

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Несмотря на то, что 10-тичная СС имеет широкое распространение, ЭВМ строятся на двоичных элементах, т.к. реализовать элементы с 10 четко различимыми состояниями сложно. Поэтому все фантастические возможности вычислительной техники реализуются путем создания разнообразных комбинаций сигналов высокого и низкого уровней (всего 2 типа сигналов), которые условились называть «единицами» и «нулями». Возникает вопрос: «Как же перевести числа, состоящие из 10 цифр (десятичная СС) в, например, двоичную СС, в которой всего две цифры – единица и ноль».

Здесь и далее использованы материалы с сайта К.Ю. Полякова, представленным в открытом доступе <http://kpolyakov.spb.ru/school/ege.htm>

! **Система счисления**(СС) - это система записи чисел с помощью определенного набора цифр (знаков).

! СС называется **позиционной**, если одна и та же цифра имеет различное значение, в зависимости от места, которое она занимает в числе.

Например, десятичная СС является позиционной:

326

632

! 3 сотни 2 десятка 6 единиц 6 сотен 3 десятка 2 единицы

! Римская СС является **непозиционной**, т.е. одна и та же цифра не меняет своего значения в зависимости от места, которое она занимает в числе.

XVI

VIX

! Десять Пять Единица Пять Единица Десять

• Количество различных цифр (знаков), используемых в позиционной СС для записи чисел, называется **основанием СС**.

Недостаток непозиционных СС в том, что числа в них имеют слишком

Задание:

Какое основание у данных СС:

- $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
- $\{0, 1\}$
- $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Какие цифры используются в:

- *троичной СС?*
- *семеричной СС?*
- *девятеричной СС?*

Если основание используемой СС больше десяти, то для цифр вводят буквенное обозначение.

Например, в шестнадцатеричной СС используется 16 цифр (знаков):

0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F.

У каждой буквы свой вес: A - 10, B - 11, C - 12, D - 13, E - 14, F - 15.

Задание:

Для десятичных чисел от 0 до 32 написать их аналог в разных СС: восьмеричной, пятеричной, двоичной, шестнадцатеричной.

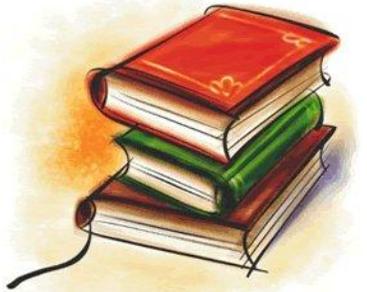
Задание:

Укажите какое число следует после числа:

- 100111 в двоичной СС*
- 58 в девятеричной СС*
- CF в шестнадцатеричной системе счисления*

Укажите какое число предшествует числу:

- 100 в двоичной СС*
- 2100 в четверичной СС*
- 520 в восьмеричной СС*



ДЗ:

СистемыСчисления1.doc

До сих пор мы переводили числа из одной СС в другую по порядку, одно за другим. Однако для больших чисел это невыполнимый процесс. Для позиционных СС существуют методы перевода.

! *Итак...*

Развёрнутая форма числа - это запись, которая представляет собой сумму произведений цифр числа на основание СС в степени равной значению позиции.

Например:

- $8527 = 8000 + 500 + 20 + 7 = 8 * 10^3 + 5 * 10^2 + 2 * 10^1 + 7 * 10^0$

- $349,75 = 300 + 40 + 9 + 0,7 + 0,05 = 3 * 10^2 + 4 * 10^1 + 9 * 10^0 + 7 * 10^{-1} + 5 * 10^{-2}$

Задание:

Записать число 93567,341 в развёрнутом виде.

ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ ПРОИЗВОЛЬНОЙ СС В ДЕСЯТИЧНУЮ

Для перевода числа из любой позиционной СС в десятичную необходимо использовать развернутую форму числа, заменяя, если это необходимо, буквенные обозначения соответствующими цифрами. Например:

$$1101_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13_{10}$$

$$537,42_8 = 5 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 + 4 \cdot 8^{-1} + 2 \cdot 8^{-2} = 320 + 24 + 7 + 0,5 + 0,03125 = 355,53125_{10}$$

$$A5F,4_{16} = 10 \cdot 16^2 + 5 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 + 4 \cdot 16^{-1} + 8 \cdot 16^{-2} = 2560 + 80 + 15 + 0,25 = 2655,25_{10}$$

Задание:

Перевести числа из заданной СС в десятичную СС:

- $10011,111_2$
- $156,4_8$
- $AB9,3$

ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ ДЕСЯТИЧНОЙ СС В ПРОИЗВОЛЬНУЮ

Для перевода чисел из десятичной системы счисления в другую систему счисления нужно переводить отдельно целую часть числа и дробную часть числа.

ЦЕЛАЯ ЧАСТЬ ЧИСЛА переводится из десятичной СС в другую СС последовательным делением числа на основание системы счисления в которую осуществляется перевод до получения целого частного, меньшего, чем основание СС. Результат записывается в обратном порядке, от последнего частного к первому остатку.

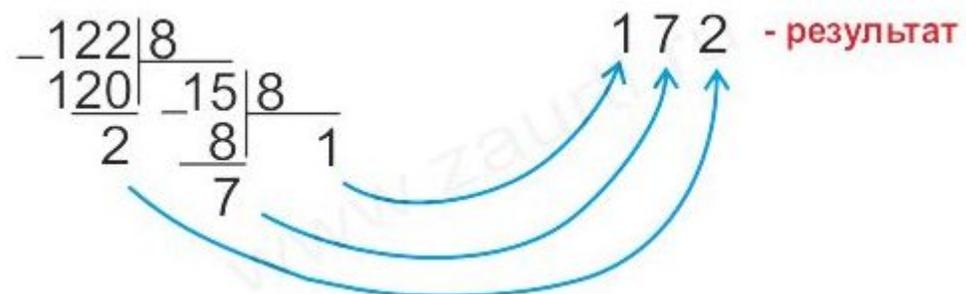
Например:

Переведём число 11 из десятичной СС в двоичную СС:

$$\begin{array}{r} 11 \mid 2 \\ \underline{10} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \mid 2 \\ \underline{4} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \mid 2 \\ \underline{2} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ \end{array} \quad \text{- результат}$$

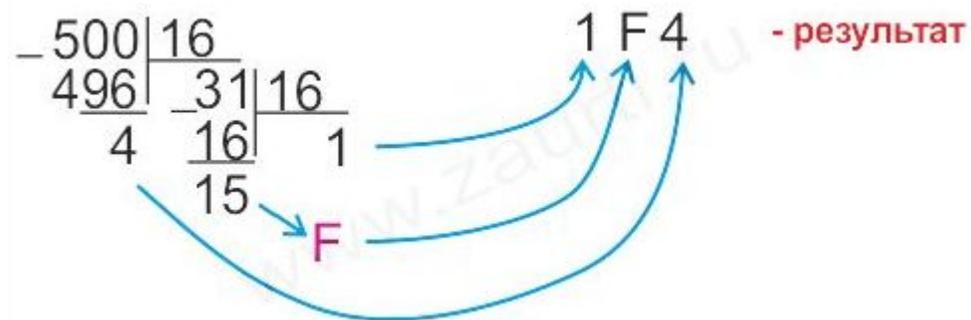
$$11_{10} = 1011_2$$

Переведём число 122 из десятичной СС в восьмеричную СС:



$$122_{10} = 172_8$$

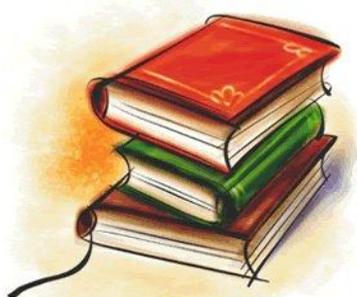
Переведём число 500 из десятичной СС в шестнадцатеричную СС:



$$500_{10} = 1F4_{16}$$

Задание:

- Перевести число 159 из десятичной СС в двоичную СС.
- Перевести число 19673 из десятичной СС в шестнадцатеричную СС.



ДЗ:

СистемыСчисления2_.doc

Для перевода **ПРАВИЛЬНЫХ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ**

(вещественное число с нулевой целой частью) в систему счисления с основанием s необходимо данное число последовательно умножать на s до тех пор, пока в дробной части не получится чистый нуль, или же пока не получим периодическую дробь. Если при умножении получится число с целой частью, отличное от нуля, то эту целую часть не учитывать (эта целая часть последовательно зачисляется в результат).

Например:

Переведём число 0,125 из 10 -й СС в двоичную СС:

	0.125
x	2
0	0.25
x	2
0	0.5
x	2
1	0.0

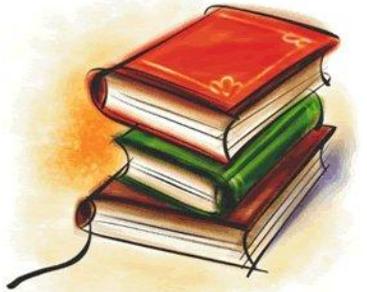
$$0.125_{10} = 0.001_2$$

Задание:

- Переведём число $0,0625$ из десятичной СС в шестнадцатеричную
- Перевести число $0,375$ из десятичной СС в восьмеричную СС.
- Перевести число $0,9375$ из десятичной СС в восьмеричную СС.
- Перевести число $0,9375$ из десятичной СС в шестнадцатую СС.
- Переведём число $0,3$ из десятичной СС в восьмеричную.
В этом примере перевод нельзя сделать точно (убедитесь в этом сами).

Вспоминаем, что целую и дробную часть этого числа переводим **РАЗНЫМИ** методами.

Для того, чтобы понять правильность перевода необходимо сделать **ПРОВЕРКУ**, т.е. перевести, полученное в результате шло обратно в десятичную СС



ДЗ: СистемыСчисления2.doc (1-6 номера)

Мы узнали как переводить числа в десятичную СС из любой позиционной СС и обратно.

Задание:

Перевести число 345 из шестеричной СС в троичную.

Для этого необходимо сделать промежуточный перевод в десятичную СС.

$$345_6 = 3 \cdot 6_2 + 4 \cdot 6_1 + 5 \cdot 6_0 = 108 + 24 + 5 = 137_{10}$$

$$137_{10} = 12002_3$$

Всегда ли нужен промежуточный перевод в десятичную СС?

Оказывается, что если системы счисления являются **РОДСТВЕННЫМИ**, то существует прямой метод перевода между такими СС.

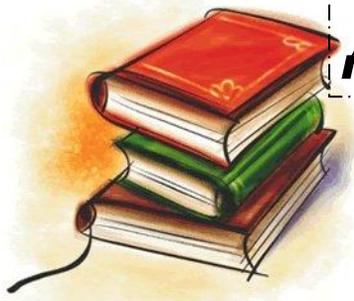
Родственные СС это такие СС, в которых основание одной СС является степенью основания другой СС.

Например:

16-ая СС и 2-ая СС

9-ая СС и 3-ая СС

8-ая СС и 2-ая СС



ДЗ: Системы Счисления2.doc (7-9 номера)

ПЕРЕВОД ЧИСЛА ИЗ ВОСЬМЕРИЧНОЙ СС В ДВОИЧНУЮ

Необходимо каждую цифру восьмеричного числа заменить его триадой



$$16,24_8 = 1110,0101_2$$

Незначащие нули слева от целых чисел и справа от дробей не записываются.

ПЕРЕВОД ЧИСЛА ИЗ ДВОИЧНОЙ СС В ВОСЬМЕРИЧНУЮ

Двоичное число разбивается на триады влево и вправо от запятой и каждая группа представляется соответствующей цифрой в восьмеричной СС.

$$1110,0101_2 = 16,24_8$$



8-ая СС	2-ая СС
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

ПЕРЕВОД ЧИСЛА ИЗ ШЕСТНАДЦАТЕРИЧНОЙ СС В ДВОИЧНУЮ

Необходимо каждую цифру шестнадцатеричного числа
заменить его тетрадой



$$7A,7E_{16} = 1111010,0111111_2$$

Незначащие нули слева от целых чисел и справа от дробей
не записываются.

ПЕРЕВОД ЧИСЛА ИЗ ДВОИЧНОЙ СС В ШЕСТНАДЦАТЕРИЧНУЮ

Двоичное число разбивается на тетрады влево и вправо от
запятой и каждая группа представляется соответствующей
цифрой в шестнадцатеричной СС.

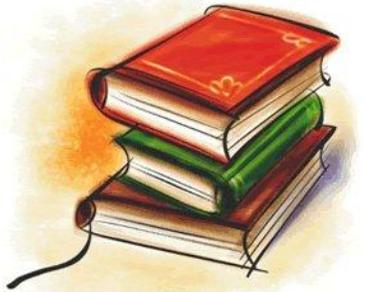
$$1111010,0111111_2 = 7A,7E_{16}$$



16-ая СС	2-ая СС
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Задание:

- *Перевести число 154,64 из восьмеричной СС в двоичную и обратно.*
- *Перевести число 7F8,30E из шестнадцатеричной СС в двоичную и обратно.*



ДЗ: Системы Счисления2.doc (7-13 номера)

Арифметические операции в различных СС

Просто забудьте, что у вас 10 цифр. И число 10 не всегда идет после 9! Иногда 10 идет после 7, иногда после F, а иногда сразу после 1!

Задание:

- $456_8 + 325_8$

- $101111101_2 + 1011111_2$

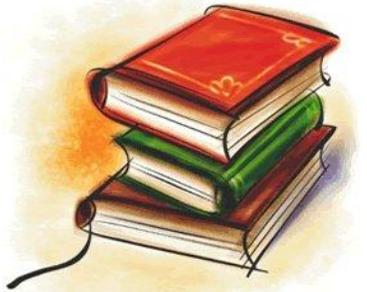
- $FED_{16} + A59_{16}$

- $101_2 * 11_2$

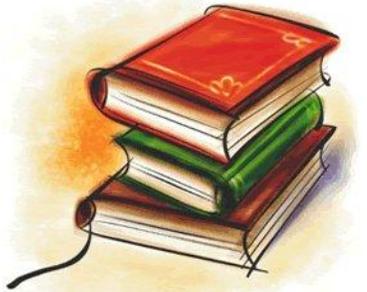
- $10001_2 - 1101_2$

- $3421_5 - 323_5$

- $1234_{16} - ABC_{16}$



ДЗ: Системы Счисления3.doc (1-6 номера)



Теперь Вы всё знаете о СС и можно прорешать задачи в том формате, в котором они будут на экзамене.

ДЗ: СистемыСчисления4.doc