

Нормальные формы.  
Приведение формул к  
**СДНФ и СКНФ.**  
Построение таблиц  
ИСТИННОСТИ.

**Нормальная форма логической формулы -**  
это формула, которая не содержит знаков  
импликации, эквиваленции и отрицания  
неэлементарных формул.

Существует два вида нормальных форм:

конъюнктивная нормальная форма, т. е.

конъюнкция нескольких дизъюнкций (КНФ) и

дизъюнктивная нормальная форма, т. е.

дизъюнкция нескольких конъюнкций (ДНФ).

КНФ:  $(X \vee Y)(\neg X \vee Z)(X \vee \neg Y)$

ДНФ:  $(\neg XY) \vee (XZ) \vee (\neg Y \neg Z) \vee (X \neg Z)$

**Совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ)** – такая конъюнкция дизъюнкций, в которой:

- 1) Различны все члены дизъюнкции ("слагаемые");
- 2) Различны все члены каждой конъюнкции ("множители");
- 3) В каждой конъюнкции нет одновременно переменной и ее отрицания;
- 4) Каждая конъюнкция содержит все переменные, входящие в данную формулу или их отрицания.

СКНФ:  $(X \vee Y \vee Z)(\neg X \vee \neg Y \vee Z)(X \vee \neg Y \vee Z)$

**Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ)** – такая дизъюнкция

конъюнкций, в которой:

- 1) Различны все члены конъюнкции ("множители");
- 2) Различны все члены каждой дизъюнкции ("слагаемые");
- 3) В каждой дизъюнкции нет одновременно переменной и ее отрицания;
- 4) Каждая дизъюнкция содержит все переменные, входящие в данную формулу или их отрицания.

СДНФ:  $(\neg XYZ) \vee (X\neg YZ) \vee (\neg XY\neg Z) \vee (XY\neg Z)$

## Приведение формулы к СДНФ с помощью равносильных преобразований:

- 1) Привести формулу к нормальному виду (т.е. избавиться от импликации, эквиваленции и отрицания неэлементарных формул).
- 2) Из всех одинаковых членов дизъюнкции ("слагаемых") оставить только один.
- 3) Если в каком-то члене дизъюнкции ("слагаемом") не хватает переменной  $X_i$ , то "домножаем" его на  $(X_i \vee \neg X_i)$ , т.е. на 1.
- 4) Раскрыть скобки и из всех одинаковых членов дизъюнкции ("слагаемых") оставить только один.

## Приведение формулы к СКНФ с помощью равносильных преобразований:

- 1) Привести формулу к нормальному виду (т.е. избавиться от импликации, эквиваленции и отрицания неэлементарных формул).
- 2) Из всех одинаковых членов конъюнкции ("множителей") оставить только один.
- 3) Если в каком-то члене конъюнкции ("множителе") не хватает переменной  $X_i$ , то "прибавить" к нему  $(X_i \wedge \neg X_i)$ , т.е. 0.
- 4) Раскрыть скобки и из всех одинаковых членов конъюнкции ("множителей") оставить только один.

Пример:

$$\begin{aligned} & (\neg(XY) \rightarrow \neg X) \wedge \neg((XY \rightarrow (\neg Y))) \equiv (XY \vee \\ & (\neg X)) \wedge \neg(\neg X \vee (\neg Y)) \equiv (\neg X \vee Y)XY - \end{aligned}$$

**нормальная форма**

$$\begin{aligned} & (\neg X \vee Y)XY \equiv (\neg X \vee Y)(X \vee Y \neg Y)(Y \vee X \neg X) \\ & \equiv (\neg X \vee Y)(X \vee Y)(X \vee \neg Y)(X \vee Y)(\neg X \vee Y) \\ & \equiv (\neg X \vee Y)(X \vee Y)(X \vee \neg Y) - \text{СКНФ} \\ & (\neg X \vee Y)XY \equiv XY - \text{СДНФ} \end{aligned}$$

## Построение СДНФ и СКНФ по таблице истинности:

### СДНФ:

- 1) Выбрать из таблицы истинности те строки, в которых значение формулы - "Истина".
- 2) Для каждой выбранной строки составить конъюнкцию переменных или их отрицаний так, чтобы эта конъюнкция была истинной (для этого переменные, которые в соответствующей строке имеют значение "Ложь" нужно взять с отрицанием, а переменные, имеющие значение "Истина" - без отрицания).
- 3) Составить дизъюнкцию полученных конъюнкций.



## СКНФ:

- 1) Выбрать из таблицы истинности те строки, в которых значение формулы - "Ложь".
- 2) Для каждой выбранной строки составить дизъюнкцию переменных или их отрицаний так, чтобы эта дизъюнкция была ложной (для этого переменные, которые в соответствующей строке имеют значение "Истина" нужно взять с отрицанием, а переменные, имеющие значение "Ложь" - без отрицания).
- 3) Составить конъюнкцию полученных дизъюнкций.

Пример:

X	Y	Z	F	СДНФ	СКНФ
0	0	0	1	$\neg X \neg Y \neg Z$	
0	0	1	1	$\neg X \neg Y Z$	
0	1	0	0		$X \vee \neg Y \vee Z$
0	1	1	0		$X \vee \neg Y \vee \neg Z$
1	0	0	0		$\neg X \vee Y \vee Z$
1	0	1	1	$X \neg Y Z$	
1	1	0	0		$\neg X \vee \neg Y \vee Z$
1	1	1	0		$\neg X \vee \neg Y \vee \neg Z$

СДНФ:  $(\neg X \neg Y \neg Z) \vee (\neg X \neg Y Z) \vee (X \neg Y Z)$

СКНФ:  $(X \vee \neg Y \vee Z)(X \vee \neg Y \vee \neg Z)(\neg X \vee Y \vee Z)(\neg X \vee \neg Y \vee Z)(\neg X \vee \neg Y \vee \neg Z)$