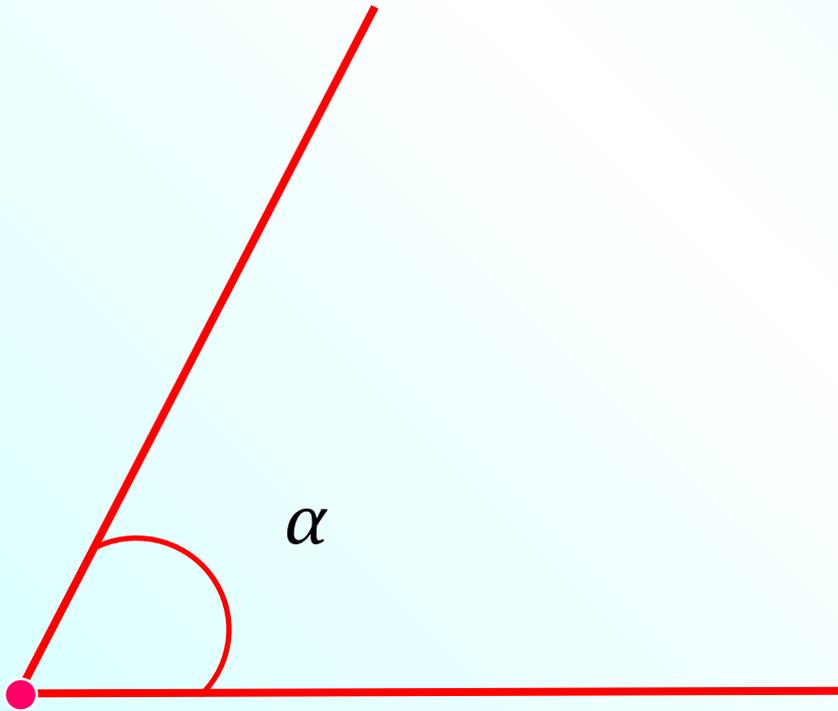


Радианная мера угла

Угол поворота

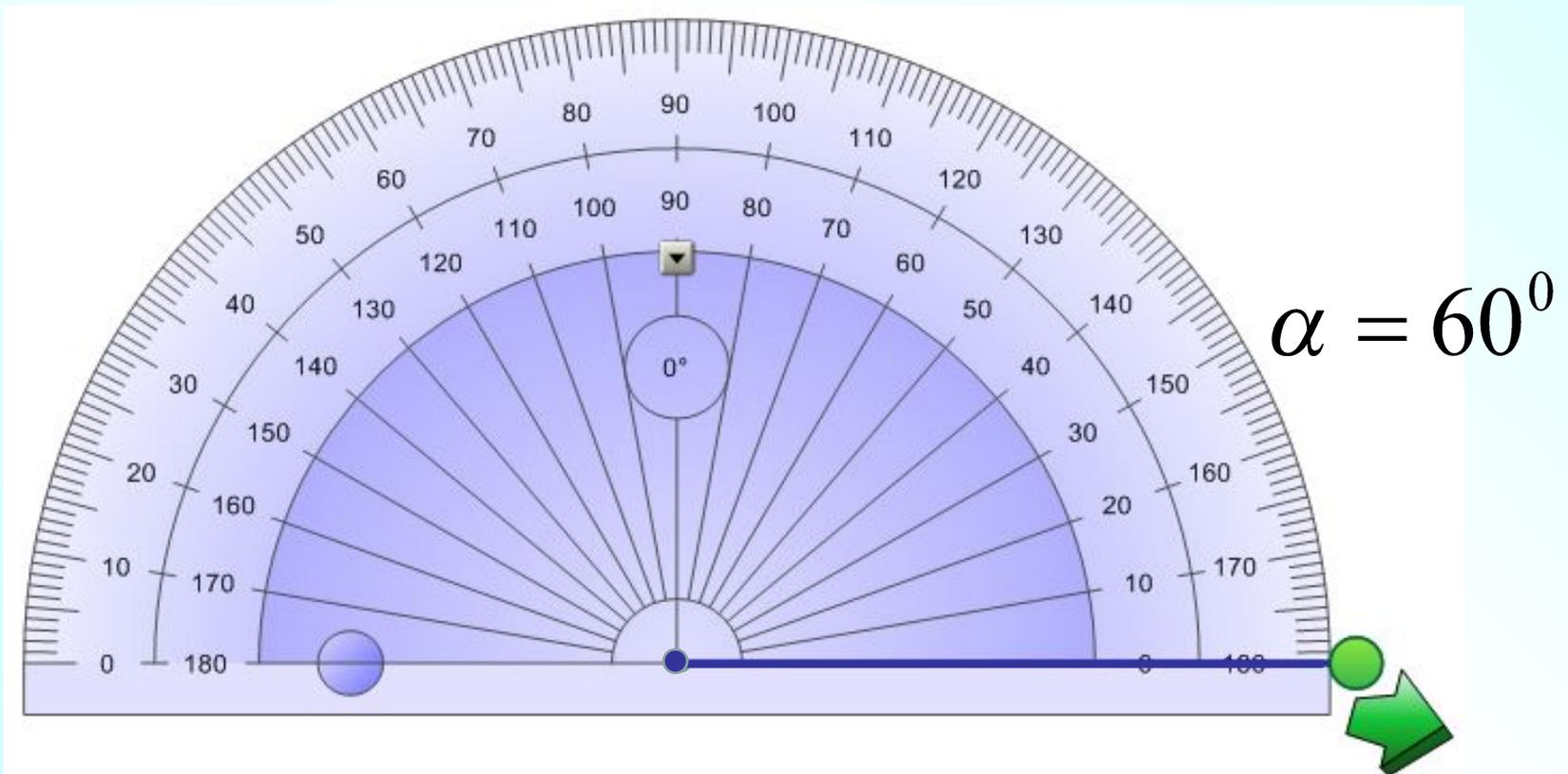
Угол – геометрическая фигура, состоящая из двух лучей, выходящих из одной точки



Измерение углов

Измерение углов аналогично измерению отрезков – оно основано на сравнении их с углом, принятым за единицу измерения.

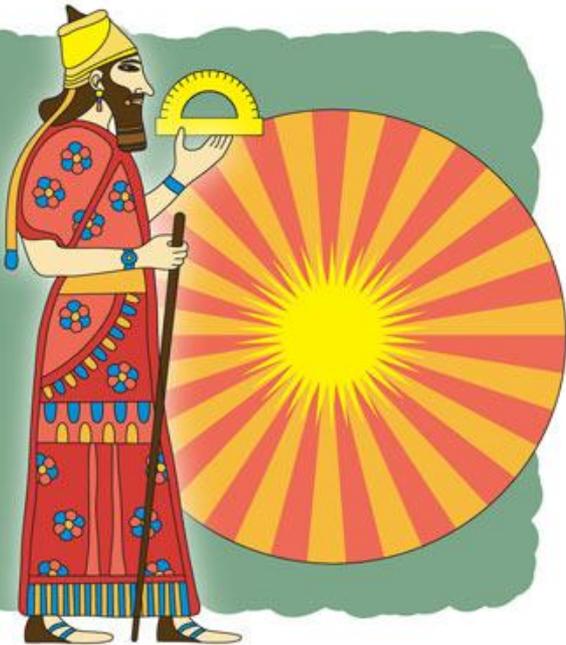
Градус – угол, равный $\frac{1}{180}$ части развернутого угла.



Единицы измерения угла:

1 минута (1') - $\frac{1}{60}$ часть градуса

1 секунда (1'') - $\frac{1}{60}$ часть минуты



Вавилоняне считали, что за каждые сутки солнце делало один «шаг», поэтому разделили окружность на 360 равных частей, каждую из которых называют градусом (от лат. gradus — шаг, ступень).

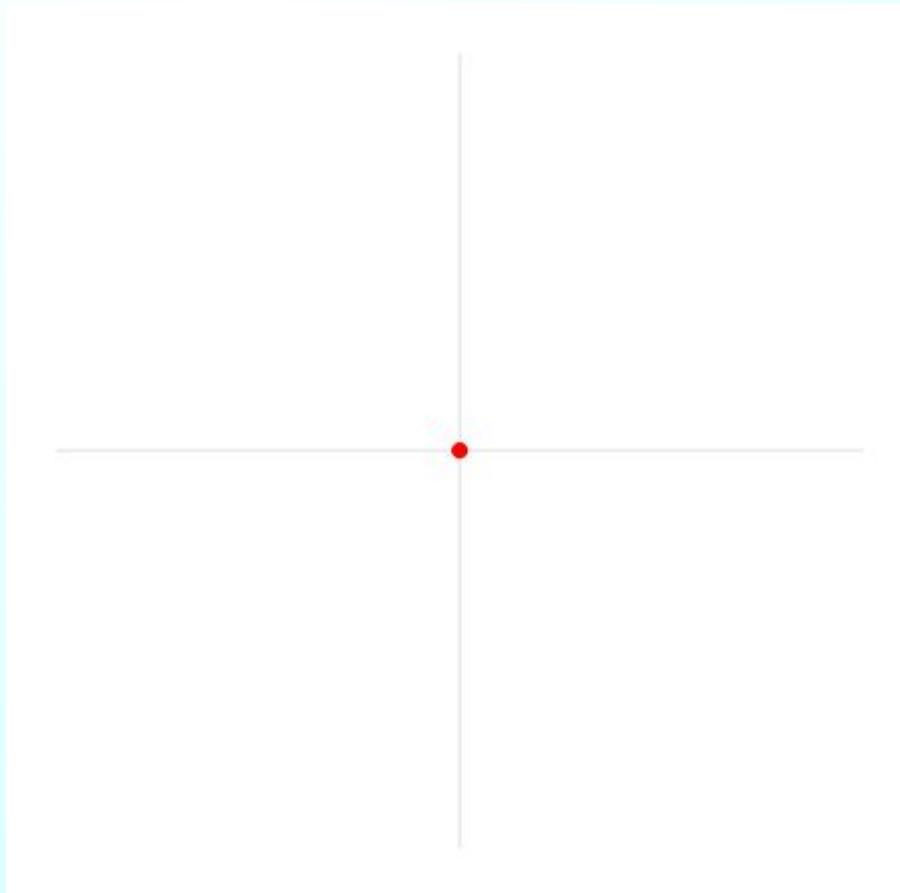


Развитие тригонометрии
вызвало необходимость в 19
веке введения новой меры
измерения углов- **радианной**.



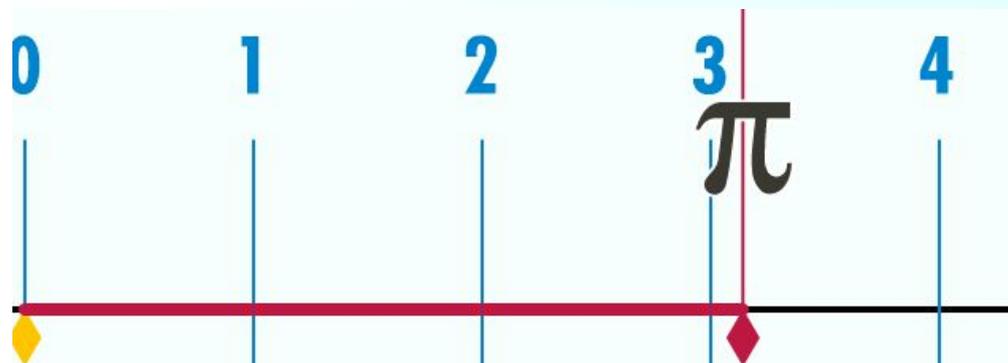
Измерение углов

1 радиан (от латинского *radius* - спица колеса) - центральный угол, длина дуги которого равна радиусу окружности



$\pi = 3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307816406286209$

Число Пи – математическая константа, которая выражает отношение длины окружности к её диаметру



Радианы

180°

=

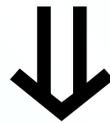
Единицы измерения углов

π радиан

Градусы

Перевод из градусной меры в радианную

$$\pi \text{ радиан} = 180^\circ$$



$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ рад.}$$

Перевод из градусной меры в радианную

$$\pi \text{ радиан} = 180^\circ$$



$$n^\circ = \frac{n}{180} \cdot \pi \text{ рад.}$$
A thick red curved arrow pointing from the degree symbol in the numerator to the radian symbol in the denominator, indicating the conversion of the angle measure.

Примеры:

$$\pi \text{ радиан} = 180^\circ$$

$$30^\circ = \frac{\pi \cdot 30^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi}{6}$$

$$72^\circ = \frac{\pi \cdot 72^\circ}{180^\circ} = \frac{2\pi}{5}$$

$$120^\circ = \frac{\pi \cdot 120^\circ}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3}$$



Примеры:

$$1. 60^\circ = \frac{\pi \cdot 60^\circ}{180^\circ} \text{ рад.} = \frac{\pi}{3} \text{ рад.}$$

$$2. 90^\circ = \frac{\pi \cdot 90^\circ}{180^\circ} \text{ рад.} = \frac{\pi}{2} \text{ рад.}$$

$$3. 135^\circ = \frac{\pi \cdot 135^\circ}{180^\circ} \text{ рад.} = \frac{3\pi}{4} \text{ рад.}$$

Переведите в радианную меру углы:

$$\frac{\pi}{4}$$

$$\pi$$

$$\frac{4\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{18}$$

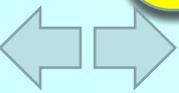
$$\frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{5}$$

$$2\pi$$

$$\frac{11\pi}{6}$$



Перевод из радианной меры в градусную

$$\pi \text{ радиан} = 180^\circ$$



$$a = m \cdot \pi 180^\circ$$

Примеры:

$$1. \quad \frac{\pi}{10} \text{ рад.} = \frac{180^\circ}{10} = 18^\circ$$

$$2. \quad \frac{\pi}{9} \text{ рад.} = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ$$

$$3. \quad \frac{4\pi}{3} \text{ рад.} = \frac{4 \cdot 180^\circ}{3} = 240^\circ$$

Переведите в градусную меру углы:

1°

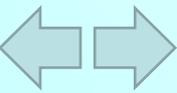
45°

36°

600°

$37,5^\circ$

135°



Переведите в градусную меру углы:

990°

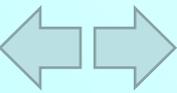
495°

110°

180°

450°

510°



Перевод из градусной меры в радианную:

$$n = \frac{\pi \cdot n}{180} \text{ рад.}$$

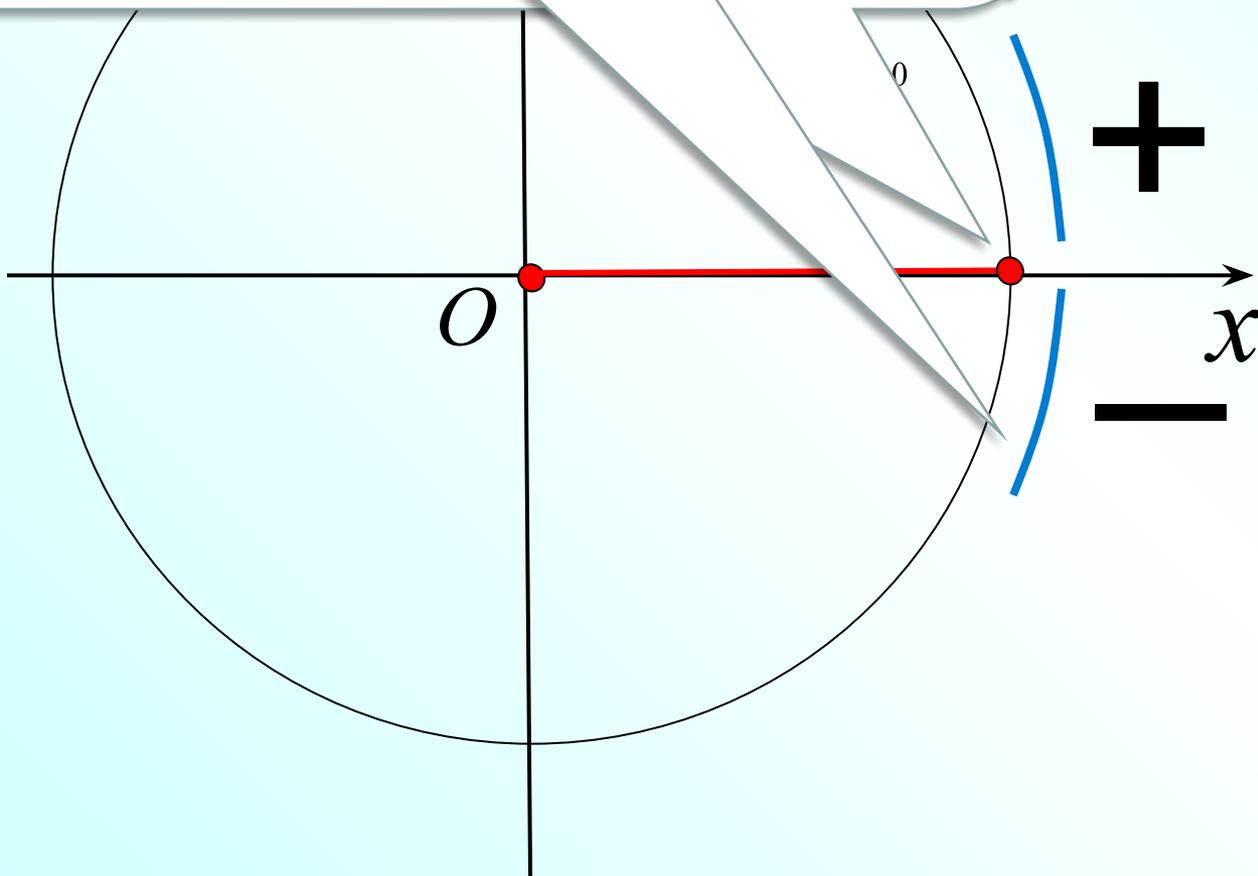
Перевод из радианной меры в градусную:

$$m \cdot \pi_{\text{рад.}} = m \cdot 180$$

Едини́чная о́кружность

Отрицательное
направление поворота:
по часовой стрелке.

Положительное
направление поворота:
против часовой стрелки.



Определите где на единичной окружности расположены

углы:

30° 0° 45° 150° 90°

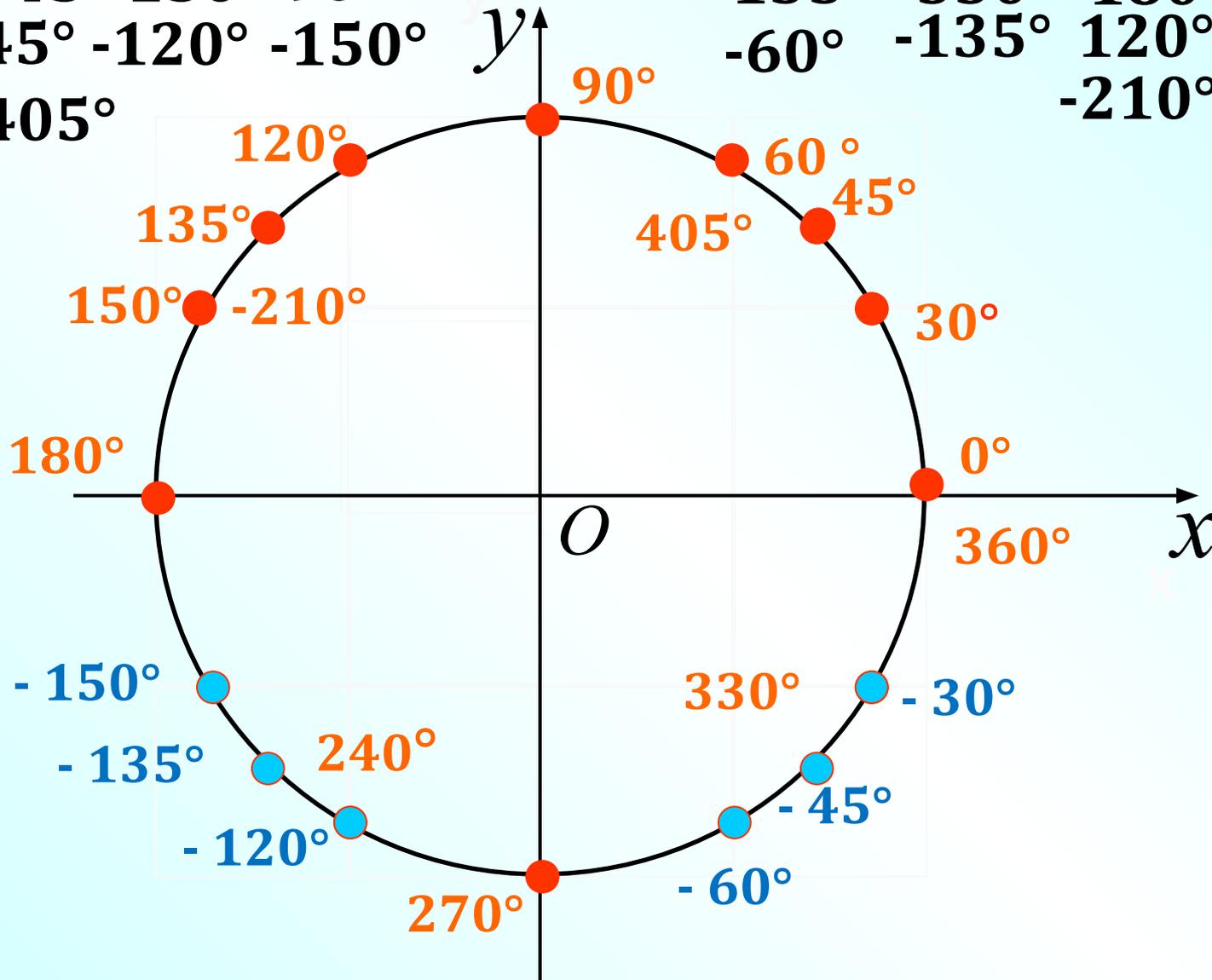
-30° -45° -120° -150°

135° 330° 180° 270°

-60° -135° 120° 360°

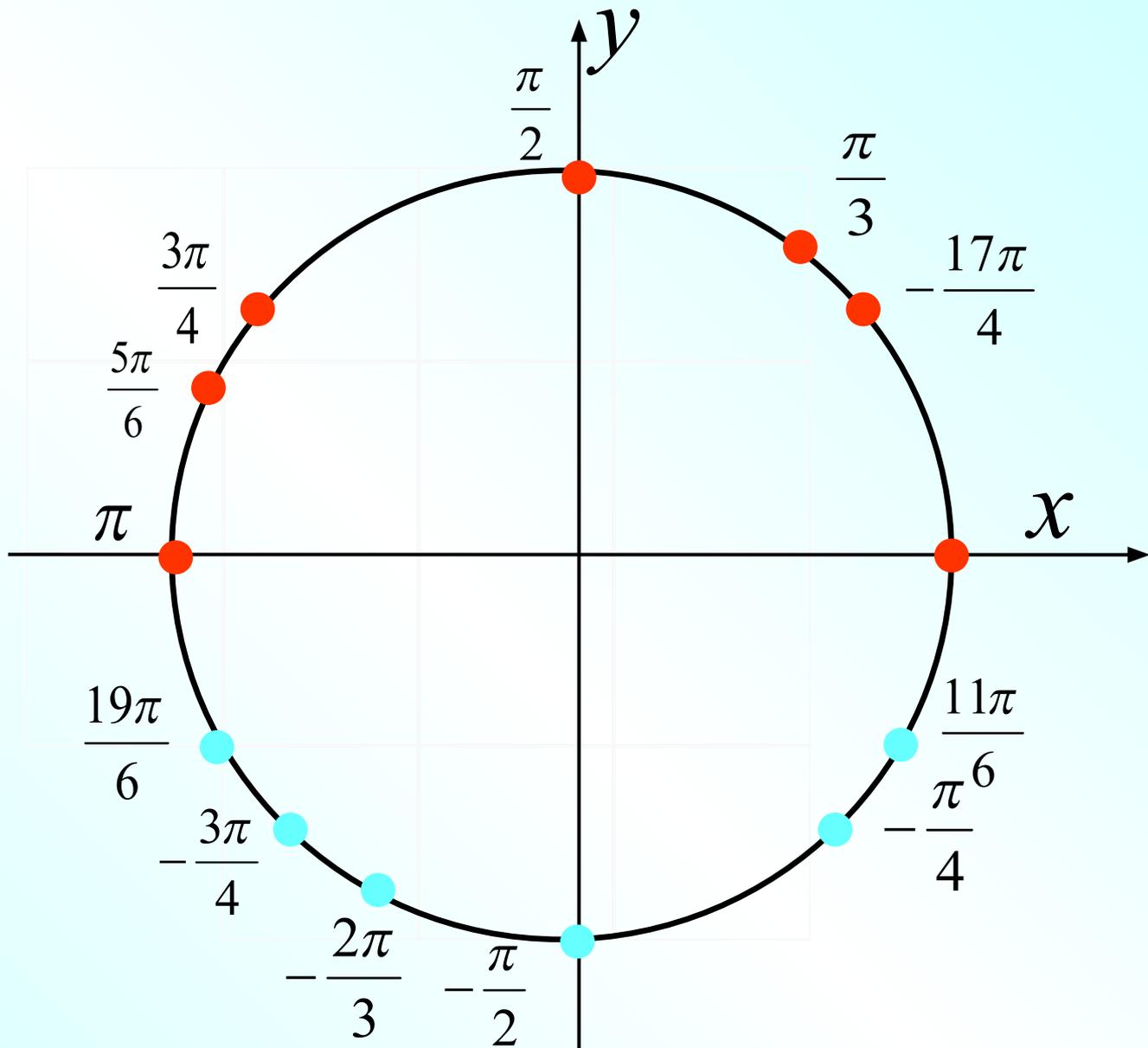
240° 405°

-210° 60°

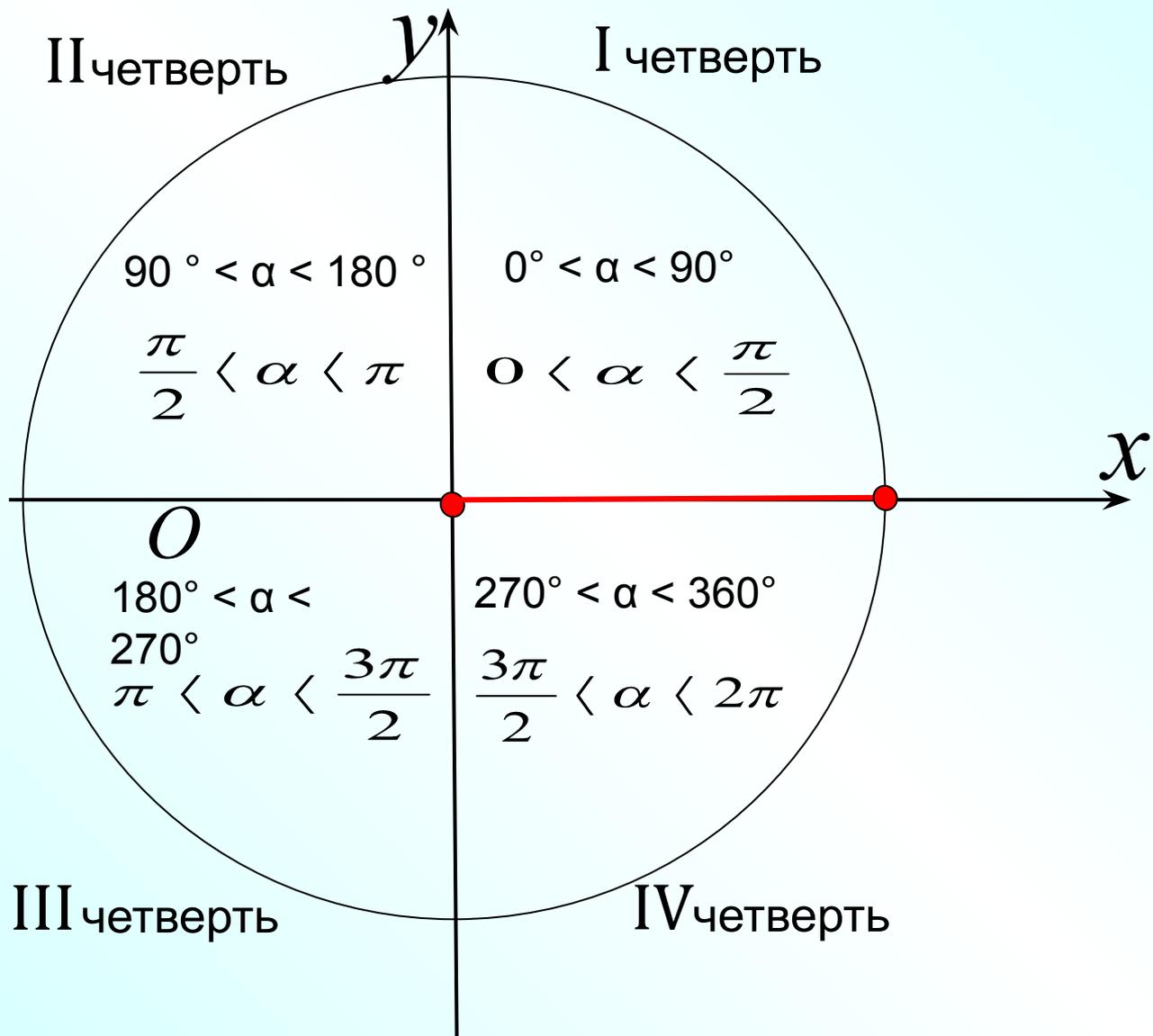


Расположите на единичной окружности углы:

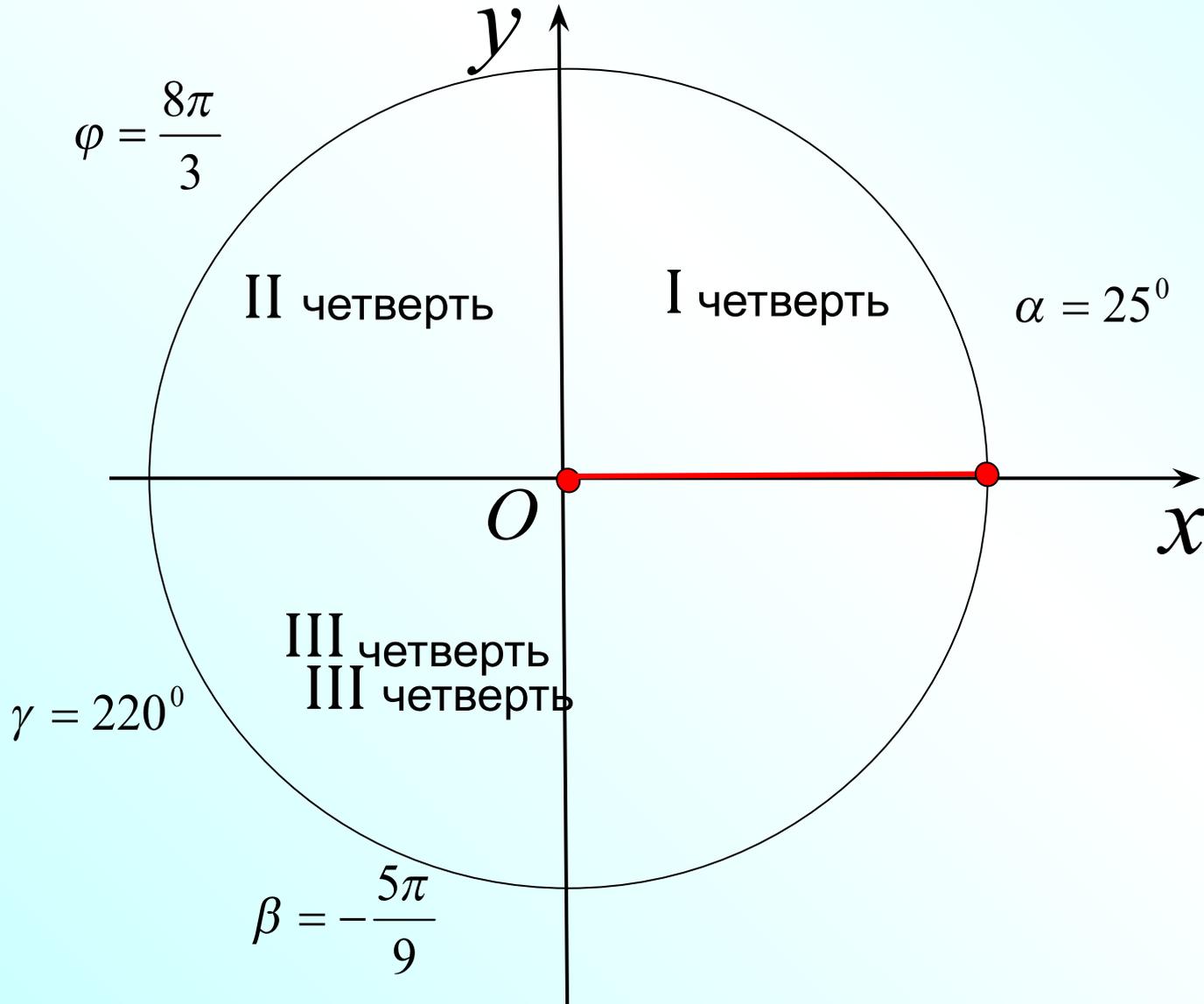
- | | |
|-------------------|-------------------|
| $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{4}$ |
| $-\frac{\pi}{4}$ | $\frac{19\pi}{6}$ |
| $\frac{\pi}{2}$ | $-\frac{3\pi}{4}$ |
| $\frac{17\pi}{4}$ | $\frac{11\pi}{6}$ |
| $\frac{\pi}{2}$ | $-\frac{3\pi}{4}$ |
| π | $\frac{5\pi}{6}$ |



Единичная окружность



Определите, в какой четверти
расположены углы:



$$\alpha = 25^\circ$$
$$\beta = -\frac{5\pi}{9}$$
$$\gamma = 220^\circ$$
$$\phi = \frac{8\pi}{3}$$

Самостоятельная работа

I вариант

1. Переведите в радианную меру углы, определите в какой четверти они расположены:

1) 60°

2) 145°

3) 240°

2. Переведите в градусную меру углы, определите в какой четверти они расположены:

1) $\frac{2\pi}{5}$ рад.

2) $\frac{8\pi}{3}$ рад.

II вариант

1) 320°

2) 105°

3) 40°

1) $\frac{9\pi}{4}$ рад.

2) $\frac{5\pi}{6}$ рад.

ОТВЕТЫ

I вариант

1) $\frac{\pi}{3}$ рад. I ч.

2) $\frac{29\pi}{36}$ рад. II ч.

3) $\frac{4\pi}{3}$ рад. III ч.

1.

1) 72° I ч.

2) 480° II ч.

II вариант

1) $\frac{16\pi}{9}$ рад. IV ч.

2) $\frac{7\pi}{12}$ рад. II ч.

3) $\frac{2\pi}{9}$ рад. I ч.

2.

1) 405° I ч.

2) 150° II ч.