РАЗДЕЛ 5. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ
ТЕМА 5.2. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

План

1. Случайные величины
2. Числовые характеристики случайных величин
3. Нормальный закон распределения. Закон больших чисел

СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

- **Опр.** Случайной называют величину, которая принимает в результате испытания то или иное возможное значение, заранее неизвестное, меняющееся от испытания к испытанию и зависящее от случайных обстоятельств.
- **Дискретной** называют такую случайную величину, которая принимает счётное множество значений, т. е. такое множество, элементы которого можно посчитать.
- **Непрерывной** называют такую случайную величину, которая может принимать любые значения в определённом интервале.
- Случайная величина считается заданной, если известен закон распределения случайной величины.

<u>Опр.</u> Распределением (законом распределения) случайной величины называется всякое соотношение между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.

Значение случайной величины x_i	x_1	x_2	… …	x_n
Вероятность значений p_i	p_1	p_2	… ….	p_n

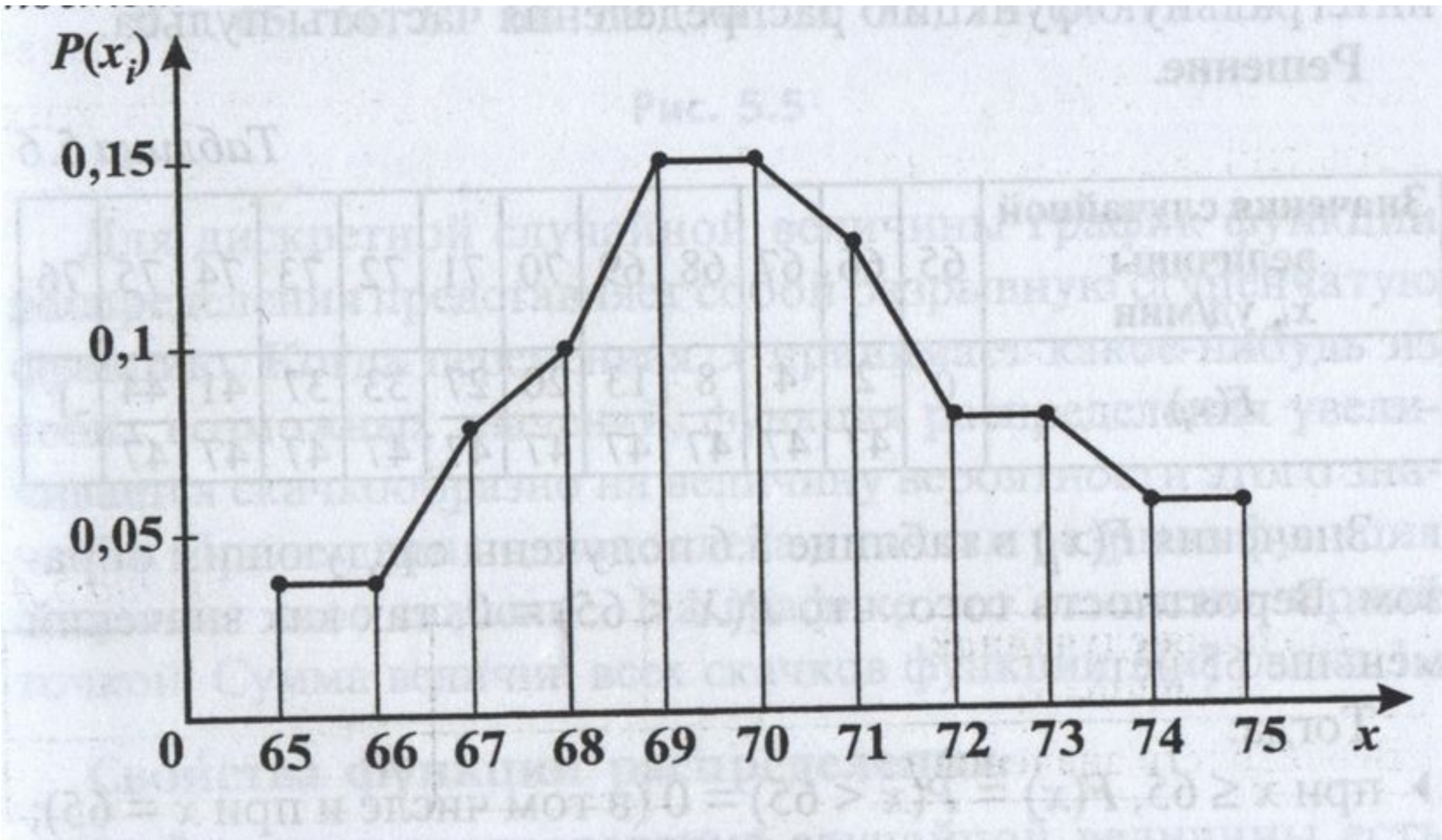
Табличную форму задания называют также **рядом распределения**.

ПРИМЕР 1

- Построить график ряда распределения значений частоты пульса в гипотетической группе из 47 человек.

Значение случайной величины уд/мин	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
Значения вероятности р (x_i)	$\frac{2}{47}$	$\frac{2}{47}$	$\frac{4}{47}$	$\frac{5}{47}$	$\frac{7}{47}$	$\frac{7}{47}$	$\frac{6}{47}$	$\frac{4}{47}$	$\frac{4}{47}$	$\frac{3}{47}$	$\frac{3}{47}$

По данным таблицы построен график, который называется многоугольником распределения вероятностей.



<u>Опр.</u> Функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина X принимает значение, меньшее фиксированного действительного числа x, т.е.

$$F(x) = P(X < x).$$

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

<u>**Опр.**</u> Функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина X принимает значение, меньшее фиксированного действительного числа x, т.е.

$$F(x) = P(X < x).$$

- **Опр.** Функцию f(x) называют **дифференциальной функцией распределения**, или **плотностью распределения (плотностью вероятности)**, непрерывной случайной величины X.

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

<u>**Опр.**</u> Функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина X принимает значение, меньшее фиксированного действительного числа x, т.е.

$$F(x) = P(X < x).$$

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Опр. Функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина X принимает значение, меньшее фиксированного действительного числа x, т.е.

$$F(x) = P(X < x).$$

ПРИМЕР 2

- Найти математическое ожидание дискретной случайной величины X, зная закон её распределения.

X	-1	0	1	2	3
p	0,05	0,2	0,4	0,3	0,05

Опр. Функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина X принимает значение, меньшее фиксированного действительного числа x, т.е.

$$F(x) = P(X < x).$$

ПРИМЕР 5
НАЙТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ НЕПРЕРЫВНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ X, ЗНАЯ ЗАКОН ЕЁ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ.

Опр. Функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина X принимает значение, меньшее фиксированного действительного числа x, т.е.

$$F(x) = P(X < x).$$

СВОЙСТВА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ

Опр. Функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина X принимает значение, меньшее фиксированного действительного числа x, т.е.

$$F(x) = P(X < x).$$

ДИСПЕРСИЯ ХАРАКТЕРИЗУЕТ РАССЕЯНИЕ (ОТКЛОНЕНИЕ) СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ОТНОСИТЕЛЬНО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ.

Опр. Функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина X принимает значение, меньшее фиксированного действительного числа x, т.е.

$$F(x) = P(X < x).$$

Опр. Функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина X принимает значение, меньшее фиксированного действительного числа x, т.е.

$$F(x) = P(X < x).$$

ПРИМЕР 4

- Случайная величина задана следующим рядом распределений.

X	-1	0	1	2
p	0,1	0,3	0,4	0,2

Опр. Функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина X принимает значение, меньшее фиксированного действительного числа x, т.е.

$$F(x) = P(X < x).$$

x	p_i	$x_i p_i$	x_i - M(X)	$(x_i - M(X))^2$	$(x_i - M(X))^2 p_i$
-1 0 1 2	0,1 0,3 0,4 0,2	-0,1 0 0,4 0,4	-1,7 -0,7 0,3 1,3	2,89 0,49 0,09 1,69	0,289 0,147 0,036 0,338
$\sum$	1	0,7			0,81

Из таблицы следует, что M(X)=0,7; D(X)=0,81.

ПРИМЕР 5

<u>**Опр.**</u> Функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина X принимает значение, меньшее фиксированного действительного числа x, т.е.

$$F(x) = P(X < x).$$

Опр. Функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина X принимает значение, меньшее фиксированного действительного числа x, т.е.

$$F(x) = P(X < x).$$

__**Опр.**__ Функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина X принимает значение, меньшее фиксированного действительного числа x, т.е.

$$F(x) = P(X < x).$$

НОРМАЛЬНЫЙ ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ. ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ

<u>**Опр.**</u> Функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина X принимает значение, меньшее фиксированного действительного числа x, т.е.

$$F(x) = P(X < x).$$

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

<u>Опр.</u> Функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина X принимает значение, меньшее фиксированного действительного числа x, т.е.

$$F(x) = P(X < x).$$

ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ

- Под законом больших чисел понимают совокупность теорем, в которых доказывается факт приближения средних характеристик к некоторым постоянным величинам в результате большого количества испытаний.

Теорема Чебышева

- При неограниченном возрастании числа независимых, имеющих конечную дисперсию и проводимых в одинаковых условиях опытов, средняя арифметическая наблюдаемых значений случайной величины сходится по вероятности к её математическому ожиданию.