

Классификация погрешностей



Методические погрешности –
составляющие систематической
погрешности измерений, обусловленные
недостаточной разработанностью
математических описаний принятых
методов измерений и/или чрезмерной
грубостью использованных допущений
или упрощений.



Скорость движения судна при стабильной работе судового двигателя никогда не бывает строго постоянной вследствие непрерывно меняющегося сопротивления движению судна под воздействием волнения, ветра, течения, изменения глубины акватории по курсу. Используемая расчетная

Как бы мы не повышали бы точность измерения величин S и t , полученный результат всегда будет неточным по причине наличия в нем *методической погрешности*, которая также может быть названа *погрешностью аппроксимации математической модели*.

Причина в том, что судно никогда не движется строго прямолинейно вследствие некоторого рыскания по курсу под воздействием ветра, течения, волнения, люфта в рулевом устройстве, т.е. судно реально движется по сложной кривой линии, длина которой *больше* длины S прямой линии.

Расчетная же формула не учитывает этого.

Пример 2.

Известен способ определения площади поперечного сечения круглого стержня путем измерения диаметра и расчета искомой величины по формуле $\pi \cdot d^2 / 4$.

Поставим вопрос – насколько корректно такое математическое описание применимо к натурному эксперименту, если стержень из резины?



На первый взгляд, данное уравнение для измерения площади поперечного сечения кажется совершенно точно и истинно, и здесь быть не может.

Однако такой ответ неверен, так как есть важные особенности подобной ситуации.

Используемое уравнение предполагает, что когда поперечное сечение представляет собой идеальную окружность. Для мягкого материала – резины – это не так. Резиновый стержень может – он всегда имеет не идеальную, а обусловленную физическими свойствами деформацию.



Таким образом, ответ на поставленный выше вопрос о корректности математической модели подобного *натурного* эксперимента будет *принципиально*

Корректность эксперимента
выполнения
во-первых
идеально
измерен б
механичес

Если ка
выполнен
отягощен

большой, чем более грубыми будут приняты допущения.

Совокупность условий, которая обязательно должна быть выполнена для того, чтобы было корректным используемое уравнение для измерений, называются «условиями применимости математического описания принятого метода измерений».

Пример 3.

В электрической измерительной технике значения любых физических величин выражается, в конечном итоге, через токи и/или напряжения. При этом при разработке математических моделей методов измерений часто пользуются соотношениями «много меньше» и "много больше", имеющими качественный характер. Это позволяет упростить математические модели за счет исключения необходимости учитывать в них наличие средств измерений токов и напряжений.

Однако для практической реализации указанных соотношений необходимо знать их количественные выражения – во сколько раз меньше или больше, а также уметь определять погрешность аппроксимации ($\delta_{\text{ап}}$), свойственную каждому конкретному значению принятого соотношения.

При измерении электрического тока в электрическую измерительную цепь последовательно с имеющимися в ней элементами общим сопротивлением $R_{\text{ц}}$ вводится амперметр, имеющий собственное сопротивление $R_{\text{а}}$ (или резистор такого сопротивления, если прямое измерение тока заменяется косвенным его измерением – измерением падения напряжения на этом резисторе вспомогательным вольтметром).

При этом полное сопротивление цепи увеличивается:

$R_{\Sigma} = R_{\text{ц}} + R_{\text{а}} > R_{\text{ц}}$, а ток в ней в общем случае изменяется.

Рассмотрим отношение величин R_{Σ} и $R_{\text{ц}}$:

$$\frac{R_{\Sigma}}{R_{\text{ц}}} = \frac{R_{\text{ц}} + R_{\text{а}}}{R_{\text{ц}}} = 1 + \frac{R_{\text{а}}}{R_{\text{ц}}} = 1 + \delta_{\text{ап}}$$

где $\delta_{\text{ап}} = \frac{R_{\text{а}}}{R_{\text{ц}}}$ – погрешность аппроксимации величины R_{Σ} величиной $R_{\text{ц}}$.

Очевидно, что если задаться конкретным значением $\delta_{\text{ап}}$, то можно количественно определить допустимую величину внутреннего сопротивления амперметра $R_a \leq \delta_{\text{ап}} \cdot R_{\text{ц}}$

Связь между величиной отношения $R_a : R_{\text{ц}}$ и величиной $\delta_{\text{ап}}$ иллюстрируется таблицей.

$R_a : R_{\text{ц}}$	1:10	1:50	1:100	1:200	1:500	1:1000
$\delta_{\text{ап}}$	10	2	1	0.5	0.2	0.1

Очевидно, что **в практической метрологии**, обычно имеющей дело с погрешностями измерений не более нескольких единиц процентов, не допустимо считать, как это принято в математике, что соотношение $R_a \ll R_{\text{ц}}$ достаточно принять равным 1:10, поскольку это приводит к весьма грубой аппроксимации.

Очевидно также, что погрешность аппроксимации даже при соотношении 1:100 довольно велика и соизмерима с погрешностью технических измерений.

Вопрос о допустимом значении погрешности аппроксимации инженер должен решать самостоятельно соответственно важности решаемой задачи.

При отсутствии специальных указаний на этот счет можно, в первом приближении, т. е. оценочно, и учитывая, что приведенная погрешность измерений выражается через классы точности использованных средств измерений, принимать значение $\delta_{\text{ап}} \approx \frac{\gamma}{10}$, где γ – класс точности амперметра.

Пример 4.

Цепь, в которую вводится амперметр класса точности $\gamma_a = 1,0$, имеет сопротивление $R_{\text{ц}} = 250 \text{ Ом}$.

Каким должно быть сопротивление амперметра R_a , чтобы погрешность аппроксимации $\delta_{\text{ап}}$, т.е. погрешность замены полного сопротивления цепи $R_{\Sigma} = R_a + R_{\text{ц}}$ величиной $R_{\text{ц}}$, была бы пренебрежимо малой?

Решение:

Погрешность аппроксимации не задана, поэтому принимаем $\delta_{\text{ап}} = 0,1 \cdot \gamma_a = 0,1 \cdot 1,0 = 0,1 \%$.

Переводим проценты в относительные единицы: $\delta_{\text{ап}} = 0,1\% = 0,001$.

Определяем: $R_a \leq \delta_{\text{ап}} \cdot R_{\text{ц}} = 0,001 \cdot 250 = 0,25 \text{ Ом}$.

Пример 5.

Имеется амперметр с внутренним сопротивлением $R_a = 1,5$ Ома класса точности $\gamma_a = 0,5$, который предполагается включить в электрическую цепь сопротивлением $R_{\text{ц}} = 250$ Ом. Какова будет погрешность аппроксимации этой цепи $\delta_{\text{ап}}$?

Решение:

$\delta_{\text{ап}} = R_a / R_{\text{ц}} = 1,5 / 250 = 0,006 = 0,6\%$. Очевидно, что погрешность аппроксимации будет весьма велика по сравнению с классом точности амперметра, поэтому амперметр с таким внутренним сопротивлением в данном конкретном случае применять не следует.

При измерении электрического напряжения в электрическую измерительную цепь параллельно той ее части, которая имеет сопротивление $R_{\text{ц}}$ и падение напряжения на которой измеряется, включается вольтметр со входным сопротивлением $R_{\text{в}}$.

При этом полное сопротивление цепи между точками подключения вольтметра уменьшается и становится равным

$$R_{\Sigma} = \frac{R_{\text{в}} + R_{\text{ц}}}{R_{\text{в}}} < R_{\text{ц}}.$$

Рассмотрим отношение величин $R_{\text{ц}}$ и R_{Σ} :

$$\frac{R_{\text{ц}}}{R_{\Sigma}} = \frac{R_{\text{ц}}(R_{\text{в}} + R_{\text{ц}})}{R_{\text{в}} \cdot R_{\text{ц}}} = \frac{R_{\text{в}} + R_{\text{ц}}}{R_{\text{в}}} = \left(1 + \frac{R_{\text{ц}}}{R_{\text{в}}}\right) = 1 + \delta_{\text{ан}},$$

где $\delta_{\text{ан}} = R_{\text{ц}}/R_{\text{в}}$ – погрешность аппроксимации величины R_{Σ} величиной $R_{\text{ц}}$.

Очевидно, что если задаться конкретным значением $\delta_{\text{ан}}$, то можно количественно определить необходимую величину входного сопротивления вольтметра

$$R_{\text{в}} \geq \frac{R_{\text{ц}}}{\delta_{\text{ан}}}$$

Связь между величиной отношения $R_v : R_u$ и величиной δ_{ap} иллюстрируется таблицей.

$R_v : R_u$	1000:1	500:1	200:1	100:1	50:1	10:1
δ_{ap}	0.1	0.2	0.5	1.0	2ю0	10

Очевидно, что в практической метрологии, обычно имеющей дело с погрешностями измерений не более нескольких единиц процентов, и в случае введения в электрическую цепь вольтметра также недопустимо считать, как это принято в математике, что соотношение $R_v \gg R_u$ достаточно принять равным 10:1, поскольку это приводит к весьма грубой аппроксимации.

Пример 6.

Электрическая цепь, в которую предполагается включить вольтметр класса точности $\gamma_v = 1,5$, имеет сопротивление между точками подключения вольтметра $R_{\text{ц}} = 7,5 \text{ кОм}$. Каково должно быть входное сопротивление вольтметра R_v , чтобы погрешность аппроксимации этой цепи не превышала бы $0,15\%$?

Решение:

Переводим заданную погрешность аппроксимации из процентов в относительные единицы: $\delta_{\text{ап}} = 0,15\% = 0,15 \cdot 10^{-2}$ и определяем:

$$R_v \geq \frac{R_{\text{ц}}}{\delta_{\text{ап}}} = \frac{7,5 \cdot 10^3}{0,15 \cdot 10^{-2}} \text{ МОм} = 0,5 \cdot 10^7 = 5 \cdot 10^6 = 5 \text{ МОм}$$

Пример 7.

Многие современные электронные вольтметры имеют входное сопротивление $R_B = 10 \text{ МОм}$. Каково максимально допустимое значение сопротивления электрической цепи ($R_{ц.\max}$) между теми ее точками, к которым может быть присоединен подобный вольтметр, при условии, что погрешность аппроксимации математического описания такой цепи не превысит значения 0,1%?

Решение:

Переводим заданную погрешность аппроксимации из процентов в относительные единицы: $\delta_{\text{ап}} \leq 0,1\% = 10^{-3}$, и определяем: $R_{\text{ц}} \leq \delta_{\text{ап}} \cdot R_B = 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^6 = 10^4 \text{ Ом} = 10 \text{ кОм}$.

Ответ: при использовании для измерений электронного вольтметра со входным сопротивлением $R_B = 10 \text{ МОм}$, сопротивление цепи между точками подключения вольтметра не должно превышать 10 кОм, т.к. только при этом условии можно пренебречь погрешностью аппроксимации математической модели источника измеряемого сигнала.