Лекция 5.

- **МИНИМИЗАЦИЯ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ**

ПО

КАРТАМ КАРНО

1.Минимизация переключательных функций по картам Карно

- При решении задач минимизации как полностью определенных, так и не полностью определенных переключательных функций, зависящих от небольшого числа переменных, широкое применение находят графические методы.

Минимизация переключательных функций по картам Карно

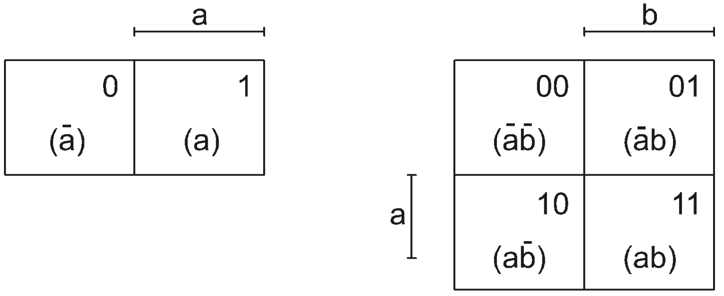
- Метод минимизации по картам Карно позволяет графически получать экономное покрытие переключательной функции правильными конфигурациями её единиц.
- Карта Карно – это таблица истинности специального вида, в которой переменные функции расположены не одномерным, а двумерным массивом (по горизонтали и вертикали), причем каждому набору переменных поставлена в соответствие одна клетка.

Карта Карно

- Каждая из входных переменных делит карту Карно на две разные части, в одной из которых значение этой переменной равно 1, а в другой 0.
- Каждой клетке карты Карно соответствует один определенный набор, а каждая сторона клетки представляет собой границу между значениями переменных.

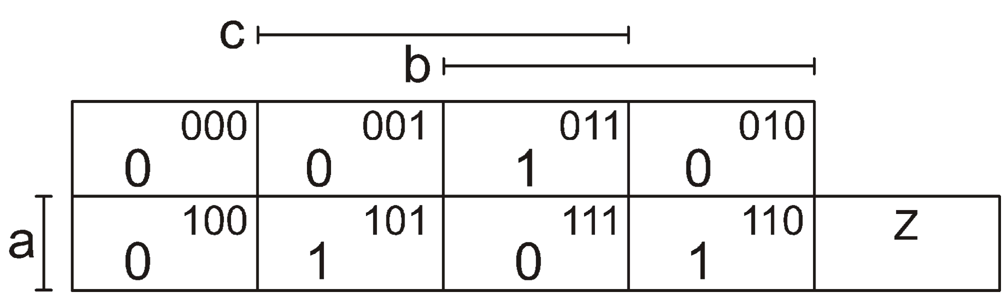
Карта Карно

- **Карта Карно для одной и двух переменных:**



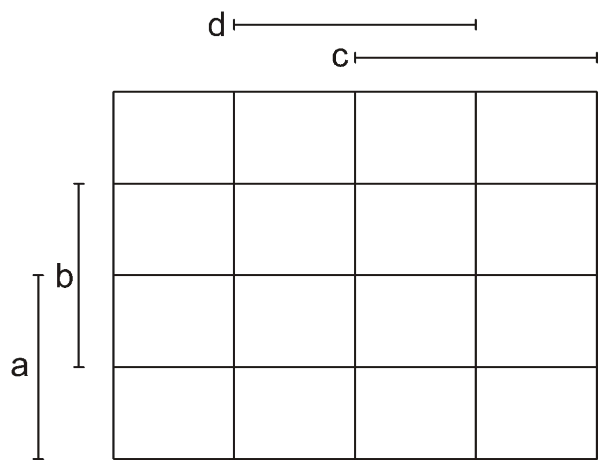
Минимизация переключательных функций по картам Карно

- Карта Карно для трёх переменных



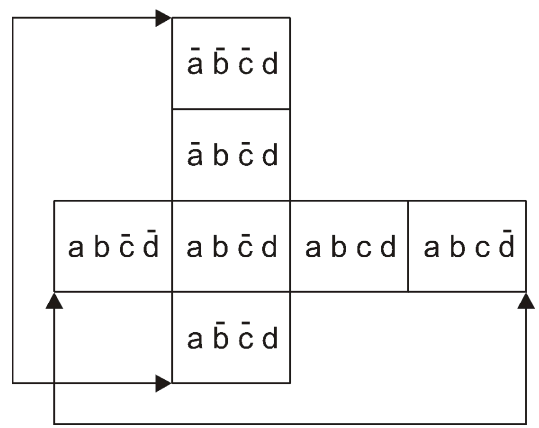
Минимизация переключательных функций по картам Карно

- Карта Карно для четырёх переменных



Минимизация переключательных функций по картам Карно

- Соседние клетки



Минимизация переключательных функций по картам Карно

- Минимизация переключательной функции по карте Карно в классе ДНФ заключается в покрытии ее единиц минимальным количеством максимальных правильных контуров. В эти контуры могут включаться и условные наборы. Контуры могут пересекаться, но не могут включаться друг в друга – иначе не получатся простые импликанты.

Минимизация переключательных функций по картам Карно

- Правильными контурами для карты 4-х переменных могут быть следующие:
- **одноклеточный** – одна клетка с единицей, окруженная нулями;
- **двухклеточный** – две соседние клетки, окруженные нулями;

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	~	0	0
11	0	1	0	0
10	0	0	0	0

а)

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	0	1	1
11	0	0	0	0
10	0	~	0	0

б)

Минимизация переключательных функций по картам Карно

- **четырехклеточный** – квадрат из четырех соседних клеток, окруженных нулями;

x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	0	0	1
11	1	1	0	1
10	1	1	0	1

а)

x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	1	1	1
11	0	0	0	0
10	0	1	1	0

б)

x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

в)

Минимизация переключательных функций по картам Карно

- **восьмиклеточный** – куб из восьми соседних клеток, окруженных нулями;

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	0	1	1	0
10	0	1	1	0

а)

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

б)

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

в)

Минимизация переключательных функций по картам Карно

- По карте Карно удобна также минимизация в классе КНФ. В этом случае каждому контуру из нулей с возможным добавлением «тильд» соответствует имплицента – член КНФ, которая строится также из переменных, не меняющих своего значения в номере клеток «нулевого» контура, только, если переменная в номере клетки равна нулю, то в КНФ она будет без инверсии, а если равна единице – то в КНФ она будет с инверсией.

КНФ

- б):
- 1)(x2∨ x4) – угловые клетки
- 2) – $(\bar{x}_2 \vee x_3)$ квадрат (0100,1100,0101,1101);
- 3) – $(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3)$ квадрат (1111,1110,1011,1010);
- 4) – $(x_2 \vee \bar{x}_3)$ квадрат (0011,0010,1011,1010).

x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	~	0	0
11	0	1	0	0
10	0	0	0	0

а)

x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	0	1	1
11	0	0	0	0
10	0	~	0	0

б)

КНФ

- Таким образом:

$$f(x_1x_2x_3x_4) = (x_2 \vee x_4)(\bar{x}_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3)(x_2 \vee \bar{x}_3).$$

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	~	0	0
11	0	1	0	0
10	0	0	0	0

а)

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	0	1	1
11	0	0	0	0
10	0	~	0	0

б)