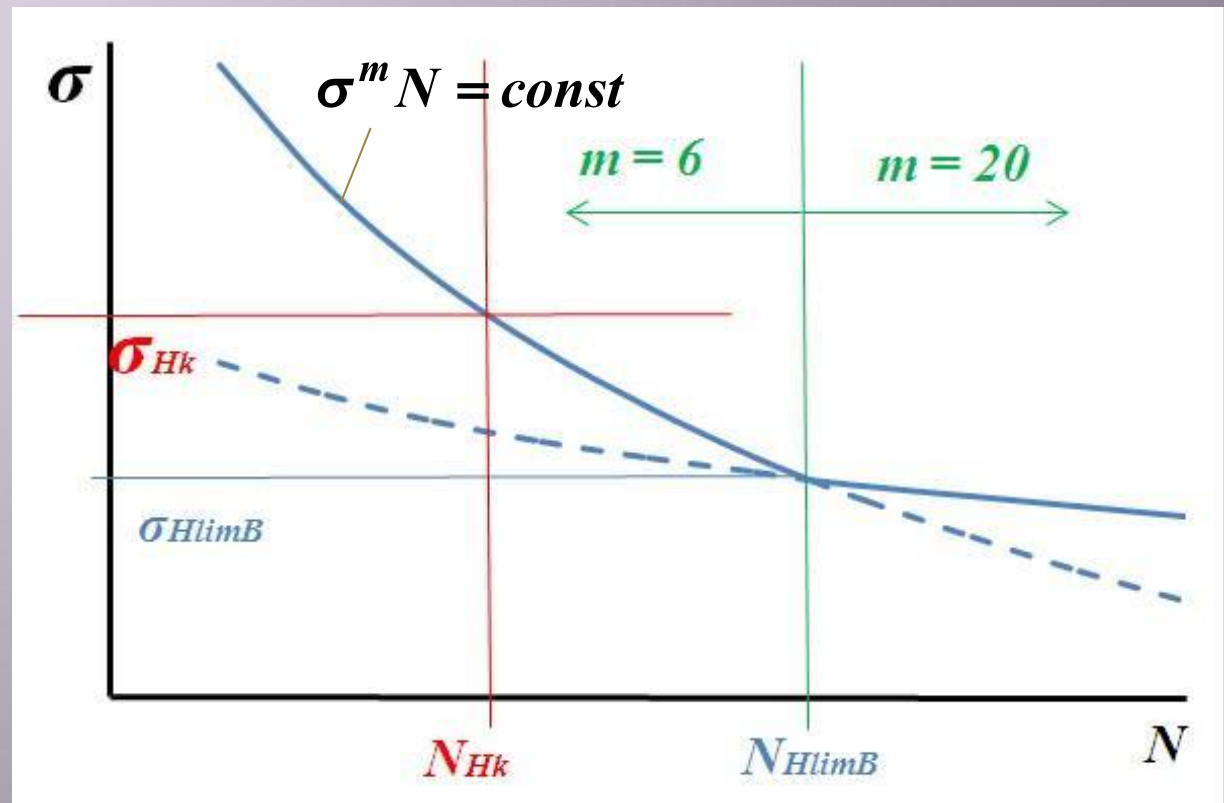
$$Z_N = \sqrt[m]{\frac{N_{Hlim}}{N_K}}$$

$$0,75 \leq Z_N \leq 1,8 \quad (2.6)$$

При постоянном режиме нагружения

$$N_K = c60 L_h n$$

$$N_{Hlim} = 30 (HB)^{2,4} \leq 120 \cdot 10^6$$

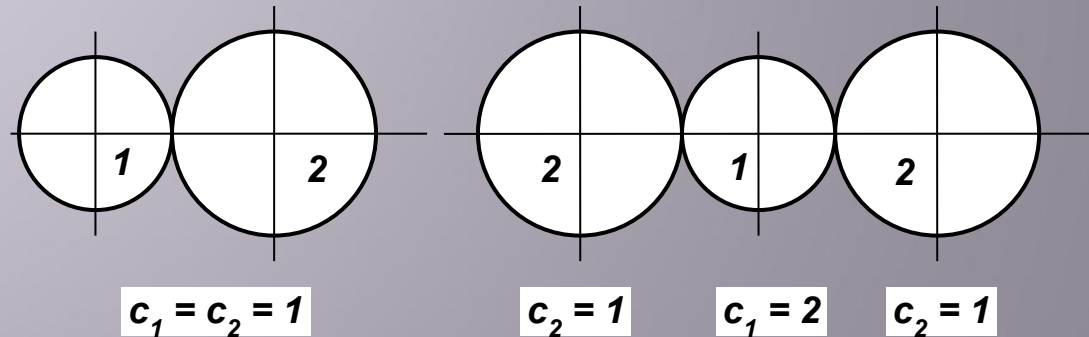
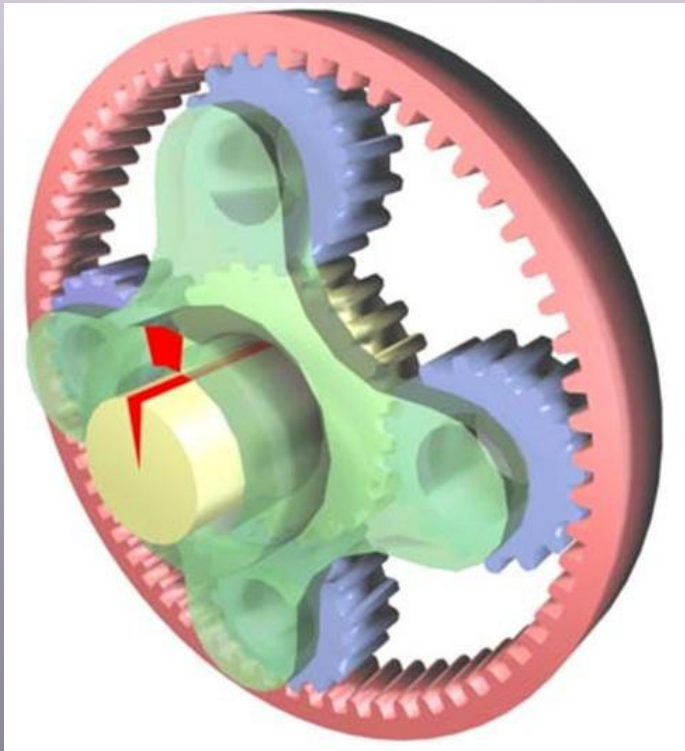


# Допускаемые контактные напряжения

## $Z_N$ – коэффициент долговечности

При постоянном режиме нагружения

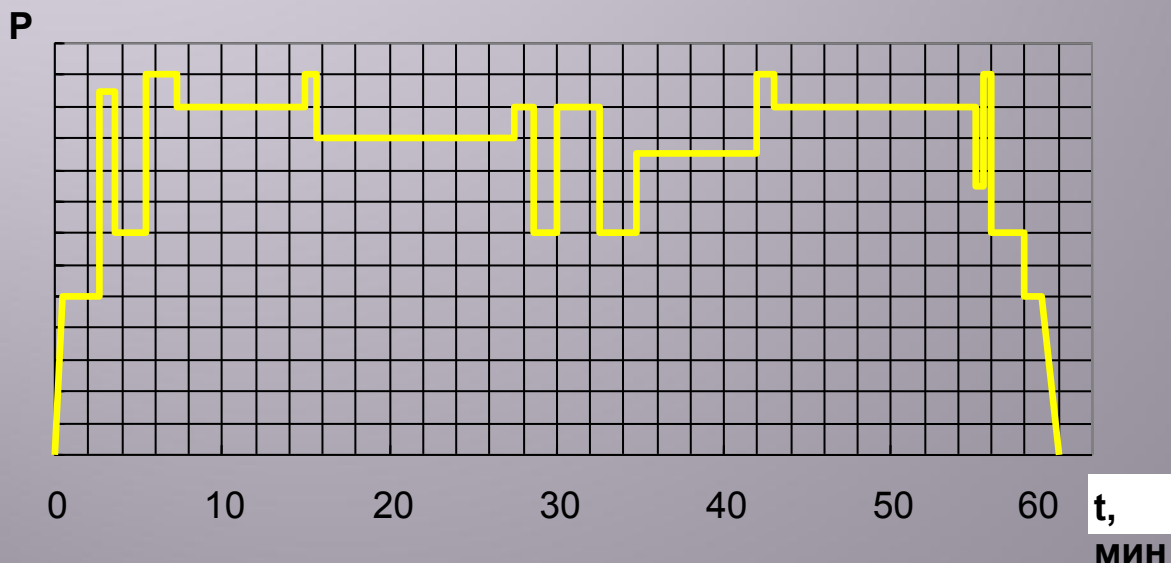
$$N_K = c_{60} L_h n$$



# Допускаемые контактные напряжения

## Учет нестационарности нагружения

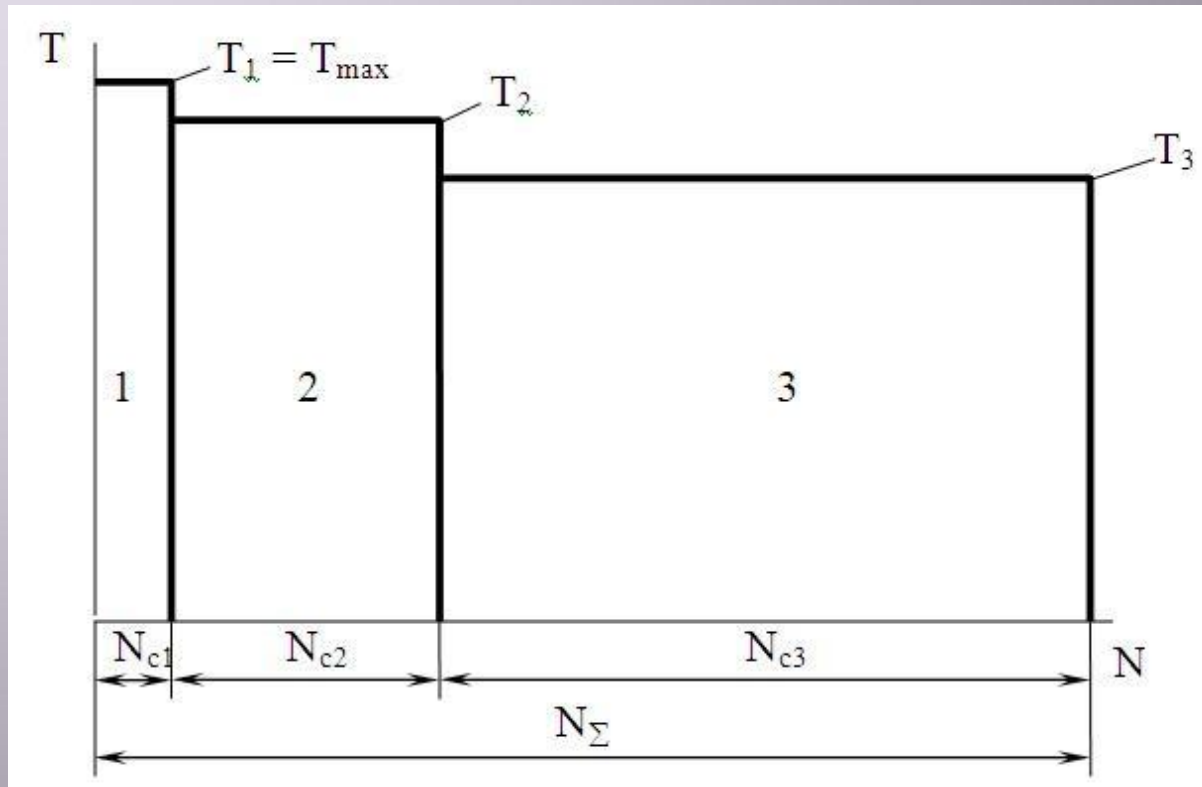
**Циклограмма** – график, на котором в размерной или безразмерной форме показано соотношение крутящих моментов, возникающих в процессе эксплуатации, и количества циклов, при которых они действуют.





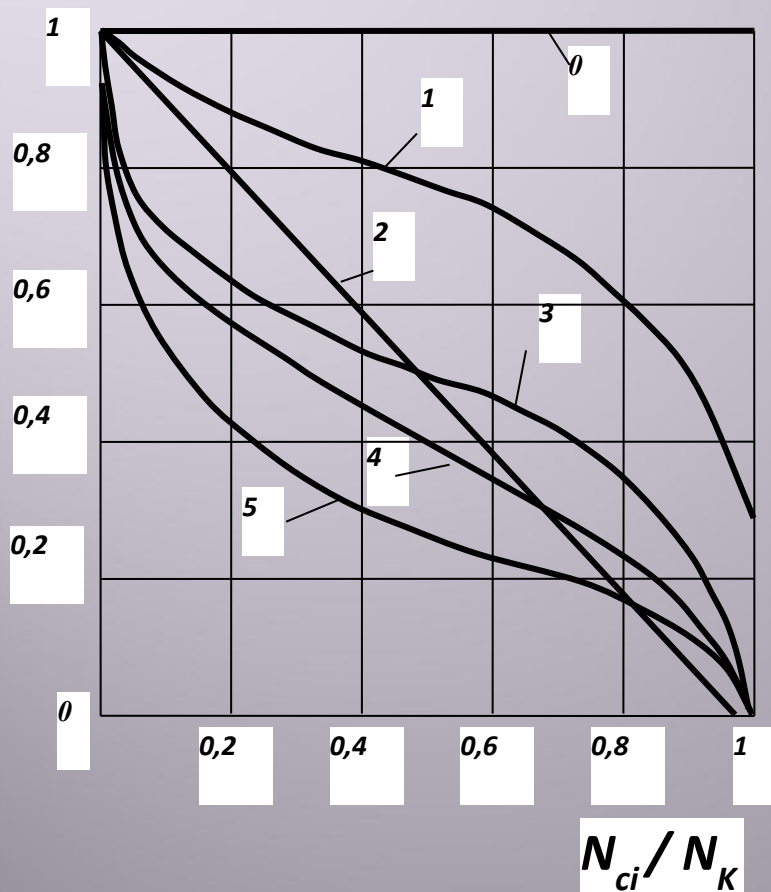
# Допускаемые контактные напряжения

## Учет нестационарности нагружения



$$N_{HE} = 60c \sum \left( \frac{T_k}{T_{max}} \right)^3 n_k L_{hk} \quad N_{FE} = 60c \sum \left( \frac{T_k}{T_{max}} \right)^q n_k L_{hk}$$

# Допускаемые контактные напряжения Учет нестационарности нагружения



## Типовые режимы

нагружения получены на основе статистической обработки реальных режимов нагружения множества машин.

0	Постоянный
1	Тяжёлый
2	Средний равновероятный
3	Средний нормальный
4	Лёгкий
5	Особо лёгкий

# Допускаемые контактные напряжения

## Учет нестационарности нагружения

$$N_{HE} = \mu_H N_K$$

$$N_{FE} = \mu_F N_K$$

Номер типа режима	Режим нагружения	$\mu_H$	Значения $\mu_F$ при	
			$q_F = 6$	$q_F = 9$
0	Постоянный	1,000	1,000	1,000
1	Тяжёлый	0,500	0,300	0,200
2	Средний равновероятный	0,250	0,143	0,100

# Допускаемые контактные напряжения

Допускаемые напряжения рассчитывают отдельно для шестерни и колеса.

В качестве допускаемого контактного напряжения передачи принимают меньшее из значений для шестерни и колеса.

При выполнении проектировочного расчёта следует принимать  $Z_R Z_v = 0,9$ .

# Допускаемые напряжения при расчете на изгибную прочность

$$[\sigma]_F = \frac{\sigma_{F \text{ lim}}}{S_F} Y_N Y_R Y_X Y_z Y_A$$

Вид термообработки	Марка стали	Твердость поверхности зубьев	$\sigma_{F \text{ lim}}$ , МПа	$S_F$
Цементация	20ХН, 12ХН2, 15ХГНТА	57...63 HRC <sub>9</sub>	950	1,55
	18ХГТ, 30ХГТ, 20Х		820	1,55
Нитроцементация	25ХГМ	57...63 HRC <sub>9</sub>	1000	1,55
	25ХГТ, 35ХГТ, 35Х		750	1,55

# Допускаемые изгибные напряжения

## Коэффициент долговечности

$$Y_N = q_F \sqrt{\frac{N_{Flim}}{N_{FE}}}$$

$N_{Flim}$  – базовое число циклов нагружения, для стальных колёс

$$N_{Flim} = 4 \cdot 10^6$$

$q_F = 6$  для зубчатых колёс с однородной структурой материала и зубчатых колёс со шлифованной переходной поверхностью;

$q_F = 9$  для зубчатых колёс с поверхностной обработкой и нешлифованной переходной поверхностью;

$N_{FE}$  – эквивалентное число циклов нагружения, при постоянном режиме  $N_{FE} = N_K$ .

$$1 \leq Y_N \leq 2,5 \text{ при } q_F = 9 \qquad 1 \leq Y_N \leq 4 \text{ при } q_F = 6$$

# Допускаемые изгибные напряжения

$Y_R$  – Коэффициент, учитывающий шероховатость переходной поверхности.

$Y_R = 1$  при шлифовании и зубофрезеровании с шероховатостью поверхности не более  $R_z = 40$  мкм;

$Y_R = 1,05$  при полировании после цементации, нитроцементации и азотирования; при закалке ТВЧ, когда закалённый слой повторяет очертания впадины между зубьями;

$Y_R = 1,2$  при нормализации и улучшении; при закалке ТВЧ, когда закалённый слой распределяется на всё сечение зуба.

# Допускаемые изгибные напряжения

$Y_X$  – Коэффициент, учитывающий размеры зубчатого колеса:

$$Y_X = 1,05 - 0,000125 d$$

$Y_Z$  – коэффициент, учитывающий способ получения заготовки :

-для поковок и штамповок  $Y_Z = 1$ ,

-для проката  $Y_Z = 0,9$ ,

-для литья  $Y_Z = 0,8$ ;



# Допускаемые изгибные напряжения

$Y_A$  – коэффициент, учитывающий влияние двустороннего приложения нагрузки.

При одностороннем приложении нагрузки  $Y_A = 1$

При двустороннем симметричном приложении нагрузки для колёс с твёрдостью поверхности более 45 HRC  $Y_A = 0,75$ .

Допускаемые изгибные напряжения, рассчитанные для каждого из колёс пары, сопоставляют с соответствующими расчётными напряжениями.

# Проектировочный расчет

Проектировочный расчёт служит только для предварительного определения размеров и не может заменить проведения проверочного расчёта. При этом рассчитывают геометрический параметр, который позволяет вычислить все остальные.

1. По диаметру начальной окружности шестерни

$$d_{w1} = K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta}}{\psi_{bd} [\sigma]_H^2} \frac{u_{12} + 1}{u_{12}}} \quad K_d = 770$$

2. По межосевому расстоянию

$$a_w = K_a (u + 1) \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta}}{\psi_{ba} u_{12} [\sigma]_H^2}}; \psi_{ba} = \frac{2\psi_{bd}}{(u + 1)}; K_a = 495$$

3. По модулю

$$m = K_m \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{F\beta} Y_{FS1}}{\psi_{bd} z_1^2 [\sigma]_F}} \quad K_m = 14$$

# Проектировочный расчет

Определение  
модуля



Округление  
до  
стандартного



$$m_p = \frac{d_{w1}}{z_1}$$

Расчёт  
параметров  
колеса



Расчёт  
размеров  
шестерни

$$d_{w1} = m_{cm} z_1$$
$$b_w = \psi_{bd} d_{w1}$$

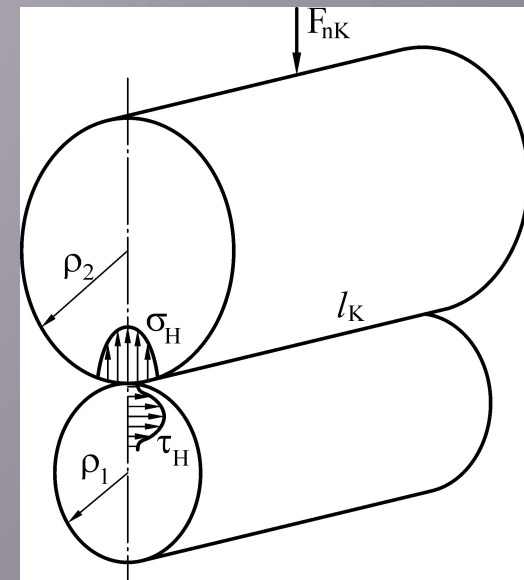
# Проверочный расчет по контактной прочности

Допущения:

1. Контакт зубьев уподобляется контакту двух цилиндров. Радиусы цилиндров равны радиусам кривизны зубьев в полюсе зацепления.
2. Цилиндры имеют бесконечную длину и нагрузка распределяется по длине контакта равномерно.
3. Ширина площадки контакта мала по сравнению с размерами цилиндра.
4. Смазка и силы трения отсутствуют.

Для определения контактных напряжений используют формулу Герца, полученную для сжатых цилиндров:

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{\frac{W_n}{\rho_{np}}} \leq [\sigma_H]$$



# Проверочный расчет по контактной прочности

$$\sigma_H = Z_E Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{F_t K_H}{b_w d_w} \frac{u+1}{u}} \leq [\sigma]_H$$

$Z_E$  - коэффициент, учитывающий механические свойства материалов сопряженных колёс, МПа<sup>-0,5</sup>

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)}}$$

Для стали при  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа  $Z_E = 190$

# Проверочный расчет по контактной прочности

$Z_H$  - коэффициент, учитывающий форму сопряженных поверхностей зубьев в полюсе зацепления

$$Z_H = \frac{1}{\cos \alpha_t} \sqrt{\frac{2}{\operatorname{tg} \alpha_{tw}}}$$

При отсутствии смещения  $\alpha_t = \alpha_{tw}$  и  $Z_H = 2,5$

# Проверочный расчет по контактной прочности

$Z_\varepsilon$  - коэффициент, учитывающий суммарную длину контактных линий.

Для прямозубых колёс

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{(4 - \varepsilon_\alpha)}{3}}$$

$\varepsilon_\alpha$  – коэффициент торцового перекрытия. Для прямозубых передач без смещения

$$\varepsilon_\alpha = \left[ 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right]$$

# Проверочный расчет по контактной прочности

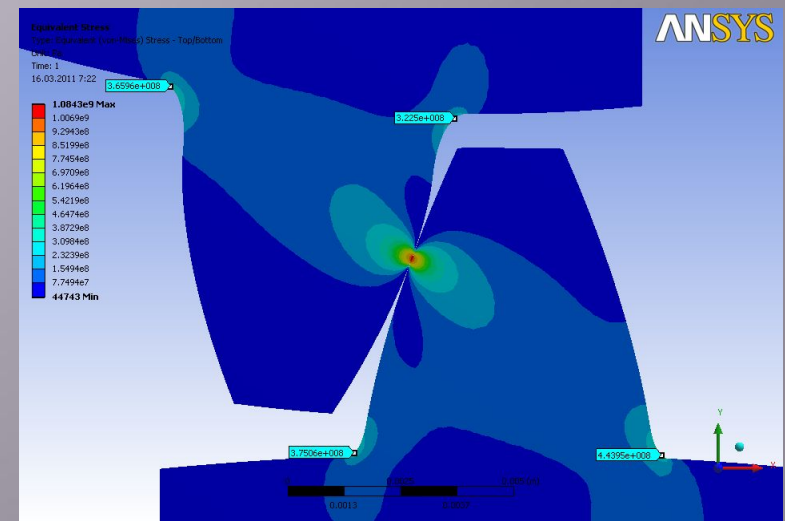
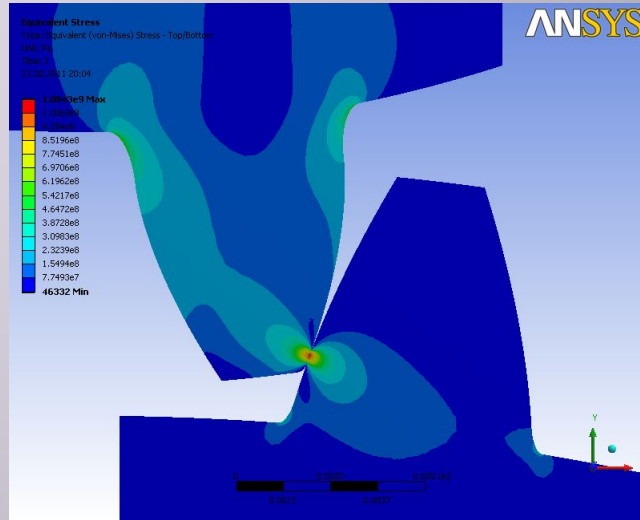
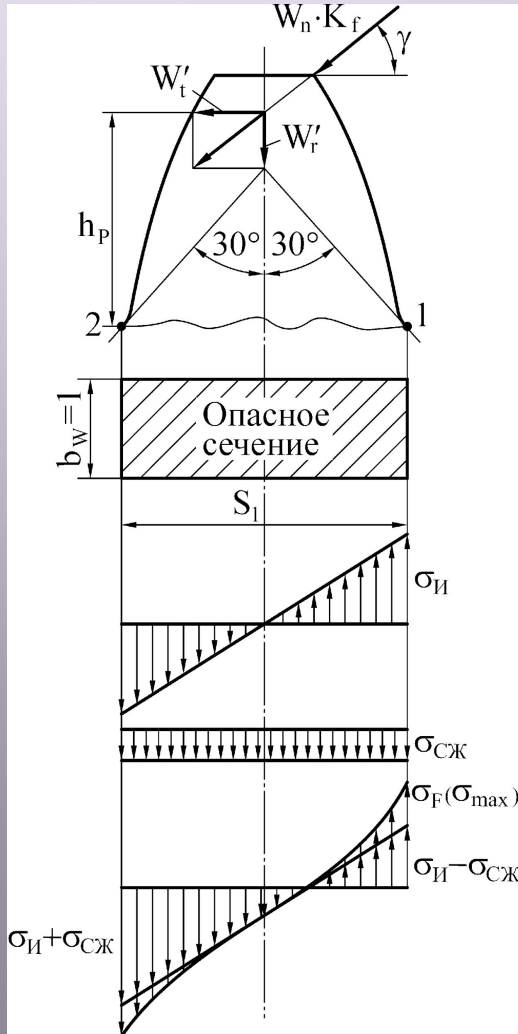
$$\varepsilon = \frac{\sigma_H - [\sigma]_H}{[\sigma]_H} 100\%$$

Считается приемлемым  $-5 \leq \varepsilon \leq 3$

Параметр	Что пересчитать
$b_w$	$\psi_{bd} K_{H\beta} K_{Hv} K_H \sigma_H$
$HRC_1, HRC_2$	$[\sigma]_H$
$m$	$d_{w1} \psi_{bd} K_{H\beta} K_{Hv} K_H \sigma_H$
$z_1$	$d_{w1} \psi_{bd} K_{H\beta} K_{Hv} K_H \varepsilon_\alpha Z_\varepsilon \sigma_H$



# Проверочный расчет по изгибной прочности

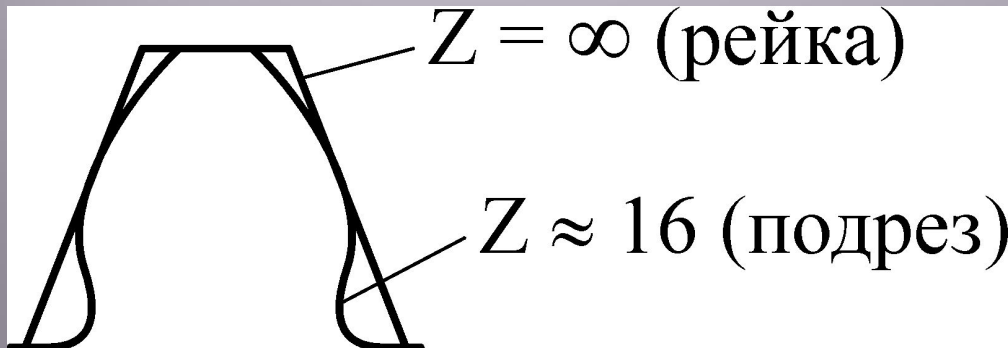


# Проверочный расчет по изгибной прочности

$$\sigma_F = \frac{F_t K_F Y_{FS}}{b_W m} \leq [\sigma]_F$$

$Y_{FS}$  – коэффициент формы зубьев, его выбирают по таблицам или рассчитывают по формуле

$$Y_{FS} = 3,47 + \frac{13,2}{z_v} - 29,7 \frac{x}{z_v} + 0,092 x^2$$

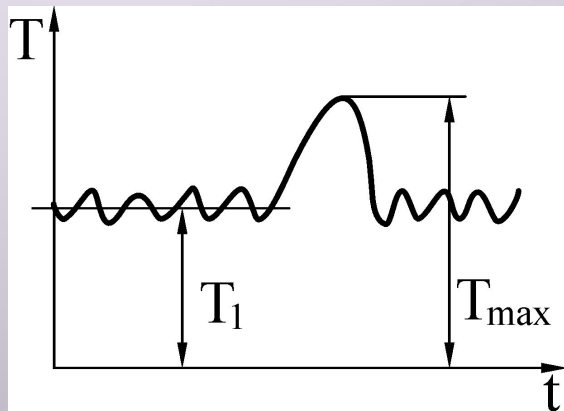


Для прямозубых колёс

$$z_v = z$$

$$[\sigma_F]_2 = [\sigma_F]_1 \frac{Y_{FS_2}}{Y_{FS_1}}$$

# Проверочный расчет по максимальным нагрузкам



$$\sigma_{H \max} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{\max}}{T_1}} \leq [\sigma_H]_{\max}$$

$$\sigma_{F \max} = \sigma_F \frac{T_{\max}}{T_1} \leq [\sigma_F]_{\max}$$

Для зубчатых колёс:

- после нормализации, улучшения или сквозной закалки с низким отпуском  $[\sigma]_{H \max} = 2,8\sigma_T$ ;
- цементированных или закалённых по контуру  $[\sigma]_{H \max} = 44 \text{ HRC}_3$ ;
- азотированных  $[\sigma]_{H \max} = 3 \text{ HV}$ .

$$[\sigma]_{F \max} = \frac{\sigma_{FSt}}{S_{FSt}} Y_X$$

# Материалы зубчатых колес

Выбор материалов и термической обработки зависит от экономической целесообразности, напрямую связанной с масштабом производства, условиями эксплуатации и технологическими возможностями предприятия-изготовителя.

В авиационной промышленности чаще всего зубчатые колёса изготавливают из легированных (40Х, 40ХН, 18ХГТ, 25ХГТ и др.) и высоколегированных (30ХГСА, 12ХНЗА, 12Х2Н4А, 14ХГСН2МА, 18Х2Н4МА) сталей, которые после термической или химико-термической обработки имеют твердость поверхностей зубьев до 65 HRC<sub>Э</sub> (для низколегированных сталей – до 55 HRC<sub>Э</sub>) и вязкую сердцевину (HRC<sub>Э</sub> 30...42).

# Способы химико-термической обработки зубчатых колес

## Азотирование

- (насыщение азотом) обеспечивает особо высокую твёрдость и износостойкость поверхностных слоёв. Азотируют готовые детали без последующей закалки, в основном из содержащих алюминий сталей типа 38ХМЮА. Зубья после азотирования не шлифуют.

## Нитроцементация

- насыщение поверхностных слоёв углеродом и азотом в газовой среде с последующей закалкой обеспечивает зубьям высокую прочность, износостойкость и сопротивление заеданиям. Содержание азота в поверхностном слое позволяет применять менее легированные стали, чем при цементации.

# Способы химико-термической обработки зубчатых колес

## Цементация

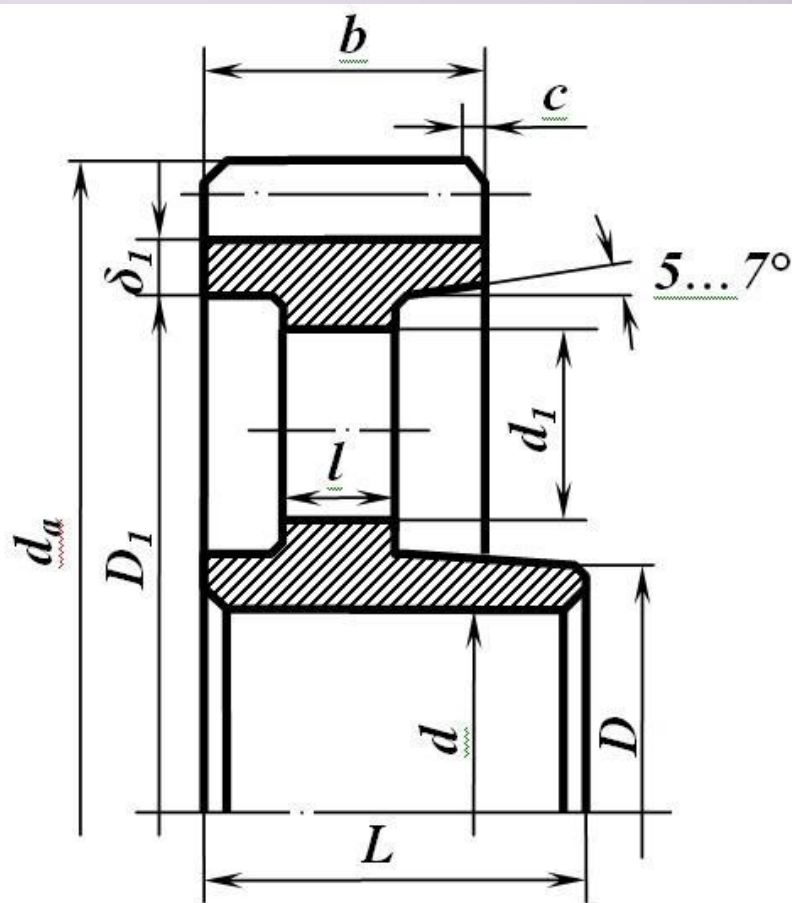
- поверхностное насыщение углеродом с помощью газового, жидкого или твёрдого карбюризатора в шахтных печах с последующей закалкой и шевингованием обеспечивает высокую твердость и несущую способность поверхностных слоёв зубьев, повышает прочность зубьев на изгиб до трёх раз.

## Закалка

- для средненапряжённых колёс из хромистых и хромоникелевых сталей 40Х, 40ХН и т.п. Обычно поверхностную закалку применяют для высокомодульных (более 4 мм) колёс, так как при меньших значениях модуля велик риск полной проковки зуба и потери им вязкой сердцевины.



# Конструирование зубчатых колес



Параметры	Размеры
Диаметр вершин	$d_{a_{1,2}} = d_{w_{1,2}} + 2m$
Диаметр впадин	$d_{f_{1,2}} = d_{w_{1,2}} - 2,5m$
Ширина колеса*	$b_2 = b_w$
Ширина шестерни*	$b_1 = b_w + (1...2)m$
Диаметр отверстия под вал*	$d = 3 \sqrt{\frac{1000T_2}{0,2[\tau]}}$
Диаметр ступицы*	$D = (1,5...1,7) d$
Диаметр обода*	$D_1 = d_f - 2\delta_1$
Длина ступицы*	$L = (0,7...1,8) d$
Толщина обода*	$\delta_1 = (2,5...4) m$ (не менее 10 мм)
Толщина диска*	$l = (0,2...0,3) b$
Диаметр отверстий* (4 – 6 шт.)	$d_1 \approx \frac{D_1 - D}{3}$
Фаски*	$c = 0,5 m$