

# Светлов Виктор Александрович

---

## **Лекции по методологии науки для аспирантов**



Петербургский государственный  
университет путей сообщения  
2010-2011

---

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Литература

---

- Рекомендуемая литература:

**Светлов В. А.** История научного метода. – М.: «Академический проект», 2008. - 700 с.



# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Содержание «Истории научного метода»

---

Предисловие

Введение

1. «Органон» Аристотеля: обоснование индуктивно-дедуктивного метода научного познания
2. Ревизия научного метода Аристотеля в позднее Средневековье
3. «Новый Органон» Френсиса Бэкона: становление индуктивизма
4. Интуитивно-дедуктивный метод Рене Декарта: методологический солипсизм

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Содержание «Истории научного метода»

---

5. Метод идеализации Галилео Галилея: математика как язык природы
  6. Аналитико-синтетический метод Исаака Ньютона: единство математики и опыта без гипотез
  7. «Предварительное рассуждение об исследовании натуральной философии» Джона Гершеля: модернизация индуктивизма
  8. «Новый Восстановленный Органон» Уильяма Уэвелла: преодоление индуктивизма
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Содержание «Истории научного метода»

---

9. «Система логики» Джона Милля: «системная» апологетика индуктивизма

10. «Принципы науки» Уильяма Дживонса: синтез метода гипотез и теории вероятностей

11. Метод самокоррекции научного знания Чарльза Пирса: единство абдукции, дедукции и индукции

12. Стандартная концепция научного метода: тупики индуктивизма и антииндуктивизма

---

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Содержание «Истории научного метода»

---

13. Гипотетико-индуктивный метод как универсальный метод научной систематизации и научного прогресса

14. Приложение «XIX век — золотой век методологии науки. Тематические выдержки из сочинений»

- Джон Гершель о необходимости гипотетико-дедуктивного метода познания природы.
- Джон Стюарт Милль о невозможности индукции как метода открытия.
- Уильям Уэвелл как историк и теоретик научной революции (индуктивной эпохи).
- Уильям Стенли Джевонс как теоретик индуктивной интерпретации вероятности.
- Чарльз Сандерс Пирс о самокорректирующейся природе научного знания.
- Шерлок Холмс как методолог науки.

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Темы

---

- Необходимость науки
  - Понятие науки
  - Структура научного знания
  - Когнитивная схема научного исследования
    - Факт
    - Проблема
    - Гипотеза
    - Закон
    - Теория
    - Принцип
  - Динамика научного знания
    - Проблема обоснования
    - Гипотетико-дедуктивная модель научного исследования (ГДМ)
    - Научный прогресс
    - Научные революции и традиции
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Необходимость науки

---

- «Если бы форма проявления и сущность вещей непосредственно совпадали, то всякая наука была бы излишня». [*Маркс К. (1818-1883) Капитал*]
- Без допущения законов невозможен логически достоверный «переход» от одного единичного события к другому. Также невозможен вывод частных случаев из одних только общих предположения. [необходимы единичные условия в качестве начальных]
- Сущность вещей, т.е. закон, которому они подчиняются, всегда искажается и скрывается её проявлениями. Закон всемирного притяжения как таковой не наблюдаем. Мы видим лишь его проявления – движение отдельных земных и небесных тел. **Необходимо специальное научное исследование для познания сущности вещей.**



# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Необходимость науки/иллюстрация

---

- **Иллюстрация недостаточности обыденного опыта**
  - Мы наблюдаем движение Солнца по небосводу с Востока на Запад (в Северном полушарии), но не движение Земли вокруг Солнца. Чтобы согласовать наблюдение с механикой, необходимо знать принцип относительности движения
  - Как будет двигаться тело, на которое постоянно действует одна и та же сила?
    - *Равномерно* (распространенный, но ошибочный ответ)
    - *Ускоренно*, так как согласно закону механики  $a = F/m$  если  $F > 0$ , то и  $a > 0$  ( $a$  – ускорение;  $F$  – сила, действующая на тело;  $m$  – масса тела)
  - Необходимость науки вызвана необходимостью (1) знать законы реальности и (2) знать причины этих законов
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Понятие науки/признаки

---

### □ *Признаки науки*

- Объективность, универсальность и необходимость научного знания
  - Подверженность критике и опровержению
  - Публичность научного знания
  - Автономность (только научное сообщество решает вопросы о научном статусе теорий)
  - Прогрессивный характер развития
  - Необходимость проведения научных исследований
  - Наличие когнитивных моделей и методологических предписаний, регулирующих научное исследование
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Структура научного знания

---

- Научное познание существует в форме реализации разнообразных когнитивных моделей (КМ) научного исследования (НИ)
  - Когнитивная модель НИ – множество предписаний, задающих его *ОНТОЛОГИЮ, ГНОСЕОЛОГИЮ, МЕТОДОЛОГИЮ И ЭТИКУ*
  - Компоненты когнитивной модели НИ:
    - Факты
    - Проблемы
    - Гипотезы
    - Законы
    - Теории
    - Принципы
    - Методологии
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Структура научного знания

---

- Если когнитивная модель успешно объясняет и предсказывает факты, которые её подтверждают, в научном исследовании нет необходимости.
  - Необходимость в научном исследовании возникает только тогда, когда некоторые из наблюдаемых фактов, называемых аномальными, *противоречат* когнитивной модели.
  - Наука – множество взаимосвязанных научных исследований по разрешению познавательных противоречий между КМ и фактами.
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель научного исследования

---



# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель/Факт

---

- **Научный факт** – знание о реальном существовании объекта (явления) и его свойствах. Описание, объяснение и предсказание фактов зависит от принимаемой теории (КМ)
  
  - **Функции научного факта**
    - Научный факт – свидетельство о
      - реальном существовании проблемного объекта
      - свойствах проблемного объекта
      - верификации (фальсификации) проверяемых следствий; подтверждении (опровержении) проверяемой гипотезы (КМ)
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель/Факт

---

- **Научный факт считается аномальным,**  
если он не объясняется общепринятой когнитивной моделью научного исследования.

«Открытие начинается с осознания аномалии» [Кун Т. (1922-1996) Структура научных революций]

Долгое время считалось, что все многоклеточные животные возникли сразу и одновременно, и произошло это событие около 540 миллионов лет назад. Чарльз Дарвин не мог объяснить это явление. Согласно теории естественного отбора виды животных формируются постепенно в ходе пошагового приспособления к условиям среды. Поэтому внезапное появление разнообразных многоклеточных называли «кошмаром Дарвина».

Только недавно палеонтологам стали известны ископаемые животные, жившие раньше указанного рубежа. «Кошмар Дарвина» оказался иллюзией

---

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель/Факт

---

- **Задача научного факта** – ответить на вопрос, что существует на самом деле, что является подлинной реальностью с точки зрения обосновывающей его теории
- **Факт:** Комар вида *Anopheles* (малярийный комар) – хозяин и переносчик возбудителя тропической малярии (паразита вида *Plasmodium*). Этот факт был установлен в 1880 г. французским военным врачом А. Лавераном

*Plasmodium falciparum* – возбудитель тропической малярии





# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель/Факт

---

- **Наблюдение** – часть эксперимента, связанная с восприятием объекта и формулировкой фактических суждений о его свойствах
  - **Эксперимент** – планомерное материальное или мысленное воздействие на изучаемый объект для формулировки фактов
  - **Правила эксперимента:** «(1) Изоляция рассматриваемой системы, (2) ограничение числа переменных параметров, варьирование условий для выяснения зависимости исследуемого эффекта от каждого фактора в отдельности; (3) во многих случаях существенные точные измерения и статистика их результатов» - **Борн М. (1882-1970) Моя жизнь и взгляды**
  - **Описание** – перевод наблюдаемых фактов с языка чувственного восприятия на язык теории
  - **Измерение** – квантификация фактов – отображение свойств объекта в виде числовых величин. Делает факты независимыми от частных оценок экспериментатора
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель/Научная проблема

---

- **Научная проблема** – противоречие между когнитивной схемой научного исследования и аномальным фактом
  - Осознается в форме фундаментального вопроса научного исследования и возможных ответов (гипотез); ответ оценивается по двум критериям: (1) степени информативности и (2) степени его истинности
  - Предполагает наличие *известной информации* – предпосылки вопроса, которая выражается посредством постулирования полного (исчерпывающего) множества гипотез:  
 $H_a \vee H_b \vee \dots \vee H_z$
  - Предполагает наличие *неизвестной информации* – какая именно из гипотез  $H$  содержит истинное решение

В науке «недостаток новых проблем означает отмирание или прекращение самостоятельного развития»  
**(Гильберт Д. (1862-1943) Математические проблемы)**

---

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель/Научная гипотеза

---

- **Научная гипотеза** – предполагаемое решение научной проблемы, способное после подтверждения стать новой теорией или новой частью старой теории
  - **Функции научной гипотезы**
    - Научная гипотеза – предполагаемое решение научной проблемы,
      - способное после подтверждения стать новой теорией или новой частью старой теории
      - дающее возможный ответ на основной вопрос научного исследования
      - обязанное быть элементом полного множества гипотез исследователя
      - требующее обязательного испытания в эксперименте (посредством вывода наблюдаемых следствий и наблюдения)
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель/Научная гипотеза

---

- **Исаак Ньютон (1643-1727 ) выдвинул правила корректного выдвижения гипотез.**

### **Гипотезы должны:**

- Относиться только к реально наблюдаемым и подтверждаемым свойствам явлений. Все, что скрыто от наблюдения, не может быть предметом естественнонаучного знания
- Выдвигаться, чтобы предсказывать новые направления исследования, предвосхищать новые опыты и новые факты
- Выдвигаться после получения новых фактов с целью их лучшего объяснения, уточнения старых гипотез
- Допускать математическую формулировку законов
- Быть способны к независимому подтверждению явлениями другого рода

Гипотезы не могут служить основанием для принятия или исключения научных теорий. И то и другое возможно только на основании опыта

---

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель/Научный закон

---

□ **Научный закон** - знание о

- Существовании *объективной* регулярности
- *Необходимом* характере регулярности

□ **Функции закона**

Закон – идеализация, обозначающая

- объективную и необходимую регулярность
  - правило сохранения изменяющихся объектов
  - компонент теории, предвосхищаемый принципами КМ
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель/ Научный закон

---

- Научные законы отвечают на вопрос, имеют ли место регулярности и носят ли они необходимый характер.
    - Представляют необходимо истинные обобщения
    - Объясняются теориями; выражаются в форме уравнений, величинами которых выступают измеряемые параметры
    - *Открываются*, так как их референты существуют реально; сохраняются в течение развития всей науки
  
  - **Закон:** Всякий человек, укушенный комаром вида *Anopheles*, заболевает тропической малярией.
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель/Научная теория

---

- **Научная теория** – дедуктивно упорядоченное, возможно, гипотетическое знание
    - О законах и причинах регулярностей
    - Объясняющее и предсказывающее факты и законы
    - Помогающее понять исследуемую реальность
  - **Функции теории**
    - Научная теория – модель,
      - обозначающая причины (каузальный механизм) наблюдаемой регулярности
      - объясняющая и предсказывающая факты
      - реализующая принципы КМ
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель/Научная теория

---

- **Объяснение факта** – доказательство, что *данный факт* является следствием теории
  - **Объяснение закона** – доказательство, что *данный закон* является следствием теории
  - **Предсказание факта** – доказательство, что из данной теории следует факт, *который еще не наблюдался*
  - **Предсказание закона** – доказательство, что из данной теории следует регулярность, *которая еще не наблюдалась*
-



# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель/Научная теория

---

- Научные теории отвечают на вопрос, *почему* имеют место наблюдаемые регулярности (*объяснение*); и *что произойдет*, если они сохранятся в будущем (*предсказание*)
    - Обеспечивают каузальное объяснение законов и понимание реальности
    - Не сводятся полностью к составляющим их законам. Объяснительный и предсказательный потенциал теорий всегда превышает потенциал входящих в нее законов и фактов
    - *Изобретаются* (а не открываются) для объяснения, предсказания и понимания законов реальности
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель/Научная теория

---

□ **Теория = (Закон 1 U Закон 2 U Причина):**

**Закон 1.** Всякий, кто укушен комаром вида *Anopheles*, заражается паразитом вида *Plasmodium*

**Закон 2.** Всякий, кто заражен паразитом вида *Plasmodium*, болеет тропической малярией

**Следствие (объясняемая регулярность).**  
Всякий, кто укушен комаром вида *Anopheles*, болеет тропической малярией

**Причина.** Паразит вида *Plasmodium*, а не «плохой воздух», как полагали ранее, - причина заболевания тропической малярией

---

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель/Принцип науки

---

□ **Научный принцип** – руководящая идея научного исследования (НИ). Вводится посредством философской рефлексии о природе реальности и о том, как она может быть познана. Объясняют, как именно устроена и работает природа. Модификация или опровержение принципов приводит к научным революциям, изменяющим взгляды на природу реальности и науки

□ **Функции научного принципа**

Научный принцип – предвосхищение, объяснение и предсказание

- универсума НИ
  - теории НИ
  - законов НИ
  - фактов НИ
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель

---

- **Принципы науки определяют общую методологию НИ:**
    - Универсум (онтологию) исследования – субстрат, пространство, время и механизм каузальности
    - Ограничения на то, что может считаться теоретическим объяснением (причиной землетрясения может быть только нечто материальное, а не бог)
    - Форму и содержание научного объяснения посредством норм и идеалов
    - Экспериментальные условия истинности теории; что может считаться измеряемой величиной и как она должна быть измерена
    - Базисные понятия теории или всей научной дисциплины
    - Эвристику НИ; класс допустимых проблем и задач, способов их решения
    - Границы эмпирического базиса: что именно должно считаться эмпирическим знанием
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель Демокрита

---

<b>Принципы</b>	(1) Ничто из ничего не возникает и не превращается в ничто; (2) Ничто материальное не делимо до бесконечности, а имеет предел, называемый атомом; (3) Свойства целого сводимы к свойствам его частей (атомов).
<b>Теория</b>	Движение – возникновение и уничтожение вещей представляет необходимое следствие соединения и разъединения атомов, движущихся в пустоте.
<b>Онтология</b>	Атомы и пустота.
<b>Каузальный механизм</b>	Соединение и разъединение атомов.
<b>Идеал объяснения</b>	Все виды движения объясняются на основании одного принципа – движения атомов.

---

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель Аристотеля

---

<b>Принципы</b>	<p>(1) Ничто из ничего не возникает и не превращается в ничто;</p> <p>(2) Противоположности не могут воздействовать друг на друга. Между ними всегда есть третье – их субстрат;</p> <p>(3) Движение (перемещение) непрерывно (вечно), носит круговой характер и имеет перводвигатель;</p> <p>(4) Причины изменения находятся в самих вещах.</p>
<b>Теория</b>	Движение – переход от существующего только в возможности к существующему также и в действительности.
<b>Онтология</b>	Материя и формы первичных сущностей.
<b>Каузальный механизм</b>	Приобретение формы – причина всякого движения.
<b>Идеал объяснения</b>	Силлогистическое доказательство, средняя посылка которого обозначает причину связи субъекта и предиката заключения.

---

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Когнитивная модель Галилея-Ньютона

---

<b>Принципы</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>(1) Ничто из ничего не возникает и не превращается в ничто</li><li>(2) Природа постоянна, непрерывна и бесконечна</li><li>(3) Изменение вещей есть следствие неизменяющейся материи</li><li>(4) Все физические явления сводимы к силам притяжения и отталкивания.</li></ul>
<b>Теория</b>	Состояние любой системы материальных тел полностью определяется их мгновенными положениями и скоростями.
<b>Онтология</b>	Атомы
<b>Каузальный механизм</b>	Прямой контакт одной материальной системы с другой.
<b>Идеал объяснения</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>(1) Объяснения требует только то, что изменяется и то, что можно количественно измерить.</li><li>(2) Объяснение – редукция неизвестного к известному посредством указания причины первого.</li></ul>

---

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Динамика научного знания

---

- Обосновать какое-либо утверждение в науке означает указать на объективный и проверяемый источник его достоверности
  - *Дилемма обоснования **Платона**: обоснование либо невозможно, либо если возможно, тривиально и избыточно.* Обоснование невозможно, потому что оно ведет или к регрессу, или к принятию необосновываемых начал. Если обоснование возможно, оно тривиально, потому что из лжи следует все, что угодно, включая истину; истина же не зависит от своих предпосылок. Значит, научное исследование бесполезно.
-



# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Динамика научного знания

---

- Единственное достоверное начало в науке - чувственно наглядный опыт (*эмпиризм*). Лучший метод обоснования – *индукция*
  - Единственным достоверным началом в науке может быть только разум (*рационализм*). Лучший метод обоснования – *дедукция*
  - Наука имеет два достоверных начала – опыт, дающий содержание, и разум, обеспечивающий форму; опыт случаен, разум универсален и необходим (**И. Кант**). Лучший метод обоснования – *синтез обоих начал*
  - Наука не имеет выделенных достоверных начал: в ней всё обосновывает всё. (сетевая модель науки, Л. Лаудан, р. – 1940 г.). *Допустимы любые методы.*
  - Наука – сама себя обосновывающая деятельность. Методы науки функционируют по принципу взаимной дополнительности и коррекции
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Динамика научного знания

---

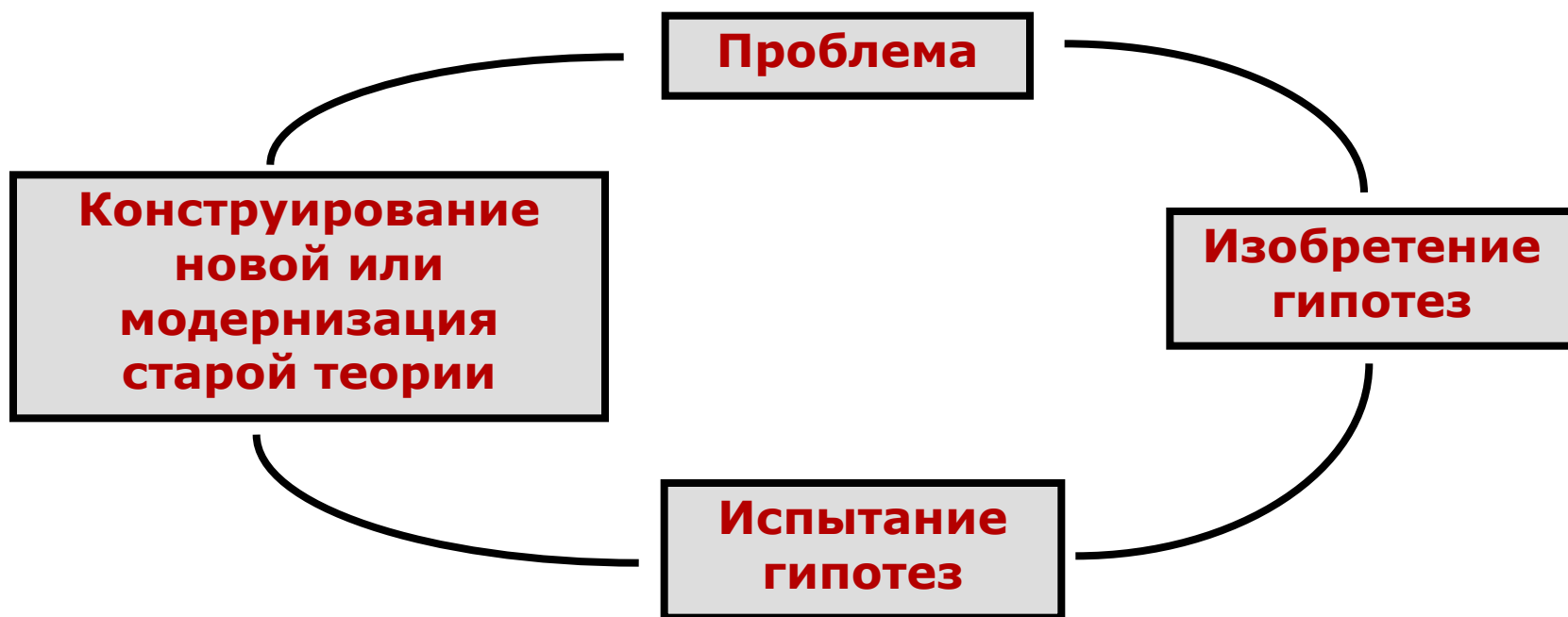
- **Эмпиризм не прав**, отрицая творческую роль разума («никакой логический путь не ведет от наблюдений к основным принципам теории», **Эйнштейн А. Физика и реальность**). Законы природы – ненаблюдаемые сущности.
  - **Рационализм не прав**, отрицая опыт как основу всякого знания о природе («теоретическая система практически однозначно определяется миром наблюдений» - **А. Эйнштейн. Физика и реальность**). Разум не дает критерия выбора теорий:  $x + x = 2x$  и  $x + x = x$  (по какому основанию выбирать, если и то, и другое верно?).
  - **И. Кант не прав**, предполагая, что рассудок – причина необходимости и универсальности научных законов. Природа – источник необходимости.
  - **Сетевая модель науки неверна**, потому что природа и тем самым факты – относительно независимый аргумент научного исследования. Наши знания приспособляются к природе, а не наоборот.
  - Научное исследование носит циклический и самокорректирующийся характер. Благодаря способности исправлять само себя научное знание постоянно обосновывает себя. Гипотетико-дедуктивная модель (ГДМ) – простейшая модель самокоррекции и самообоснования научного знания.
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

Динамика научного знания/ГДМ

---

*Цикл самокорректирующегося научного исследования*



# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Динамика научного знания/ГДМ

---

- Гипотетико-дедуктивная модель научного познания (ГДМ) – модель, объединяющая все методы науки в одну взаимозависимую и сама себя корректирующую «машину»



# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Динамика научного знания/ГДМ

---

### □ *А. Эйнштейн о необходимости ГДМ*

«Для применения своего метода теоретик в качестве фундамента нуждается в некоторых общих предположениях, так называемых принципах, исходя из которых он может вывести следствия. Его деятельность, таким образом, разбивается на два этапа. Во-первых, ему необходимо отыскать эти принципы, во-вторых — развивать вытекающие из этих принципов следствия. Для выполнения второй задачи он основательно вооружен еще со школы. Следовательно, если для некоторой области, т. е. совокупности взаимозависимостей, первая задача решена, то следствия не заставят себя ждать. Совершенно иного рода первая из названных задач, т. е. установление принципов, могущих служить основой для дедукции. Здесь не существует метода, который можно было бы выучить и систематически применять для достижения цели. Исследователь должен, скорее, выведать у природы четко формулируемые общие принципы, отражающие определенные общие черты совокупности множества экспериментально установленных фактов. Если такая

---

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Динамика научного знания/ГДМ

---

### □ ***А. Эйнштейн о необходимости ГДМ***

формулировка удалась, начинается развитие следствий, которые часто дают непредвиденные соотношения, ведущие далеко за пределы области фактов, из которых были получены принципы. Но до тех пор, пока принципы, могущие служить основой для дедукции, не найдены, отдельные опытные факты теоретику бесполезны; ибо он не в состоянии ничего предпринять с единичными эмпирически установленными общими закономерностями. Наоборот, он застывает в беспомощном состоянии перед единичными результатами эмпирического исследования до тех пор, пока не раскроются принципы, которые он сможет сделать основой для дедуктивных построений» - ***Эйнштейн А. Физика и реальность***

---

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Динамика научного знания/ГДМ

---

- **Абдукция** – изобретение гипотезы, дающей лучшее (наиболее правдоподобное) объяснение
  - **Дедукция** – вывод необходимых и наблюдаемых следствий
  - **Индукция** – подтверждение или опровержение гипотезы посредством экспериментальной проверки выведенных из нее необходимых следствий
  - Если следствие верифицируется, проверяемая гипотеза подтверждается и принимается в качестве новой теории или новой части старой теории
  - Если следствие фальсифицируется, гипотеза опровергается и либо модифицируется, либо отбрасывается; в последнем случае изобретается новая гипотеза
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Динамика научного знания/ГДМ

---

- **Аномальный факт:** «Глухие индюшки совершенно нормально высидывали птенцов, как и до того их социальное и половое поведение вполне отвечали норме. Но когда стали появляться на свет их индюшата, оказалось, что материнское поведение подопытных животных нарушено самым драматическим образом: все глухие индюшки тотчас забивали насмерть своих цыплят, как только те появлялись из своих яиц!» (Лоренц К. Агрессия)
  - **Теория:** «Если не предполагать, что у индюшки повреждено что-то еще, кроме слуха, то такое поведение можно объяснить одним: у нее нет ни малейшей врожденной информации о том, как должны выглядеть ее малыши. Она клюет все, что движется около ее гнезда, если оно не настолько велико, чтобы реакция бегства у нее пересилила агрессию. Только писк индюшонка — и ничто больше — посредством врожденного механизма включает материнское поведение, одновременно затормаживая агрессию»
  - **Предсказание:** «Если к индюшке, сидящей на гнезде, подтягивать на нитке, как марионетку, натурально сделанное чучело индюшонка, то она клюет его точно так же, как и глухая. Но стоит включить встроенный в эту куклу маленький динамик, из которого раздается магнитофонная запись “плача” индюшонка, нападение резко обрывается вмешательством торможения, явно очень сильного ... Индюшка начинает издавать типичные призывные звуки, соответствующие квохтанью домашних кур»
  - **Так как предсказание подтвердилось, подтверждение получила и теория Лоренца. Аномальный факт получил объяснение.**
-



# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Динамика научного знания/Прогресс

---

- Наука – многофакторное предприятие: социальный институт, исследователи, научные исследования, научные методы, научное знание. Понятие прогресса связано с каждым из перечисленных факторов
  - Прогресс в науке может быть
    - Экономическим (увеличение финансирования)
    - Профессиональным (повышение уровня мастерства исследователей)
    - Когнитивным (изобретение более фундаментальных теорий)
    - Методологическим (появление более эффективных методов исследования)
  - Не существует единого критерия научного прогресса.
  - Научный прогресс обсуждается преимущественно как прогресс научного знания
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Динамика научного знания/Прогресс

---

- **Прогресс научного знания возможен, ибо это процесс**
    - Изобретения все более универсальных теорий, каждая последующая из которых включает все предшествующие в качестве своей неизменной части (теория «Все вещества при нагревании расширяются» обобщает теорию «Все металлы при нагревании расширяются» и поэтому более прогрессивна). Критерий прогресса – логическая выводимость. **Развитие науки кумулятивно и направлено к абсолютной истине**
    - Последовательной смены принципиально ложных теорий, каждая из которых отличается от всех предшествующих большим истинным содержанием, большей информативностью и большим числом решаемых проблем (**Поппер К.**) **Развитие науки не кумулятивно и не имеет направления**
  - **Прогресс научного знания невозможен, так как**
    - Все теории несоизмеримы, их сравнение друг с другом невозможно из-за отсутствия нейтрального языка наблюдения. Конвергенция к истине в науке, как и в искусстве, невозможна (**Кун Т.**) **Развитие науки не кумулятивно и не имеет направления**
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Динамика научного знания/Прогресс

---

- Хотя научное знание в целом развивается прогрессивно, этого нельзя утверждать о его отдельных элементах: не только ученые, но и все научное сообщество часто ошибается в своих суждениях и оценках
- **Прогресс научного знания** – непрерывный, но неравномерный, нелинейный процесс обобщения, критики, исправления ранее допущенных ошибок и «уплотнения» научных знаний

«Вы не можете рассчитывать на то, что будете приближаться к истине небольшими порциями, шаг за шагом; в некотором месте вам придется прыгнуть, придется отбросить старые понятия и подыскать что-нибудь новое» - **Гейзенберг В., немецкий физик-теоретик (1901-1976) «Теория, критика и философия»**

---

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Динамика научного знания/Прогресс

---

### □ *Необходимые признаки прогрессивного шага в научном знании*

- Новая теория логически обобщает все предшествующие, включая и конкурирующие между собой теории
  - Новая теория исправляет и упрощает ранее достигнутый синтез фактов
  - Новая теория менее вероятна (более информативна), чем все предшествующие, и одновременно имеет бóльшую область подтверждения, чем ее предшественницы
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Динамика научного знания/Революция

---

- Научная революция – это переход к новой парадигме (когнитивной модели) научного знания как более успешной. «Под парадигмами я подразумеваю признанные всеми научные достижения, которые в течение определенного времени дают модель постановки проблем и их решений научному сообществу» - Кун Т. Структура научных революций
- Примеры парадигм: «Физика» Аристотеля, «Принципы» и «Оптика» И.Ньютона, «Электричество» Б. Франклина «Химия» А.-Л. Лавуазье, «Геология» Ч. Лайеля, «Основы химии» Д. И. Менделеева, «Происхождение видов» Ч. Дарвина
- Научная революция отделяет одну нормальную стадию науки от другой

Работы Ньютона до конца XIX в. служили «программой всех теоретических исследований в физике. Все физические явления сводились к массам, подчиняющимся законам движения Ньютона. Следовало только расширить закон силы, приспособив его к кругу рассматриваемых явлений» (**Кун Т. Структура научных революций**)

---

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

Динамика научного знания/ Нормальная наука

---

## □ *Нормальная наука и ее законы*

- Нормальная наука – стадия развития науки, в которой доминирует только одна парадигма
  - Все явления, не предсказываемые парадигмой, не принимаются во внимание; исследуется только то, что парадигма заведомо предполагает существующим
  - Проблемы, предсказываемые парадигмой, считаются принципиально разрешимыми и значимыми
  - Новые теории, несовместимые с парадигмой, не разрабатываются, а их авторы игнорируются
  - Научные исследования посвящаются исключительно согласованию и уточнению положений и следствий парадигмы, т.е. «наведению в ней порядка»
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

Динамика научного знания/ Революционная наука

---

## □ *Революционная наука и её законы*

- Кризис науки – растущие сомнения исследователей в способности парадигмы успешно объяснить аномалии
- Революционная наука – радикальный результат разрешения кризиса науки – формирование новой парадигмы

«Увеличение конкурирующих вариантов, готовность опробовать что-либо ещё, выражение явного недовольства, обращение за помощью к философии и обсуждение фундаментальных положений — все это симптомы перехода от нормального исследования к экстраординарному» (**Кун Т. Структура научных революций**)

---

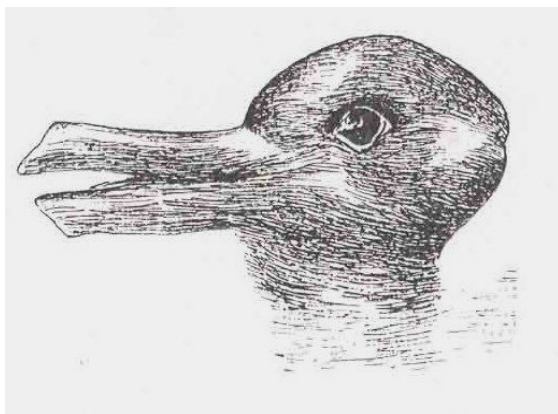
# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

Динамика научного знания / Революционная наука

---

## □ *Революционная наука и её законы (продолжение)*

- Новая парадигма принципиально несовместима со старой



Т. Кун предложил рассматривать оптическую иллюзию «кролик—утка» в качестве примера несовместимости парадигм. «То, что казалось учёному уткой до революции, после революции оказывалось кроликом»

Динамика Эйнштейна и динамика Ньютона «совершенно несовместимы в том же смысле, в каком была показана несовместимость астрономии Коперника и Птолемея: теория Эйнштейна может быть принята только в случае признания того, что теория Ньютона ошибочна» **(Кун Т. Структура научных революций)**

---



# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Динамика научного знания/ Революционная наука

---

### □ **Революционная наука и ее законы (продолжение)**

- Новая парадигма изменяет значение базисных понятий старой парадигмы, меняет взгляд на исследуемую реальность, ставит новые проблемы, предлагает новые методы их решения

- «Решение отказаться от парадигмы всегда одновременно есть решение принять другую парадигму, а приговор, приводящий к такому решению, включает как сопоставление обеих парадигм с природой, так и сравнение парадигм друг с другом» (Кун Т. Структура научных революций)

- Новая парадигма превращается в доминирующую постепенно, а в некоторых случаях незаметно

«Новая научная истина не достигает триумфа путём убеждения своих оппонентов и их просветления, но это, скорее, происходит оттого, что её оппоненты в конце концов умирают и вырастает новое поколение, с ней незнакомое» - **Кун Т.**

**Структура научных революций**

---

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

Динамика научного знания/ Революционная наука

---

## □ Примеры смен парадигм (научных революций) в науке

- Физики Аристотеля (384-322 до н.э) физикой И. Ньютона (1643-1727)
  - Космологии К. Птолемея (II в.) космологией Н. Коперника (1473-1543)
  - Физики И. Ньютона физикой А. Эйнштейна
  - Креационизма теориями Ч. Лайеля (1797-1875) и Ч. Дарвина (1809-1882) о геологической эволюции Земли и естественном отборе
  - Теории флогистона теорией химических реакций А. Лавуазье (1743-1794)
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Проблема обоснования математики

---

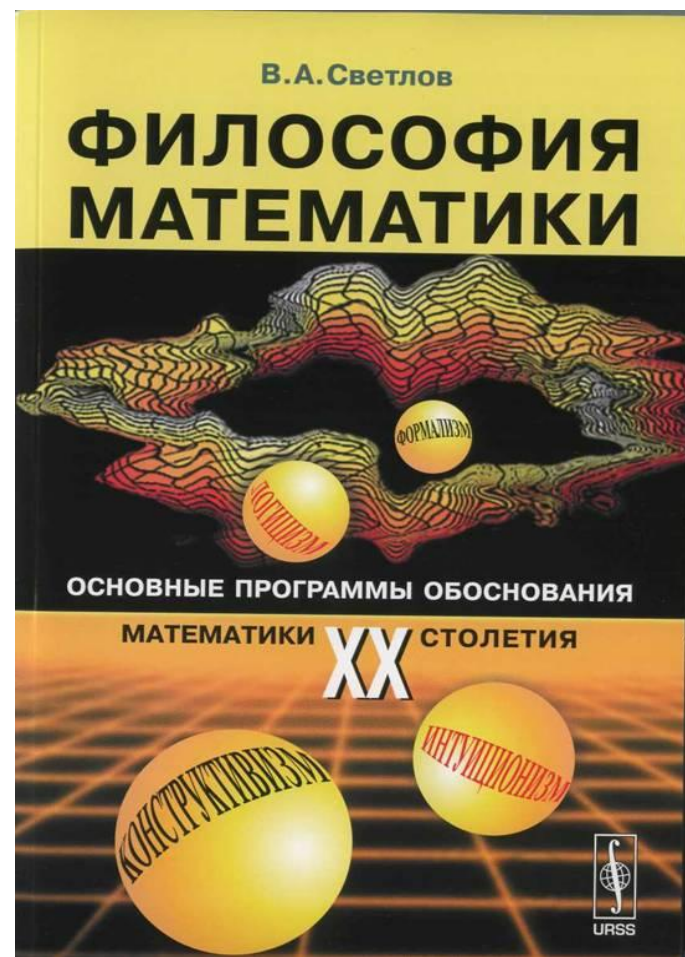
- ❑ В студенческой столовой в среднем на три стакана чая продаются две булочки. Составьте пропорцию таким образом, чтобы количество стаканов чая и булочек находилось во взаимно однозначном соответствии
  - ❑ Перед Вами три закрытых двери - №1, №2 и №3, за одной из которых находится ценный выигрыш (автомобиль); за остальными двумя ничего нет. Ведущий предлагает Вам указать на дверь с предполагаемым выигрышем. Допустим, Вы выбираете дверь №1. Но прежде чем открыть ее, он открывает, скажем, дверь №3, демонстрируя, что за ней ничего нет, и предлагает Вам изменить выбор на дверь №2. Вопрос: увеличатся ли Ваши шансы выиграть автомобиль, если Вы последуете совету ведущего?
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Проблема обоснования математики

- Рекомендуемая литература:

Светлов В. А. Философия математики. Основные программы обоснования математики XX столетия М., URSS, 2006. 2009. 204 с.



# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Содержание «Философии математики»

---

Предисловие

Введение

1. Проблема обоснования математики.
  2. Кризис математики в начале XX века.
  3. Логицизм. Математика как создание логически очевидных конструкций.
  4. Интуитивизм и конструктивизм. Математика как создание интуитивно и алгоритмически очевидных конструкций.
  5. Формализм. Математика как создание формально непротиворечивых конструкций.
- Приложение 1. Символическая логика (основные допущения и определения)
- Приложение 2. Парадокс лжеца

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Проблема обоснования математики

---

- ❑ Основной принцип научного исследования - ни одно высказывание, ни одна теория не принимаются научным сообществом без достаточных оснований
  - ❑ Математика отличается от всех других наук тем, что ее утверждения не просто (возможно или ассерторически) истинны, а **необходимо** истинны. В чем причина необходимости математических утверждений? Что служит достаточным основанием их принятия?
  - ❑ **Ответы на эти вопросы образуют содержание проблемы обоснования математики**
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Проблема обоснования математики

---

- ❑ **Проблема обоснования:** несмотря на то, что математические истины необходимо истинны, *ничто вне или внутри самой математики не доказывает и не объясняет необходимый характер ее заключений*
  - ❑ Положение дел усугубляется тем, что
    - Математические объекты (числа, множества, функции) не являются реально и независимо существующими сущностями, как предполагал Платон
    - Математические истины не являются тавтологиями, как предполагали Р. Декарт и Г. Лейбниц, и тем самым самоочевидными
    - Необходимость вообще может следовать только из необходимости
  - ❑ **Возможно ли в таком случае обоснование необходимой истинности математических суждений?**
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Проблема обоснования математики

---

### □ Основные решения проблемы обоснования математики

- Логицизм – программа Лейбница-Фреге-Рассела и Уайтхеда
- Интуиционизм и конструктивизм – программы Брауэра и Маркова
- Формализм – программа Гильберта

Общим для всех решений является убеждение в том, что любую теорему математики можно свести к теореме о свойствах натуральных чисел. Тем самым обоснование математики – следствие обоснования непротиворечивости арифметики натуральных чисел

---



# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Логицизм

---

- Понятия и теоремы математики определяются в терминах натуральных чисел
- Все теоремы о натуральных числах определяются в терминах понятий логики
- Натуральный ряд чисел существует вместе со всеми своими числами – *допущение актуальной бесконечности*
- Все теоремы математики выводятся из логических аксиом (как аналитические истины, или тавтологии, об актуально бесконечном ряде натуральных чисел)

«Надеюсь, в данном сочинении я сделал правдоподобным то, что арифметические законы являются аналитическими, а, следовательно, априорными суждениями. Сообразно этому, арифметика есть лишь дальнейшее развитие логики, а каждое арифметическое предложение есть логический закон, хотя и производный»

**Г. Фреге (1848-1925).**  
**Основоположения**  
**арифметики**

---

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Логицизм

---

- **Логицистское определение натурального числа**  
Натуральное число не является
    - Физическим объектом [т.к. последним могут соответствовать одновременно разные числа: четыре ботинка, две пары ботинок]
    - Свойством физических вещей [число «тысяча листьев» не является свойством ни отдельного листа, ни листы в целом]
  - **Натуральное число – логическая абстракция (второго уровня)**  
«Числом понятия  $F$  называется объем понятия “равночисленно понятию  $F$ ”, т. е. класс всех понятий, которые можно поставить во взаимнооднозначное соответствие с  $F$  (класс всех эквивалентных классов, образующих объем понятия  $F$ )» - **Г. Фреге**  
**Основоположения арифметики**
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Логицизм

---

Число 0 = число понятия  $F$  = *быть не равным самому себе*  
= число понятия  $F$ , объем которого содержит 0  $F$ 's  
= не существует ни одного объекта, выполняющего понятие  $F$

Число 1 = число понятия  $F$  = *быть равным 0*  
= число понятия  $F$ , объем которого содержит точно 1  $F$   
= существует объект  $x$ , выполняющий понятие  $F$ , и для всякого другого объекта  $y$ , выполняющего  $F$ , истинно:  $x = y$

Число 2 = число понятия  $F$  = *быть равным 0 или 1*  
= число понятия  $F$ , объем которого содержит точно 2  $F$ 's  
= существуют два различных объекта  $x$  и  $y$ ,  $x \neq y$ , выполняющих понятие  $F$ , и для любого третьего объекта  $z$ , выполняющего  $F$ , истинно: либо  $z = x$ , либо  $z = y$

-----  
Число  $n$  = число понятия  $F$  = *быть равным 0 или 1 ... или  $n$* .  
= число понятия  $F$ , объем которого содержит точно  $n$   $F$ 's.  
= существуют  $n$  различных объектов  $x, y, \dots, n$ , выполняющих понятие  $F$ ,  $x \neq y, x \neq z, \dots, y \neq z, \dots$  и для всякого  $(n + 1)$ -го объекта  $w$ , выполняющего  $F$ , истинно либо  $w = x$ , либо  $w = y, \dots$ , либо  $w = n$

---

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Логицизм

---

### ❑ Трудности логицизма

- Аксиома, сводящая теорию множеств к логике [объемы понятий  $F$  и  $G$ , равны друг другу тогда и только тогда, когда эти понятия тождественны], сомнительна в следующей части: *неверно, что числовое равенство классов влечет равенство подчиненных им объектов. Для непустых множеств число классов всегда больше, чем число элементов [ $2^n > n$ ]*
- **Парадокс Б. Рассела:** Допустим, существует класс, включающий все, что существует. Тогда он должен включать и самого себя, так как представляет один из существующих объектов универсума. Но нормальный класс не является членом самого себя. Например, класс всех людей не является человеком. Если теперь образовать класс всех нормальных классов, то возникает вопрос: является ли он нормальным классом. При допущении, что он – нормальный класс, следует, что он – ненормальный класс. При допущении, что он – ненормальный класс, следует, что он – нормальный класс. Так как оба предположения ведут к противоречию, то понятие класса всех нормальных классов логически противоречиво и, следовательно, бессмысленно

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## ЛОГИЦИЗМ

---

«Уже полтора года, как я познакомился с Вашими 'Основными законами арифметики'... Я обнаружил, что полностью согласен с Вами во всех главных вопросах... Только в одном пункте я встретился с трудностью. Вы утверждаете (с. 17), что функция может быть неопределенным (относящимся к произвольным объектам. – В. С.) элементом. Я тоже раньше так думал, но сейчас этот взгляд вызывает у меня сомнение из-за следующего противоречия. Пусть  $w$  есть предикат «быть предикатом, который не приложим к самому себе». Приложим ли предикат  $w$  к самому себе? Из любого ответа на этот вопрос вытекает его противоположность. Поэтому мы должны заключить, что  $w$  не есть предикат. Точно так же не существует класса (как целостного образования) тех классов, которые – как целостные образования – не содержат самих себя. Отсюда я заключаю, что при определенных условиях понятию класса не соответствует чего-либо целостного».

***Из письма Б. Рассела Г. Фреге (1902)***

«Ваше открытие противоречия ввергло меня в сильнейший шок, близкий к полному смятению, потому что оно пошатнуло базис, на котором я намеревался построить арифметику... Я должен поразмышлять над этой темой дальше. Все оказалось гораздо серьезнее, поскольку с потерей аксиомы V не только основания моей арифметики, но и единственно возможные основания арифметики, по всей видимости, рушатся... В любом случае Ваше открытие чрезвычайно ценно и, возможно, приведет к значительному прогрессу в логике, каким бы нежелательным оно ни казалось на первый взгляд» ***Из ответного письма Г. Фреге Б. Расселу (1902)***

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Логицизм/Оценка

---

- ❑ Несмотря на отдельные технические трудности логицистам удалось свести математику к логике, но им не удалось доказать аналитический характер математики
    - В логике истинен закон дистрибутивности:  
 $a \vee (b \ \& \ c) \equiv (a \vee b) \ (a \vee c)$ , который не действителен в арифметике:  $3 + (2 \times 4) \neq (3 + 2) \times (3 + 4)$
    - Аксиомы Пеано определяют не только натуральные числа, но и многие другие нелогические объекты
  
  - ❑ Значительным, хотя и побочным, результатом развития программы логицизма стало создание современной символической логики (логики высказываний и предикатов)
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Интуиционизм & конструктивизм

---

- Натуральные числа – фундамент всей математики
- Натуральные числа – ментальные конструкции, непосредственно схватываемые разумом и интуитивно очевидные для него
- Математика не зависит от опыта, логики и языка результатов интуиции
- Математика – свободное творение ума, основанное на интуиции времени и абстракции потенциальной бесконечности
- Классическая логика с законом исключенного третьего и доказательством от противного более не действительны

Математика – свободное творчество, независимое от опыта; она создается из единственной априорной интуиции [времени – В. С.], которую можно назвать “постоянством в изменении”, или “единством в множественности”.

**Л. Э. Я. Брауэр. Об обоснованиях математики**

---

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Интуиционизм & конструктивизм

---

- ❑ **Возникли в качестве альтернативы логицизму и формализму**
  - Отрицают приоритет логики и языка в математике: не математика – часть логики, а наоборот, логика – часть математики; язык необходим только для формулировки математических суждений, последние не зависят от используемого языка
  - Отрицают правомерность актуальной бесконечности и закона исключенного третьего
  - Признают интуицию времени (интуиционисты) или абстракцию потенциальной осуществимости (конструктивисты) в качестве основания математики



# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Интуиционизм & конструктивизм

- **Первый акт интуиционизма** требует «полного отделения математики от математического языка и, следовательно, от феномена языка как такового, что характерно для теоретической логики, осознания того, что интуиционистская математика в своей основе – независимая от языка деятельность ума, берущая свое начало в восприятии движения времени. Это восприятие времени можно описать как раздвоение жизненного момента на две качественно различные части, одна из которых открывает путь другой, но сохраняется только в памяти. Если рожденную таким образом двоичность лишить качества, она превратится в пустую форму общего субстрата для всех двоичностей [т. е. превратится в правило перехода от числа  $n$  к числу  $n + 1$ . – В. С.]. И именно этот общий субстрат, эта общая форма, представляет базисную интуицию математики» - ***Brouwer's Cambridge Lectures on Intuitionism***

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Интуиционизм & конструктивизм

---

### Переживаемый жизненный момент (поток становления)

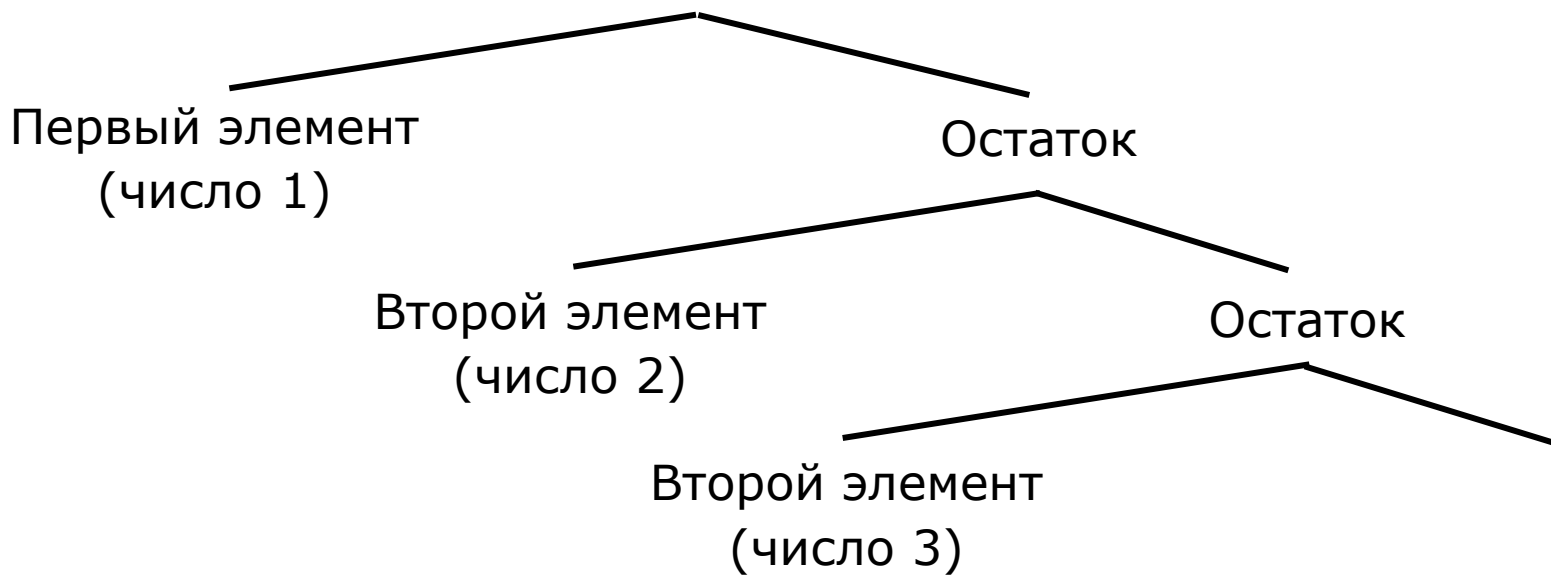


Схема порождения ряда натуральных чисел на основе интуиции времени

---

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Интуиционизм & конструктивизм

- Сущность интуиции времени состоит в обосновании ряда натуральных чисел как потенциально становящейся бесконечной последовательности чисел, строго следующих одно за другим, но не имеющей последнего члена (как в случае актуальной бесконечности)

Ряд натуральных чисел «можно получить из двуединства, исходя первоначально из нераздельного, затем расчленяя его на один элемент (единицу), остающийся и в дальнейшем единицей, и некоторый неразделенный остаток, потом снова расчленяя остаток на один элемент (2) и некоторый неразделенный остаток, и т. д. ... Здесь подлежит делению на две части не всякая часть, а только последний оставшийся на данной стадии процесса деления неразделенный остаток» - **Вейль Г. О философии математики**

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Интуиционизм & конструктивизм

- Интуиция Брауэра – идея потенциальной бесконечности натурального ряда чисел. Она обеспечивает априорное обоснование закона математической индукции и доказывает конструктивный характер математического знания
- Согласно этой интуиции **знать** какой-либо объект (знать, что он существует) **означает знать, как его построить**

«Эта интуиция, будучи базисной интуицией математики, создает не только числа один и два, но также все конечные порядковые числа, поскольку один из ее элементов можно мыслить как новое два в одном, причем этот процесс может повторяться неопределенно долго... Наконец, эта базисная интуиция, объединяющая вместе связанное и отдельное, непрерывное и дискретное, порождает интуицию линейного континуума, т. е. отношения 'между', которое нельзя исчерпать введением новых единиц и которое по этой причине никогда не может рассматриваться как простая совокупность единиц» - **L. E. J. Brouwer. Intuitionism and Formalism**

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Интуиционизм & конструктивизм

- **Второй акт интуиционизм** требует считать законными только «два способа создания новых математических объектов: во-первых, в форме более или менее свободного порождения бесконечных последовательностей математических объектов из созданных ранее (так что для десятичных дробей, не имеющих ни одного точного значения, нет никакой гарантии, что эти значения когда-либо будут установлены); во-вторых, в форме математических обобщений, т. е. свойств, которыми, по предположению, обладают ранее построенные математические объекты и удовлетворяющих также условию, что если они выполняются для некоторого объекта, они также выполняются для всех 'равных' ему объектов» - ***Brouwer's Cambridge Lectures on Intuitionism***

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Интуиционизм & конструктивизм

---

### □ Главные следствия интуиционистской интерпретации математики

- Натуральные числа – идеальные сущности, не имеющие независимого от ума существования
- Натуральное число - математический объект, сущность которого определяется местом, занимаемым в числовой последовательности
- Последовательность натуральных чисел – свободно становящаяся последовательность, каждый член которой может быть задан без знания общего закона порождения чисел
- Принцип математической индукции – единственный нелогический принцип порождения натуральных чисел<sup>1</sup>. «Охраняет математику от опасности превратиться в чудовищную тавтологию и придает ее положениям синтетический, а не аналитический характер» [Г. Вейль]
- Закон исключенного третьего и доказательство от противного для бесконечных множеств (последовательностей) не действительны

---

<sup>1</sup> Если доказано «Если  $A_n$ , то  $A_{n+1}$ » и верно  $A_1$ , то доказано, что свойство  $A$  верно для всего ряда натуральных чисел  $N$ .

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Интуиционизм & конструктивизм

---

### □ Отличия интуиционистской логики от классической

- Значение предложения определяется условиями не его истинности, а доказуемости: конъюнкция ( $A \& B$ ) доказуема iff доказуемы как  $A$ , так и  $B$ ; дизъюнкция ( $A \vee B$ ) доказуема iff доказуемо  $A$  или  $B$ ; импликация ( $A \supset B$ ) доказуема iff существует доказательство, которое будучи примененным к доказательству  $A$ , позволяет доказать  $B$ ; отрицание  $\neg A$  доказуемо iff существует доказательство, что не существует доказательства  $A$

- Недоказуемы теоремы вида  $(A \vee \neg A)$  для *бесконечных последовательностей объектов* по той причине, что невозможен их исчерпывающий перебор и, следовательно, невозможно как доказательство, что существует объект, выполняющий свойство  $A$ , так и доказательство, что такое доказательство невозможно

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Интуиционизм & конструктивизм

---

### □ **Конструктивизм**

Представляет ветвь интуиционистской математики, которая исследует конструктивные объекты алгоритмическими методами

- Конструктивный объект (натуральное число) – результат осуществления конструктивного процесса. Пример - построение числа 5 посредством ряда вертикальных черточек

|||| или  $a|$ , где  $a = 4$

путем изображения одной такой черточки, приписывания к ней справа ее копии – другой черточки, приписывания к полученным черточкам еще одной черточки, затем еще одной черточки, затем еще одной и еще одной

- Алфавит в конструктивной математике - любой конечный набор четко отличимых друг от друга графических символов (букв); слово – произвольная конечная цепочка букв этого алфавита, включая пустое слово (не содержащее ни одного знака и эквивалентное операции стирания знака)



# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Интуиционизм & конструктивизм

---

- **Абстракция потенциальной осуществимости – идейная основа теории алгоритмов.** «Осуществляя конструктивные процессы, мы часто наталкиваемся на препятствия, связанные с нехваткой времени, места и материала... *Тем не менее мы в дальнейшем не будем считаться с этими препятствиями в наших рассуждениях о конструктивных объектах. Мы будем рассуждать так, как если бы этих препятствий не существовало, т. е. как если бы в каждый момент в нашем распоряжении были и пространство, и время, и материал, потребные для осуществления очередного шага рассматриваемого конструктивного процесса. Поступая так, мы будем отвлекаться от ограниченности наших возможностей в пространстве, времени и материале. Это отвлечение принято называть абстракцией потенциальной осуществимости*» - **Марков А. А., Нагорный Н. М. Теория алгоритмов**

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Интуиционизм & конструктивизм

---

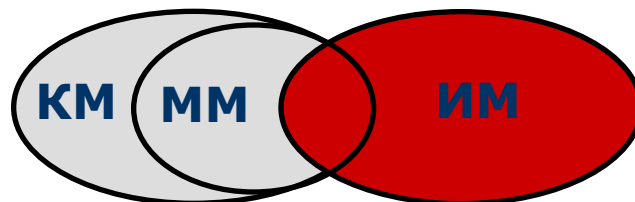
- **Алгоритм** – предписание, позволяющее стандартным образом преобразовывать слова некоторого алфавита. Всегда должен определять окончание своего применения, а при попытке неограниченного применения приводить к противоречию
- **Конструктивное направление в математике** - исследования, в которых
  - (1) в качестве объектов изучения фигурируют только конструктивные объекты, представляющие собой слова некоторого алфавита
  - (2) допускается абстракция потенциальной осуществимости и исключается применение абстракции актуальной бесконечности
  - (3) используется особая конструктивная логика и исключаются все доказательства, основанные на законе исключенного третьего
- **Главный результат теории алгоритмов:** не существует общего алгоритма, позволяющего определить для произвольного алгоритма и начального состояния, закончит ли он работу или будет продолжать выполняться бесконечно долго

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Интуиционизм & конструктивизм/Оценка

---

- ❑ Апелляция к интуиции и потенциальной осуществимости не привела интуиционистов и конструктивистов к анонсированному увеличению надежности оснований математики: степень сложности доказательств возросла
- ❑ Отказ от закона исключенного третьего для бесконечных множеств существенно обеднил математику. «Запрещение теорем существования и закона исключенного третьего равносильно отказу от математической науки» - *Д. Гильберт.*  
**Основания геометрии**
- ❑ Наибольшее влияние работы интуиционистов и конструктивистов оказали на исследования по теории вычислений
- ❑ Соотношение классической математики (КМ), конструктивной математики Маркова (ММ) и интуиционистской математики (ИМ)



# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Формализм

- Единственным критерием, обосновывающим всю математику, может быть только ее непротиворечивость
- Непротиворечивость математики может быть установлена только формально аксиоматически
- Доказательство непротиворечивости всей математики должно состоять из двух этапов. На первом формализуется базис математики – теория множеств, арифметика и анализ. На втором доказывается, что применение правил вывода к аксиомам построенной формальной системы никогда не сможет привести к противоречию вида  $1 \neq 1$

«С помощью этого нового обоснования математики, которое справедливо можно именовать теорией доказательства, я преследую важную цель: именно, я хотел бы окончательно разделаться с вопросами обоснования математики как таковыми, превратив каждое математическое высказывание в поддающуюся конкретному показу, строго выводимую формулу и тем самым приведя образование понятий и выводы, которыми пользуется математика, к такому изложению, при котором они были бы неопровержимы и все же давали бы картину всей науки» - **Д. Гильберт (1862-1943). Обоснования математики**

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Формализм (Программа Гильберта)

---

- В качестве программ обоснования математики неверны как логицизм, так и интуиционизм
    - Логика не предваряет математику, математические суждения не являются логически истинными
    - Интуиция слишком неопределенна в качестве базиса математических построений
    - Математика не может отказаться от понятия актуальной бесконечности и от закона исключенного третьего
    - Математика должна строиться с допущений существования конечных систем объектов и использовать содержательные, исключаящие суждения о бесконечности, рассуждения – *допущение финитности*
    - Финитная математика должна быть дополнена идеальными элементами (формулами), позволяющими доказывать общие правила:  $a + a = 2a$  вместо  $1 + 1 = 2, 2 + 2 = 4, \dots$
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Формализм (Программа Гильберта)

---

- «Основная мысль моей теории доказательства такова: все высказывания, которые составляют вместе математику, превращаются в формулы, так что сама математика превращается в совокупность формул. Эти формулы отличаются от формул математики только тем, что в них, кроме обычных знаков, встречаются также и логические знаки... Некоторые определенные формулы, которые служат фундаментом этого формального построения математики, называются аксиомами. Доказательство есть фигура, которая должна наглядно предстать перед нами; она состоит из выводов, делаемых согласно схеме [modus ponens], в которой каждая посылка ... каждый раз является либо аксиомой, либо получается из аксиомы путем подстановки, либо совпадает с полученной ранее из доказательства формулой, или получается из такой формулы с помощью подстановки. Формулу мы будем называть доказуемой, если она либо является аксиомой, либо конечной формулой некоторого доказательства» – **Д. Гильберт. Основания геометрии**
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Формализм (Программа Гильберта)

---

### □ **Пример построения формальной системы**

Алфавит системы: знак  $I$

$N$  – множество всех последовательностей, состоящих из знака  $I$

Аксиома 1.  $I$  – элемент  $N$

Аксиома 2. Если  $a$  – элемент  $N$ ,  $aI$  – также элемент  $N$

Аксиома 3. Никаких других элементов, кроме следующих из аксиом 1 и 2, не находится в рассматриваемой формальной системе (правило следования)

- Система непротиворечива iff в ней невыводимы последовательности знаков  $I$ , противоречащие друг другу или, что то же, в ней выводима *любая* последовательность знаков
  - Конечная цель: доказать непротиворечивость всей арифметики – модели доказательств непротиворечивости всех остальных разделов математики
  - Если арифметика противоречива, то в ней доказуема (выводима) *произвольная* формула. Существуют формулы, которые недоказуемы с помощью данных аксиом. Значит, арифметика непротиворечива.
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Формализм (Программа Гильберта)

---

### □ **Результаты К. Гёделя (1906-1978)**

- В 1931 году была опубликована статья 25-летнего австрийского математика Курта Гёделя «О неразрешимых высказываниях *Principia Mathematica* и родственных систем», которая до сих пор считается одной из самых выдающихся работ в области обоснования математики [Gödel K. On Formally Undecidable Propositions of *Principia Mathematica* and Related Systems // Collected Works. Vol. 1. Oxford. 1986]
  - Статья Гёделя содержит два результата. Сначала Гёдель доказывает, что любая формальная система типа *Principia Mathematica*, включающая арифметику, принципиально неполна. Это означает, что существуют истинные арифметические высказывания, которые тем не менее не выводимы из аксиом подобных систем.
  - Затем Гёдель обосновывает, что невозможно дать доказательство непротиворечивости системы, формализующей не только всю математику, но даже арифметику, если правила этого доказательства удовлетворяют требованию финитности. Откуда следует, что программа финитного доказательства непротиворечивости математики Гильберта принципиально невыполнима
-



# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Формализм (Программа Гильберта)

---

- **Основные шаги доказательств Гёделя (теорема о неполноте)**
    - Строится арифметическая формула  $G$ , кодирующая (метаарифметическое) высказывание «Формула  $G$  недоказуема»
    - Доказывается, что формула  $G$  доказуема тогда и только тогда, когда доказуемо ее логическое отрицание - формула  $\neg G$
    - Значит, либо арифметика противоречива, т.к. в ней доказуемы формулы  $G$  и  $\neg G$ , либо, если она непротиворечива, формула  $G$  неразрешима и арифметика неполна
    - Если арифметику расширить новыми аксиомами, позволяющими доказать формулу  $G$ , новая арифметика также окажется неполной (можно указать истинную, но не доказуемую формулу)
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Формализм (Программа Гильберта)

---

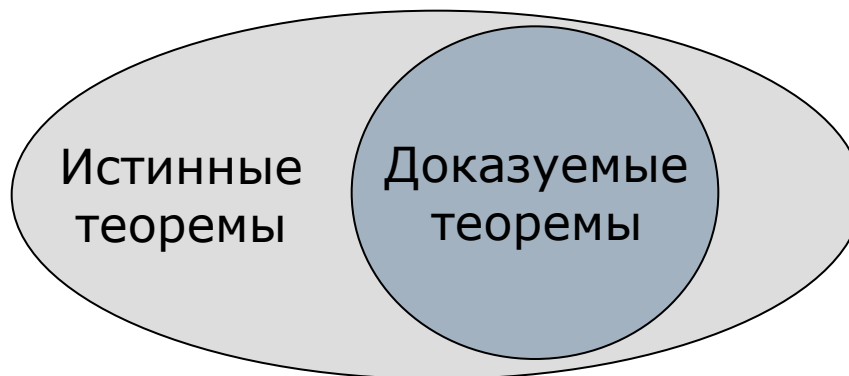
- **Основные шаги доказательств Гёделя (теорема о непротиворечивости арифметики)**
    - Строится арифметическая формула  $A$  «Арифметика непротиворечива»
    - Доказывается выводимость формулы  $A \supset G$
    - Допуская, что  $A$  истинна (арифметика действительно непротиворечива), следует, что формула  $A$  недоказуема. [Если бы  $A$  была доказуема, тогда из  $A$  и  $A \supset G$  следовало бы доказательство формул  $G$  и  $\neg G$ , что означало бы доказательство противоречивости арифметики]
    - Следовательно, непротиворечивость арифметики и систем, включающих ее, нельзя установить посредством рассуждения, представимого средствами самой арифметики
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Формализм/Оценка

---

- ❑ Формализм, как логицизм и интуиционизм, интересен не столько заявленными целями (обоснование всей математики, устранение парадоксов), ни одна из которых не была достигнута, сколько непосредственными и отдаленными последствиями своей реализации
- ❑ Главные из этих последствий – ограничительные результаты Гёделя. Для всех систем, включающих арифметику, множество *истинных* теорем заведомо больше множества *доказуемых* теорем:



# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Формализм/Оценка

---

- ❑ Следовательно, никакая система аксиом, включающих арифметику, не полна; никакое множество аксиом не способно формализовать все множество даже математических истин. Всегда можно сконструировать более полную систему аксиом. И этот процесс никогда не может быть завершен, по крайней мере, теоретически. Значит, допущение потенциальной бесконечности и конструктивности процесса математического познания более основательно, чем допущение актуальной бесконечности
  - ❑ Второе ограничение, с которым столкнулся формализм, касается природы математической истины. Ни одна математическая система, включающая арифметику, не может сама свидетельствовать о своей собственной истинности. Одной непротиворечивости недостаточно. Истина не является чисто когерентным отношением: обязательно должен существовать подтверждающий суждения обсуждаемой системы внешний по отношению к ней референт истины
-

# МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

## Формализм/Оценка

---

- Теорему о неполноте Гёделя дублирует теорема А. Тарского (1902-1983) о том, что множество всех истинных высказываний непротиворечивой формализованной системы, включающей элементарную арифметику, неопределимо в этой системе
  - В 1936 году А. Черч (1903-1995) доказал, что элементарная арифметика неразрешима. Значит, и всякая теория, включающая арифметику, также неразрешима. В более широком контексте существование неразрешимых теорий означает запрет «природы» на возможность конструирования универсального и абсолютно эффективного метода решения какого-либо одного класса задач. Но если такой метод невозможен для задач одного класса, то тем более он невозможен для задач произвольного класса. Запрет на существование абсолютного метода, как и вечного двигателя, должен внушать не пессимизм и тревогу, а обоснованный оптимизм в непрерывный прогресс математики до тех пор, пока существует человечество
-