



Упрощение логических выражений. Решение задач

8 класс

Законы алгебры логики

название	для И	для ИЛИ
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 0 = 0, A \cdot 1 = A$	$A + 0 = A, A + 1 = 1$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
поглощения	$A \cdot (A + B) = A$	$A + A \cdot B = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

Докажите правильность законов для операции И:

1. Закон двойного отрицания
2. Закон исключения третьего
3. Закон де Моргана

Упрощение логических выражений

Шаг 1. Заменить операции $\oplus \rightarrow \leftrightarrow$ на их выражения через **И**, **ИЛИ** и **НЕ**:

$$A \rightarrow B = \bar{A} + B$$

$$A \leftrightarrow B = A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}$$

Шаг 2. Раскрыть инверсию сложных выражений по формулам де Моргана:

Шаг 3. Используя законы логики, упрощать выражение, стараясь применять закон исключения третьего.

Задание №1

$$Q = M \cdot X \cdot \bar{H} + \bar{M} \cdot X \cdot \bar{H} = (M + \bar{M}) \cdot X \cdot \bar{H} = X \cdot \bar{H}$$

Задание №2

Какое логическое выражение равносильно выражению

$A \wedge \neg(\neg B \vee C)$?

1) $\neg A \vee \neg B \vee \neg C$

2) $A \wedge \neg B \wedge \neg C$

3) $A \wedge B \wedge \neg C$

4) $A \wedge \neg B \wedge C$

1) $\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$

2) $A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$

3) $A \cdot B \cdot \overline{C}$

4) $A \cdot \overline{B} \cdot C$

$$A \cdot \overline{(\overline{B} + C)} = A \cdot \overline{\overline{B}} \cdot \overline{C} = A \cdot B \cdot \overline{C}$$

Задание №3

$$X = (B \rightarrow A) \cdot \overline{(A + B)} \cdot (A \rightarrow C)$$

раскрыли \rightarrow

$$= (\overline{B} + A) \cdot \overline{(A + B)} \cdot (\overline{A} + C)$$

формула де Моргана

$$= (\overline{B} + A) \cdot \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot (\overline{A} + C)$$

распределительный

$$= (\overline{B} \cdot \overline{A} + A \cdot \overline{A}) \cdot \overline{B} \cdot (\overline{A} + C)$$

исключения третьего

$$= \overline{B} \cdot \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot (\overline{A} + C)$$

повторения

$$= \overline{B} \cdot \overline{A} \cdot (\overline{A} + C)$$

поглощения

$$= \overline{B} \cdot \overline{A}$$

Задание №4

Задача. Коля, Вася и Серёжа гостили летом у бабушки. Однажды один из мальчиков нечаянно разбил любимую бабушкину вазу.

На вопрос, кто разбил вазу, они дали такие ответы:

Серёжа: 1) Я не разбивал. 2) Вася не разбивал.

Вася: 3) Серёжа не разбивал. 4) Вазу разбил Коля.

Коля: 5) Я не разбивал. 6) Вазу разбил Серёжа.

Бабушка знала, что один из её внуков (правдивый), оба раза сказал правду; второй (шутник) оба раза сказал неправду; третий (хитрец) один раз сказал правду, а другой раз - неправду. Назовите имена правдивого, шутника и хитреца.

Кто из внуков разбил вазу?

К	В	С	Утверждение Серёжи		Утверждение Васи		Утверждение Коли	
						К		С
0	0	0	1	1	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	1	1	0	0
1	0	1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	0	0	1	0	1

Задание №5

Задача 2. В соревнованиях по гимнастике участвуют Алла, Валя, Сима и Даша. Болельщики высказали предположения о возможных победителях:

- 1) Сима будет первой, Валя — второй;
- 2) Сима будет второй, Даша — третьей;
- 3) Алла будет второй, Даша — четвёртой.

По окончании соревнований оказалось, что в каждом из предположений только одно из высказываний истинно, другое ложно. Какое место на соревнованиях заняла каждая из девушек, если все они оказались на разных местах?

Домашнее задание

Подготовиться к проверочной работе. Для подготовки можно прорешать примерный вариант работы

