

Муниципальное общеобразовательное автономное учреждение

«Лицей №7»

## **Проектная работа**

# **«Признаки делимости натуральных чисел»**

Выполнил:

Учащийся: 10 А класса

Макаров Я. М.

Руководитель:

Абдулхаликова Л. Х.

**Актуальность** заключается в том, что в ЕГЭ присутствуют задания (№18), в которых необходимо использовать признаки делимости чисел для обоснования решения, а также эти признаки помогают упростить некоторые сложные вычисления.

**Цель:** Описать признаки делимости натуральных чисел.

**Задачи:**

1. Изучить литературу, о существовании других признаков делимости чисел и подтвердить правильность выявленных мной признаков делимости.
2. Выписать найденные из дополнительной литературы признаки делимости натуральных чисел на 7, 11, 12, 13, 14, 19, 37.
3. Сделать вывод.
4. Показать признаки делимости на определенных задачах.

## Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10

Признаки делимости		Делится	Не делится
На 10	13890 (оканчивается цифрой 0)	170; 1980; 51390	173211; 186; 177
На 5	72310; 385 (оканчивается цифрой 0 и 5)	750; 185; 15035	554; 265893; 12454
На 2	70; 72; 74; 76; 78 (оканчивается четной цифрой)	170; 184; 286	3333; 31; 19443
На 3	741 $7 + 4 + 1 = 12$ (сумма цифр делится на 3)	753; 822; 15165	79; 823; 25705
На 9	657 $6 + 5 + 7 = 18$ (сумма цифр делится на 9)	135; 14067; 30213	116; 173; 246805

# Признаки делимости на 7

**I.** Натуральное число делится на 7 тогда и только тогда, когда разность числа тысяч и числа, выражаемого последними тремя цифрами, делится на 7.

478009 делится на 7, т.к.  $478-9=469$ , 469 делится на 7.

**II.** Натуральное число делится на 7, если сумма удвоенного числа, стоящего до десятков и оставшегося числа делится на 7.

4592 делится на 7, т.к.  $45 \cdot 2=90$ ,  $90+92=182$ , 182 делится на 7.

**III.** Трехзначное натуральное число вида  $aba$  будет делиться на 7, если  $a+b$  делится на 7.

252 делится на 7, т.к.  $2+5=7$ ,  $7/7$ .

**IV.** Трехзначное натуральное число вида  $baa$  будет делиться на 7, если сумма цифр числа делится на 7.

455 делится на 7, т.к.  $4+5+5=14$ ,  $14/7$ .

# Признаки делимости на 11

**I.** Число делится на 11, если разность суммы цифр стоящих на нечетных местах, и суммы цифр, стоящих на четных местах кратна 11.

1352736  $1+5+7+6=19$ ,  $3+2+3=8$ ,  $19-8=11$ , 11 кратно 11, значит, это число делится на 11.

**II.** Натуральное число разбивают справа налево на группы по 2 цифры в каждой и складывают эти группы. Если получаемая сумма кратна 11, то наше число кратно 11.

24583933: 24/ 58/ 39/ 33;  $24+58+39+33=154$ , 154 делится на 11.

**III.** Трехзначное натуральное число делится на 11, если сумма боковых цифр числа равна цифре, которая в середине. Ответ будет состоять из тех самых боковых цифр.

396 делится на 11, т.к.  $3+6=9$ , 9 - в середине.

# Признаки делимости на 13

**I.** Натуральное число делится на 13, если разность числа тысяч и числа, образованного последними тремя цифрами, делится на 13.

Число 965900 делится на 13, т.к.  $965 - 900 = 65$ , 65 делится на 13.

**II.** Натуральное число делится на 13 тогда и только тогда, когда результат вычитания последней цифры, умноженной на 9, из этого числа без последней цифры, делится на 13.

1027 делится на 13, т.к.  $102 - 9 \cdot 7 = 39$ , 39 делится на 13.

# Признак делимости на 12, 14

- Натуральное число делится на 12 тогда и только тогда, когда оно делится на 3 и 4 одновременно.

636 делится на 3 и на 4, значит, оно делится на 12.

- Натуральное число делится на 14 тогда и только тогда, когда оно делится на 2 и на 7 одновременно.

Число 31550 делится на 2 и на 7, значит, оно делится на 14.

# Признаки делимости на 37

**I.** Натуральное число делится на 37, если сумма чисел, образованных тройками цифр данного числа в десятичной записи делится соответственно на 37.

578310:  $578/310$   $578+310=888$ , 888 делится на 37;  $888:37=14$ , значит, и число делится на 37.

**II.** Трехзначное натуральное число, написанное одинаковыми цифрами, делится на 37.

Числа 111, 222, 333, 444, 555, ... делятся на 37.



# Признак делимости на 19

- Натуральное число делится на 19 без остатка тогда, когда число его десятков, сложенное с удвоенным числом единиц, делится на 19.

1824  $182+4\cdot 2=190$ ,  $190:19$ , значит, число 1824 делится 19.

1 группа	2 группа	3 группа	4 группа
<p>Делимость чисел определяется по последней(им) цифрой (ми) – это признаки делимости на 2, на 5, на разрядную единицу, на 4, на 8, на 25, на 50;</p>	<p>Делимость чисел определяется по сумме цифр числа – это признаки делимости на 3, на 9, на 7(1 признак), на 11, на 37;</p>	<p>Делимость чисел определяется после выполнения каких-то действий над цифрами числа – это признаки делимости на 7, на 11, на 13, на 19;</p>	<p>Для определения делимости числа используются другие признаки делимости –это признаки делимости на 6, на 12, на 14, на 15.</p>

# Задачи на признаки делимости

Рассматриваются 10-значные натуральные числа (все десять цифр в их записи различны). Среди таких чисел найдите:

а) какое-либо число, делящееся на 11;

б) наибольшее число, делящееся на 11;

Решение:

а) Напишем любое такое число, например, 9876543210. Для него знакопеременная сумма его цифр равна 5. Поменяем теперь местами цифры 8 и 5. Тогда знакопеременная сумма его цифр увеличится на 6 и станет равна 11. Таким образом, годится число 9576843210

$$\text{б) } 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 45$$

$$(9+8+7+6+5) - (4+3+2+1+0) = 25.$$

$$98765/a6/a7/a8/a9/a10$$

$$a6+a8+a10 = 3, a7 + a9 = 7$$

$$9876524130$$

Про натуральное пятизначное число  $N$  известно, что оно делится на 12, и сумма его цифр делится на 12.

А) Могут ли все пять цифр в записи числа  $N$  быть различными?

Б) Найдите наименьшее возможное число  $N$ ;

В) Найдите наибольшее возможное число  $N$ ;

**Решение.**

а) 56724.

б) Наименьшее возможное число — 10056.

в) Наибольшее возможное число — 99972.

Доказать, что число  $n^3 - n$  делится на 6 при любом целом  $n$ .

**Решение:**

$n^3 - n = n(n^2 - 1) = (n - 1)n(n + 1)$  - произведение трёх последовательных чисел.

# Заключение

В процессе работы я познакомился с историей развития признаков делимости. Работая с источниками, я нашел признаки делимости натуральных чисел (на 7, 11, 12, 13, 14, 19, 37) познакомился с ними. Разделил признаки делимости на 4 группы.

Из литературы нашел задачи, при решении которых применяются признаки делимости натуральных чисел.

Знание и использование выше перечисленных признаков делимости натуральных чисел позволяет решить некоторые задачи из ЕГЭ, экономит время в решении таких заданий.

Сборник А. Ларина “Егэ – профильная математика”

Воробьев Н.Н. “Признаки делимости”

Энциклопедический словарь юного математика / Сост. Савин А.П.

Сайт - Решу ЕГЭ математика (<https://math-ege.sdangia.ru/>)

[https://mathematichka.ru/ege/problems\\_base2015/problem19BL\\_2015.html](https://mathematichka.ru/ege/problems_base2015/problem19BL_2015.html)