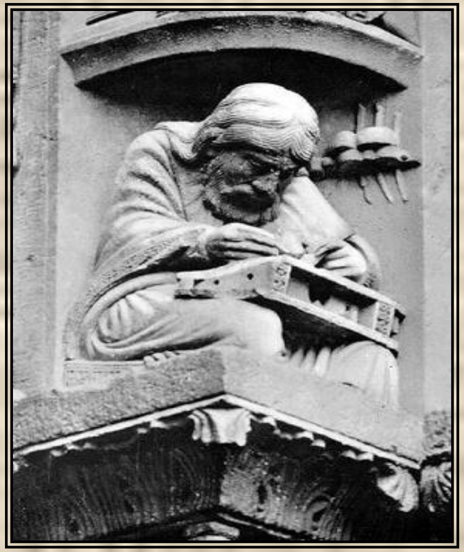
Значение теоремы Пифагора.



Руководитель: Лускина Светлана Юрьевна
Автор: Штинов Кирилл Александрович

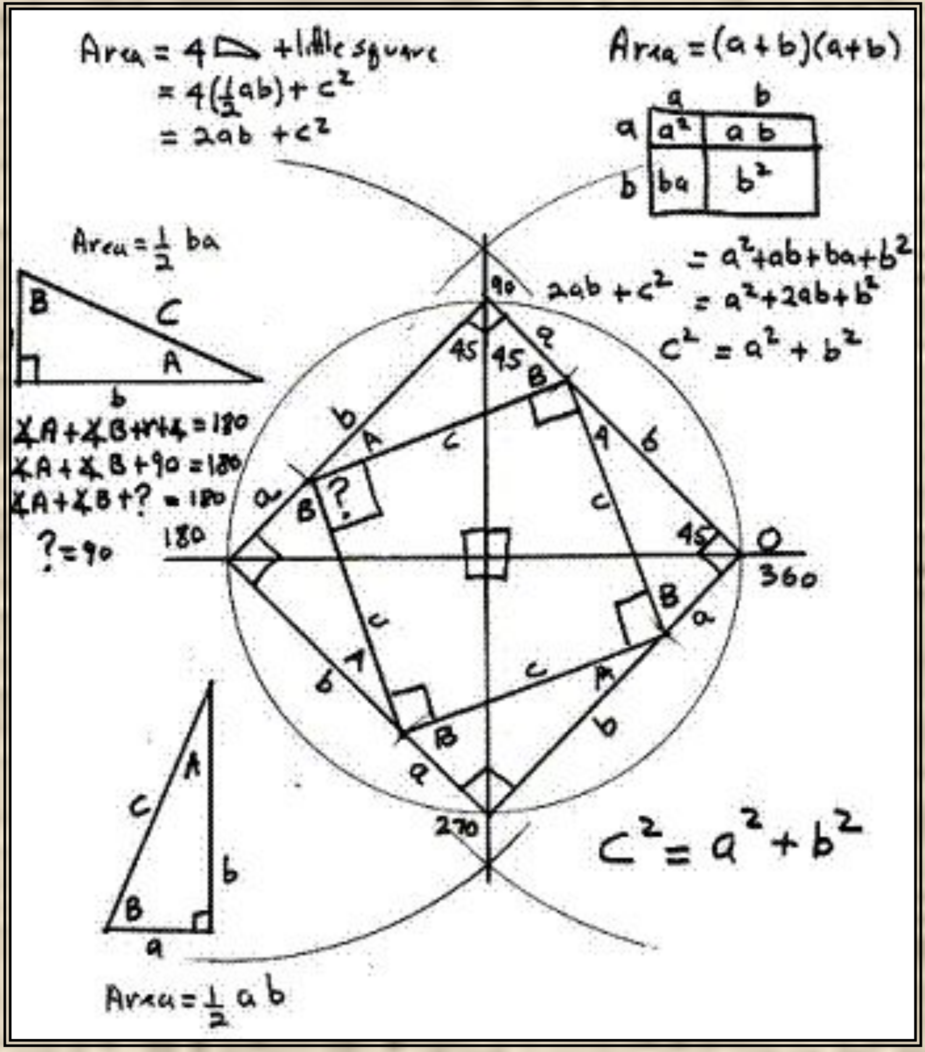
Гипотеза

- Какое влияние оказала теорема Пифагора на развитие науки и техники многих стран и народов мира.
- Как могла применяться теорема Пифагора в древности.

- Я провел исследовательскую работу, привлекая информационные технологии. Определил, что теорема Пифагора имеет огромное значение в развитии науки и техники.
- Я заметил, что теорема Пифагора лежит в основе многих общих метрических соотношений на плоскости и в пространстве.
- Я определил, что исключительная важность теоремы для геометрии и математики в целом состоит в том, что, благодаря тому что теорема Пифагора позволяет находить длину отрезков(гипотенузы), не измеряя ее непосредственно, она как бы открывает путь с прямой на плоскость, с плоскости в трехмерное пространство.
- В теореме Пифагора , как в зерне, заключена вся евклидова геометрия.

История теоремы Пифагора.

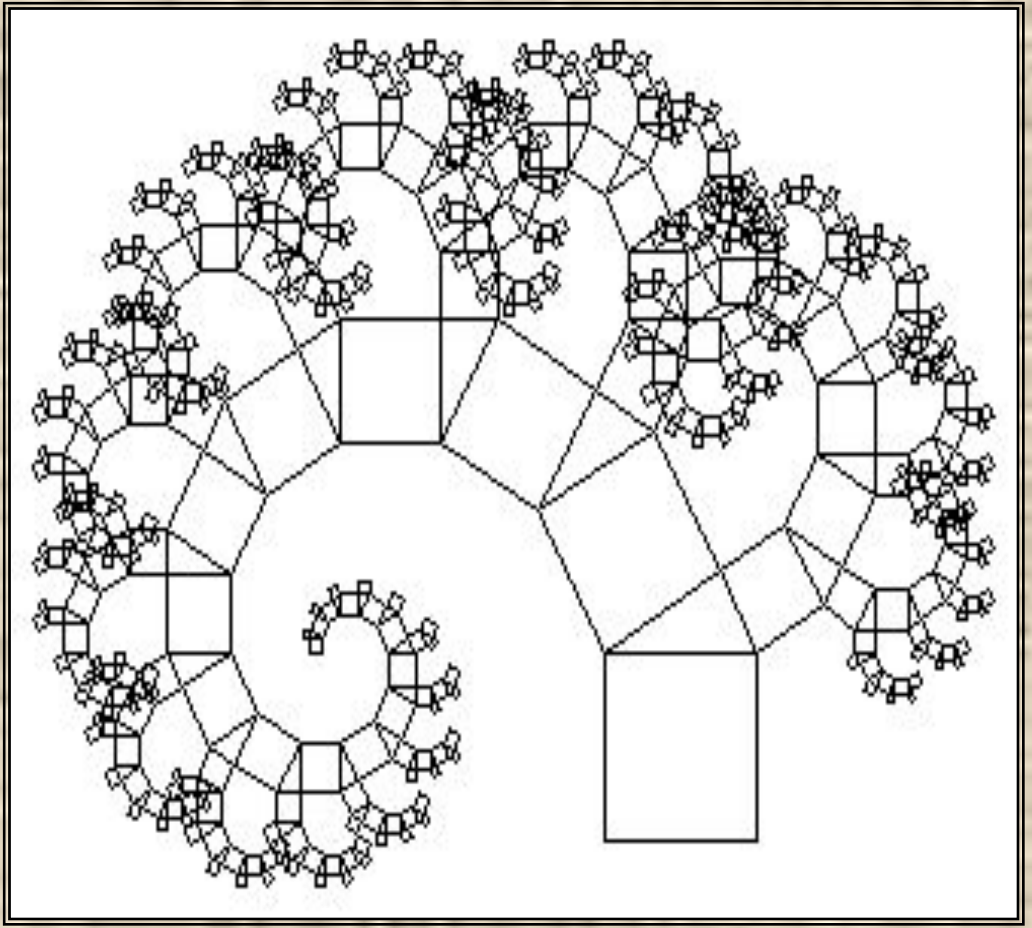
Интересна история теоремы Пифагора. Хотя эта теорема и связана с именем Пифагора, она была известна задолго до него. В вавилонских текстах эта теорема встречается за 1200 лет до Пифагора, а в Египте это соотношение использовалось для построения прямого угла еще пять тысяч лет назад. Возможно, что тогда еще не знали ее доказательства, а само соотношение между гипотенузой и катетами было установлено опытным путем на основе измерений. Пифагор, по-видимому, нашел доказательство этого соотношения. Сохранилось древнее предание, что в честь своего открытия Пифагор принес в жертву богам быка, по другим свидетельствам - даже сто быков. На протяжении последующих веков были найдены различные другие доказательства теоремы Пифагора. В настоящее время их насчитывается более пятисот, в том числе: геометрических, алгебраических, механических и прочих. Благодаря такому количеству доказательств, теорема Пифагора попала в Книгу рекордов Гиннеса, как теорема с наибольшим количеством доказательств.



Это говорит о неослабевающем интересе к ней со стороны широкой математической общественности. Теорема Пифагора послужила источником для множества обобщений и плодородных идей. Глубина этой древней истины, по-видимому, далеко не исчерпана. Существует так называемое дерево Пифагора - гипотетическое дерево, которое составлено из соединенных между собой прямоугольных треугольников, с построенными на катетах и гипотенузе квадратами. У теоремы Пифагора есть следствие для произвольного треугольника: Сторона *треугольника равна корню квадратному из суммы квадратов двух других ее сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.*

В виде формулы это записывается так:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$



Это следствие принято называть теоремой косинусов, но по сути - это теорема Пифагора для произвольного треугольника. Существует три формулировки теоремы Пифагора:

1. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.
2. Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах.
3. Квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника, равносоставлен с квадратами, построенными на катетах.

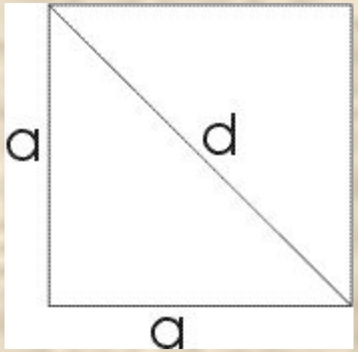
НАЗАД

Применение теорем Пифагора на практике.

Рассмотрим примеры практического применения теоремы Пифагора. Не будем пытаться привести все примеры использования теоремы - это вряд ли было бы возможно. Область применения теоремы достаточно обширна и вообще не может быть указана с достаточной полнотой. Определим возможности, которые дает теорема Пифагора для вычисления длин отрезков некоторых фигур на плоскости.

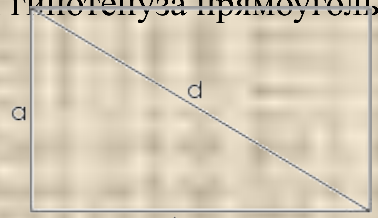
Диагональ квадрата. Диагональ d квадрата со стороной a можно рассматривать как гипотенузу прямоугольного равнобедренного треугольника с катетом a. Таким образом,

$d^2=2a^2$.



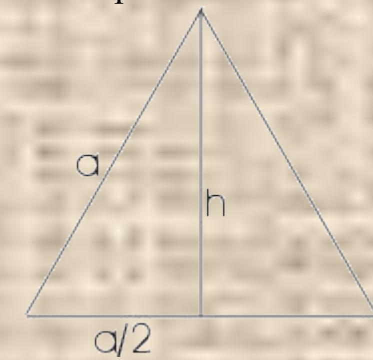
Диагональ d прямоугольника. Диагональ d прямоугольника со сторонами a и b вычисляется подобно тому, как вычисляется гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами a и b. Мы имеем

$d^2=a^2+b^2$



Высота h равностороннего треугольника. Высота h равностороннего треугольника со стороной a может рассматриваться как катет прямоугольного треугольника,

гипотенуза которого a, а другой катет a/2.



Таким образом имеем

a2 = h2 + (a/2)2,

или

h2 = (3/4)a2.

Отсюда вытекает

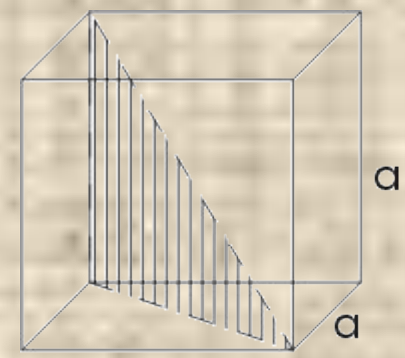
h =(a√3)/2.

Возможности применения теоремы Пифагора к вычислениям не ограничиваются планиметрией.

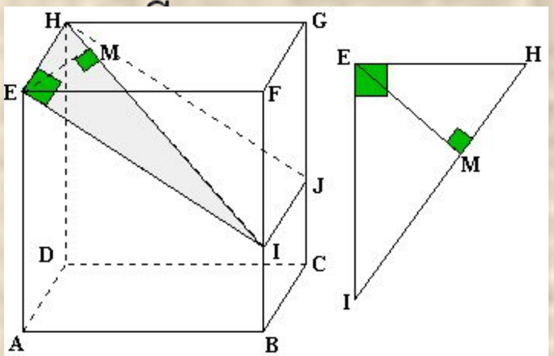
Диагональ куба. На рисунке изображен куб, внутри которого проведена диагональ d, являющаяся одновременно гипотенузой прямоугольного треугольника, заштрихованного на рисунке. Катетами треугольника служат ребро куба и диагональ квадрата, лежащего в основании (как указывалось ранее, длина диагонали равна a√2).

Отсюда имеем

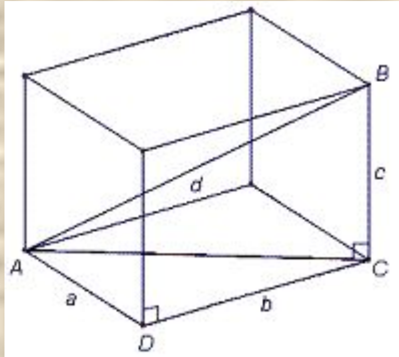
$d^2 = a^2 + 2a^2$, $d^2 = 3a^2$, $d = a\sqrt{3}$.



Теорема Пифагора используется также при построении сечений в объемных фигурах, таких как куб.



Конус. При построении сечений в конусе также используется теорема Пифагора.



Прямоугольный параллелепипед. Рассуждение, подобное этому, можно провести и для прямоугольного параллелепипеда с ребрами a, b, c и получить для диагонали выражение

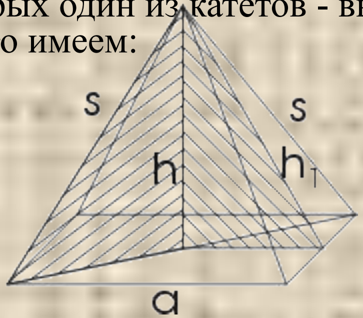
$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2.$$

Пирамида. Исследуем пирамиду, например, такую, в основании которой лежит квадрат и высота которой проходит через центр этого квадрата (правильную пирамиду). Пусть сторона квадрата - a, и высота пирамиды - h. Найдем s (длину боковых ребер пирамиды).
Ребра будут гипотенузами прямоугольных треугольников, у которых один из катетов - высота h, а другой - половина диагонали квадрата ($1/2 \cdot a\sqrt{2}$). Вследствие этого имеем:

$$s^2 = h^2 + a^2/2.$$

Затем можем вычислить высоту h1 боковых граней.

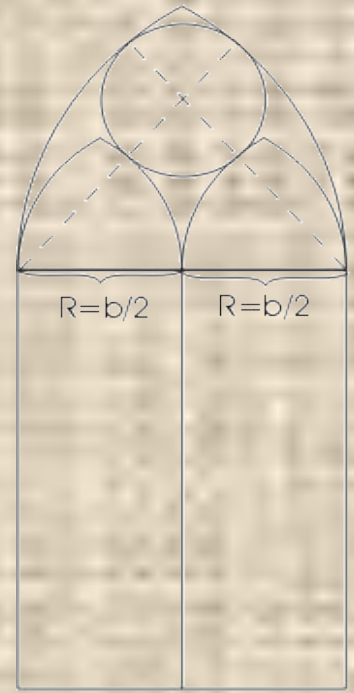
$$h1^2 = h2 + a^2/4.$$



В зданиях готического и романского стиля верхние части окон расчленяются каменными ребрами, которые не только играют роль орнамента, но и способствуют прочности окон. На рисунке представлен простой пример такого окна в готическом стиле. Способ построения его очень прост: Из рисунка легко найти центры шести дуг окружностей, радиусы которых равны

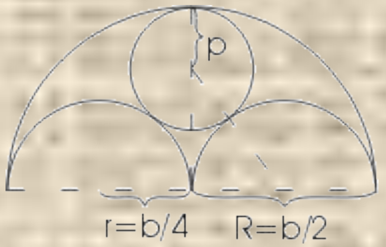
1.ширине окна (b) для наружных дуг

2. половине ширины, (b/2) для внутренних дуг



Остается еще полная окружность, касающаяся четырех дуг. Т. к. она заключена между двумя концентрическими окружностями, то ее диаметр равен расстоянию между этими окружностями, т. е. b/2 и, следовательно, радиус равен b/4. А тогда становится ясным и положение ее центра.

В рассмотренном примере радиусы находились без всяких затруднений. В других аналогичных примерах могут потребоваться вычисления; покажем, как применяется в таких задачах теорема Пифагора.



В романской архитектуре часто встречается мотив, представленный на рисунке. Если b по-прежнему обозначает ширину окна, то радиусы полуокружностей будут равны **R = b/2 и r= b/4.** Радиус p внутренней окружности можно вычислить из прямоугольного треугольника, изображенного на рис. пунктиром. Гипотенуза этого треугольника, проходящая через точку касания окружностей, равна b/4 + p, один катет равен b/4, а другой b/2 - p. По теореме Пифагора имеем:

$$(b/4 + p)^2 = (b/4)^2 + (b/2 - p)^2$$

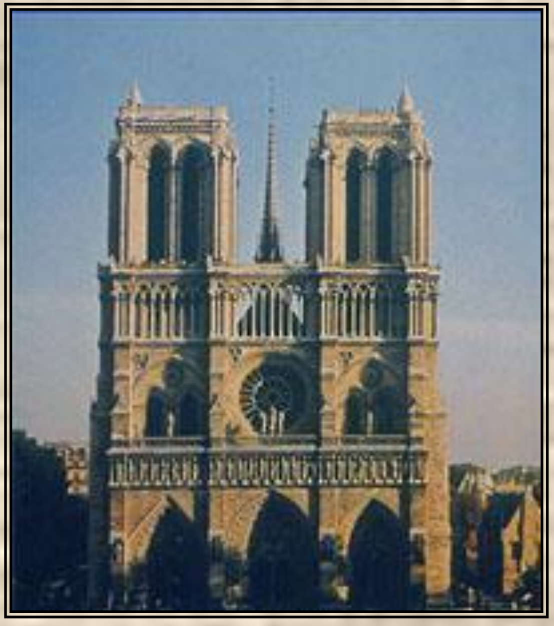
или $$b^2/16 + bp/2 + p^2 = b^2/16 + b^2/4 - bp + p^2,$$

откуда

$$bp/2 = b^2/4 - bp.$$

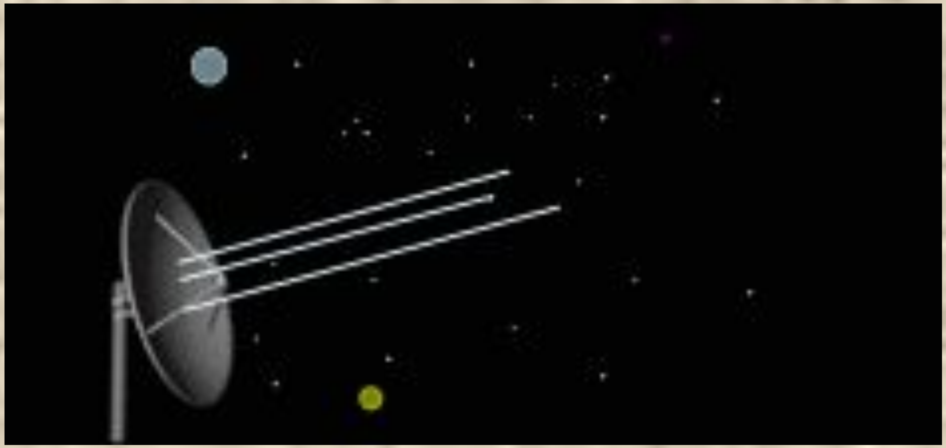
Разделив на b и приводя подобные члены, получим:

$$(3/2)p = b/4, \quad p = b/6$$



В конце девятнадцатого века высказывались разнообразные предположения о существовании обитателей Марса подобных человеку, это явилось следствием открытий итальянского астронома Скиапарелли (открыл на Марсе каналы которые долгое время считались исскуственными) и др.

Естественно, что вопрос о том, можно ли с помощью световых сигналов объясняться с этими гипотетическими существами, вызвал оживленную дискуссию. Парижской академией наук была даже установлена премия в 100000 франков тому, кто первый установит связь с каким-нибудь обитателем другого небесного тела; эта премия все еще ждет счастливца. В шутку, хотя и не совсем безосновательно , было решено передать обитателям Марса сигнал в виде теоремы Пифагора.

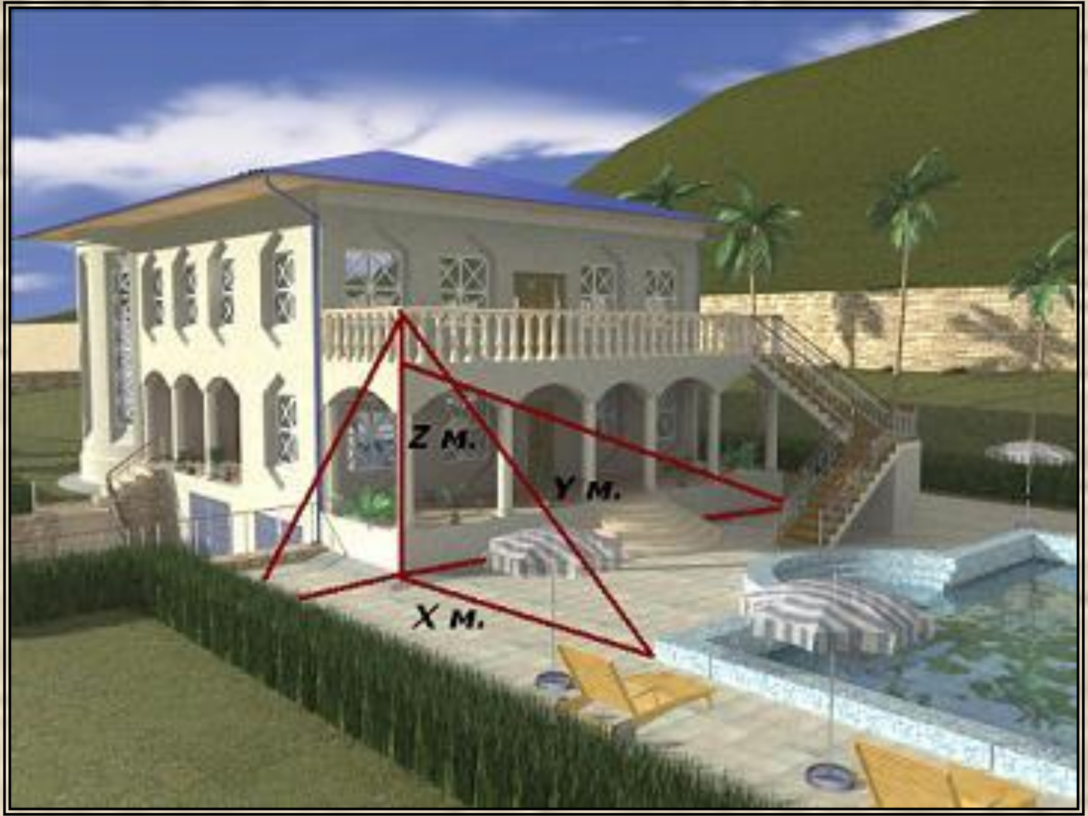


Неизвестно, как это сделать; но для всех очевидно, что математический факт, выражаемый теоремой Пифагора имеет место всюду и поэтому похожие на нас обитатели другого мира должны понять такой сигнал.

Значение теоремы Пифагора.

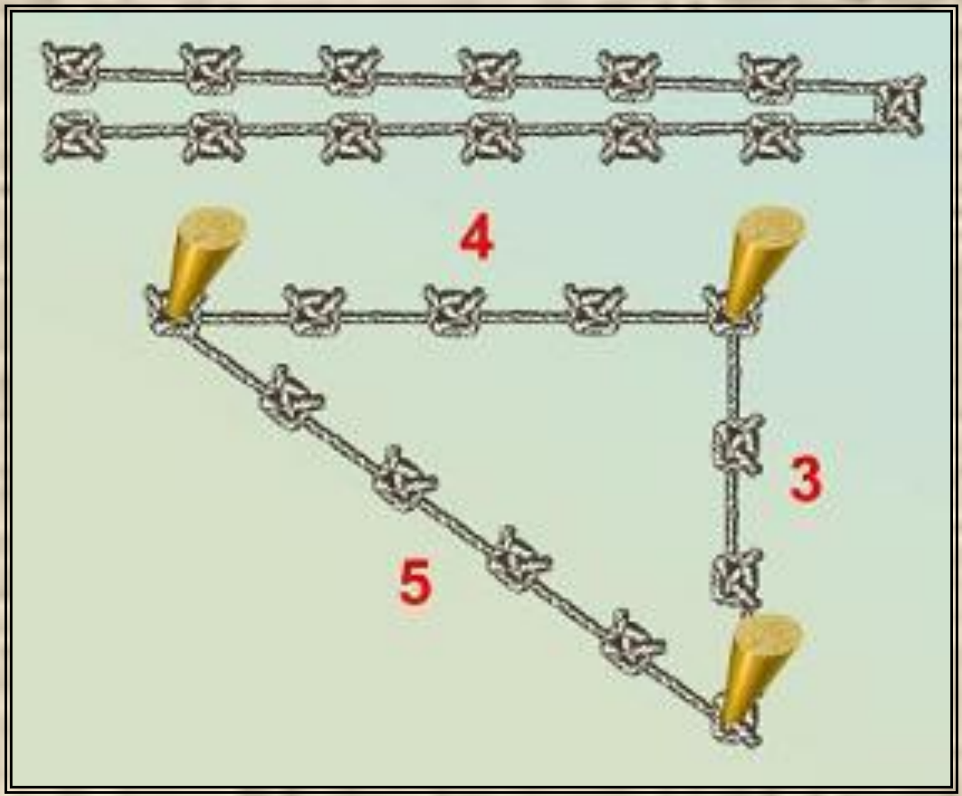
Кроме этого, практическое значение теоремы Пифагора и обратной ему теоремы заключается в том, что с их помощью можно найти длины отрезков, не измеряя самих отрезков. Это как бы открывает путь от прямой к плоскости, от плоскости к объемному пространству и дальше. Именно по этой причине теорема Пифагора так важна для человечества, которое стремится открывать все больше измерений и создавать технологии в этих измерениях. Например в Германии недавно открылся кинотеатр, где показывают кино в шести измерениях: первые три даже перечислять не стоит, а также время, запах и вкус. Это наглядно говорит о том, насколько быстро увеличивается количество измерений, используемых человечеством. Ведь еще три года назад никто и не заикался о более чем трех измерениях в кино. Вы спросите: а как связаны между собой теорема Пифагора и запахи, вкусы? А все очень "просто": ведь при показе кино надо рассчитать куда и какие запахи направлять и т.д. Представьте: на экране показывают джунгли, и вы чувствуете запах листьев, показывают обедающего человека, а вы чувствуете вкус еды...

Но не надо думать, что теорема Пифагора больше не имеет других значений. Из того, что я уже сказал, надо сделать вывод, что все эти технологии используются также и в других отраслях. Например, при строительстве любого сооружения, рассчитывают расстояния, центры тяжести, размещение опор, балок и т.д. В целом, значение теоремы, кроме вышесказанного, заключается в том, что она применяется практически во всех современных технологиях, а также открывает простор для создания и придумывания новых.



Египетский треугольник.

Египетский треугольник - это прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4 и 5. Он получил такое название. оттого что был известен и широко применялся еще древними египтянами. Они с помощью такого треугольника строили прямые углы на местности, что имело для них огромное значение, так как каждый год разливы Нила размывали границы между полями, и приходилось заново размечать их. Это делалось очень просто: на веревке узлами отмечалось 12 равных отрезков, а потом из этой веревки складывали треугольник, и угол, оказавшийся напротив стороны 5, являлся прямым.



Выводы по теме проекта

- **Заложенная Пифагором вера в красоту и гармонию природы, в мудрую простоту и целесообразность её законов, построенных на единых математических принципах, окрыляла творчество титанов современного естествознания от Иоганна Кеплера (1571 —1630) до Альберта Эйнштейна (1879—1955). Это и есть путеводная звезда современного естествознания, тот вечный кладезь мудрости, который открыл человечеству Пифагор.**

Используемые ресурсы

- Акимова С. Занимательная математика, серия «Нескучный учебник». – Санкт-Петербург.: Тригон, 1997.
- Волошников А.В. Пифагор: союз истины, добра и красоты. – М.: Просвещение, 1993.
- Я познаю мир: Детская энциклопедия: Математика. – М.: Аванта+, 1997.
- Еленьский Ш. По следам Пифагора. - М, 1961.
- Журнал «Квант» № 2, 1992. 8. Журнал «Математика в школе» № 4, 1991.
- Литцман В. Теорема Пифагора. - М.: Просвещение, 1960.
- Энциклопедический словарь юного математика / Сост. А.П. Савин. – 3-е изд., испр. и доп. - М.: Педагогика–Пресс, 1997, с. 271.
- Энциклопедия для детей. Т.11. Математика / Глав. ред. М.Д. Аксёнова. - М.: Аванта+, 1998.
-
- *Электронные источники:*
- Рефераты и сочинения в помощь школьнику. Дискавери – 2003.
- Большая энциклопедия Кирилла и Мефодия. – 2004.
- Электронная энциклопедия: Star World.
- Internet.