



Тема: “Інтеграл та його застосування”

Урок № 1

Первісна. Таблиця первісних.
Невизначений інтеграл.

Поняття первісної

Похідна має численні застосування: це і швидкість руху, і кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції. Існують і обернені задачі, наприклад про відновлення руху за відомою швидкістю.

Приклад. По прямій рухається матеріальна точка, швидкість руху якої в момент часу t задається формулою $v=at$. Знайдіть закон руху.

Розв'язання

Нехай $s = s(t)$ – шуканий закон руху. Відомо, що $s'(t) = v(t)$. Отже, для розв'язання задачі необхідно підібрати функцію $s = s(t)$, похідна якої дорівнює at . Неважко впевнитися, що $s(t) = at^2/2$, бо $s'(t) = (at^2/2)' = a/2 (t^2)' = a/2 \cdot 2t = at$.

Слід зазначити, що відповідь правильна, але задача має неповний розв'язок.

Насправді задача має нескінченну множину розв'язків: будь – яка функція виду $s(t) = at^2/2 + C$, де C – довільна стала, може бути законом руху.

Процес знаходження похідної називають **диференціюванням**, а обернену операцію, тобто процес знаходження первісної похідної, - **інтегруванням**.

Означення первісної та невизначеного інтеграла

- Функцію $y = F(x)$ називають **первісною** для функції $y = f(x)$ на заданому проміжку X , якщо для всіх x із X виконується рівність **$F'(x) = f(x)$** .
- Якщо функція $y = f(x)$ має на проміжку X первісну $y = F(x)$, то сукупність усіх первісних, тобто множину функцій виду $y = F(x) + C$, називають **невизначеним інтегралом** від функції $y = f(x)$ і позначають **$\int f(x) dx$** (читають: невизначений інтеграл еф від ікс де ікс)

Основна властивість первісної

- **Лема.**

Якщо $F'(x)=0$ на деякому проміжку $\langle a;b \rangle$, то $F(x)=C$ на цьому проміжку, де C – стала.

Основну властивість первісної подаємо у вигляді двох теорем

- **Теорема 1.**

Якщо на проміжку $\langle a;b \rangle$, функція $F(x)$ є первісною для $f(x)$, то на цьому проміжку первісною для $f(x)$ буде також функція $F(x)+C$, де C – довільна стала (число).

- **Теорема 2.**

Будь – які дві первісні функції для однієї і тієї самої функції відрізняються одна від одної на сталий доданок.

Таблиця первісних

Функція $y = f(x)$	Загальний вигляд первісної $F(x)+C$
k , де k - стала	$kx + C$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$\operatorname{ctg} x + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$
e^x	$e^x + C$
a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + C$

Розв'язування вправ

№ 170

1) $F(x) = 9x^2 - 2x + 1$, первісна для функції $f(x) = 2(9x - 1)$, $-\infty < x < +\infty$.

Розв'язання: $(9x^2 - 2x + 1)' = 18x - 2 = 2(x - 1)$.

2) $F(x) = \sqrt[3]{x} + 5$ первісна для функції $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$, $0 < x < +\infty$.

Розв'язання: $(\sqrt[3]{x} + 5)' = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 5\right)' = 3 \cdot \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$

Домашнє завдання

Вивчити означення первісної та
таблицю первісних.
№ 176, № 178(1 - 3)