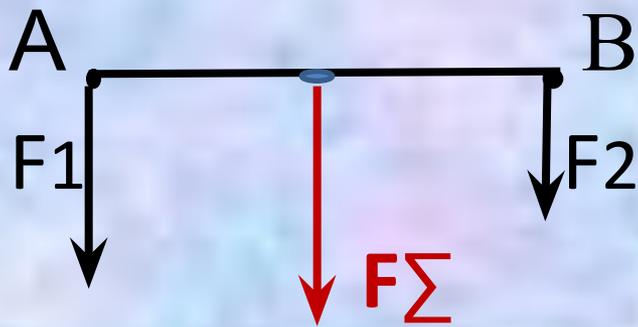


ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

Сложение двух параллельных сил



$$F_{\Sigma} = F_1 + F_2$$

$$\Sigma M_c(F_k) = 0$$

$$F_2 \cdot CB - F_1 \cdot AC = 0$$

или

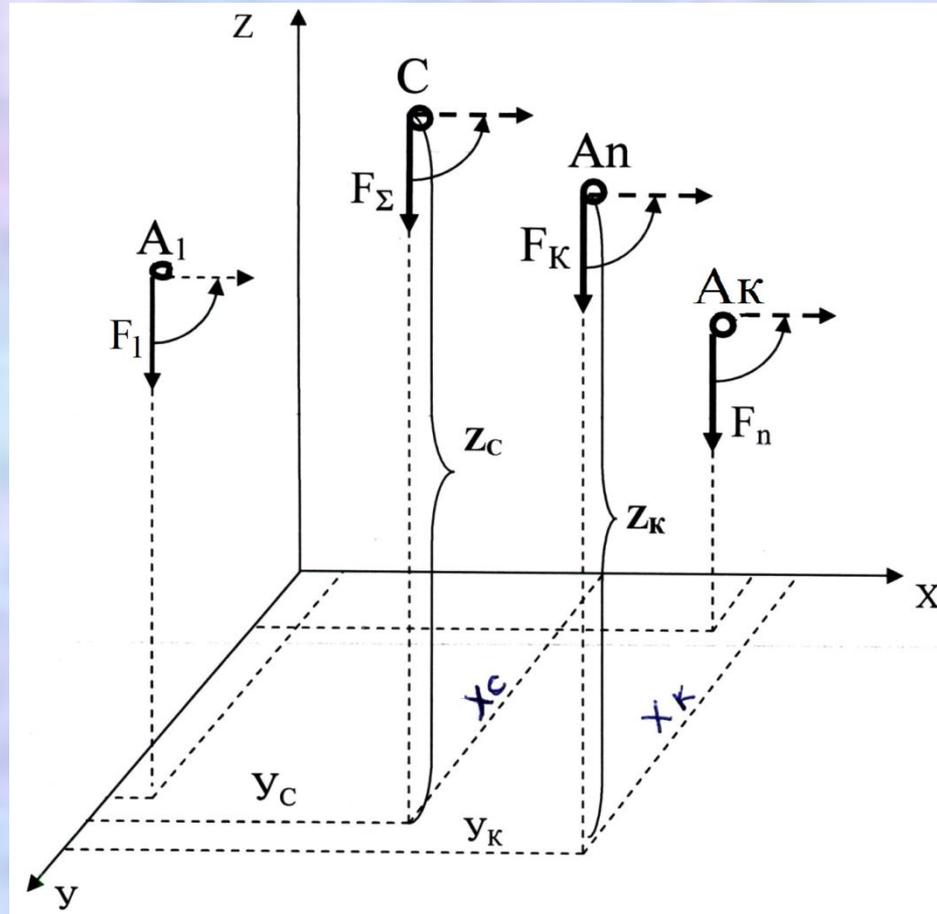
$$F_1 \cdot AC = F_2 \cdot CB, \text{ т.е. } F_1 / CB = F_2 / AC$$

Расстояние от линии действия двух параллельных сил до линии действия равнодействующей обратно пропорциональны этим силам

$$F_1 / CB = F_2 / AC = (F_1 + F_2) / (CB + AC)$$

$$CB + AC = AB \Rightarrow F_1 / CB = F_2 / AC = F_{\Sigma} / AB$$

Центр параллельных сил



Точка, через которую проходит линия действия равнодействующей системы параллельных сил, называется центром параллельных сил. (точка С).

Центр параллельных сил не меняет своего положения относительно точек приложения данных сил, если все силы, не нарушая их параллельности, повернуть на один и тот же угол.

Пусть на тело действует система параллельных сил $F_1, \dots, F_k, \dots, F_n$ с координатами

$A_1(x_1, y_1, z_1), A_k(x_k, y_k, z_k), A_n(x_n, y_n, z_n)$ тогда центр параллельных сил : $C(x_c, y_c, z_c)$.

F_Σ , приложенная в точке C , оказывает на тело такое же действие, как и вся система сил.

Значит по теореме Вариньона: $M_y(F_\Sigma) = \Sigma M_y(F_k)$

Моменты сил относительно оси y : $M_y(F_\Sigma) = F_\Sigma \cdot x_c$

$M_y(F_1) = F_1 \cdot x_1; M_y(F_k) = F_k \cdot x_k; M_y(F_n) = F_n \cdot x_n;$

Если $M_y(F_\Sigma) = \Sigma M_y(F_k)$, то $F_\Sigma \cdot x_c = \Sigma M_y(F_k) =$

$\Sigma F_k \cdot x_k$; где k принимается значение от 1 до n

Следовательно:

$$x_c = \frac{\sum F_k \cdot x_k}{F_\Sigma} \quad \text{ИЛИ}$$

$$x_c = \frac{\sum F_k \cdot x_k}{\sum k}$$

$$y_c = \frac{\sum F_k \cdot y_k}{\sum F_k}$$

$$z_c = \frac{\sum F_k \cdot z_k}{\sum F_k}$$

Формулы координат центра параллельных сил.

F_K – модуль параллельных сил;

x_K, y_K, z_K – координаты точек приложения сил;

Координату z_c найдем, повернув все силы на 90^0 так, чтобы они стали параллельны оси y .

Центр тяжести тела

Сила тяжести распределена по всему объему тела, т.к. на каждую точку тела действует сила притяжения, направленная к центру Земли.

Т.к. тела (даже длиной сотни метров) малы по сравнению с радиусом Земли, то можно считать систему сил тяжести G_K параллельной.

Центр параллельных сил тяжести G_K всех частей тела называется центром тяжести тела C .

Координаты центра тяжести тела найдем, если в формуле координат центра тяжести параллельных сил модули сил F_K заменим модулями сил тяжести

G_K

$$x_c = \frac{\sum G_K \cdot x_K}{\sum G_K}$$

$$y_c = \frac{\sum G_K \cdot y_K}{\sum G_K}$$

$$z_c = \frac{\sum G_K \cdot z_K}{\sum G_K}$$

Эти формулы используются для определения ц.т. неоднород-

Центр тяжести однородных тел определяется по формулам:

1) Тело имеет вид пространственной решетки из однородных тонких прутков:

$$x_c = \frac{\sum L_k \cdot x_k}{\sum L_k}$$

$$y_c = \frac{\sum L_k \cdot y_k}{\sum L_k}$$

$$z_c = \frac{\sum L_k \cdot z_k}{\sum L_k}$$

L_k – длина отдельного прутка;

x_k, y_k, z_k – координаты ц. т. отдельных прутков

2) Тело составленное из тонких однородных пластин одинаковой толщины

$$x_c = \frac{\sum A_k \cdot x_k}{\sum A_k}$$

$$y_c = \frac{\sum A_k \cdot y_k}{\sum A_k}$$

$$z_c = \frac{\sum A_k \cdot z_k}{\sum A_k}$$

A_k – площадь отдельных частей тела.

3) Для однородных тел, составленных из объемных частей

$$x_c = \frac{\sum V_k \cdot x_k}{\sum V_k}$$

$$y_c = \frac{\sum V_k \cdot y_k}{\sum V_k}$$

$$z_c = \frac{\sum V_k \cdot z_k}{\sum V_k}$$

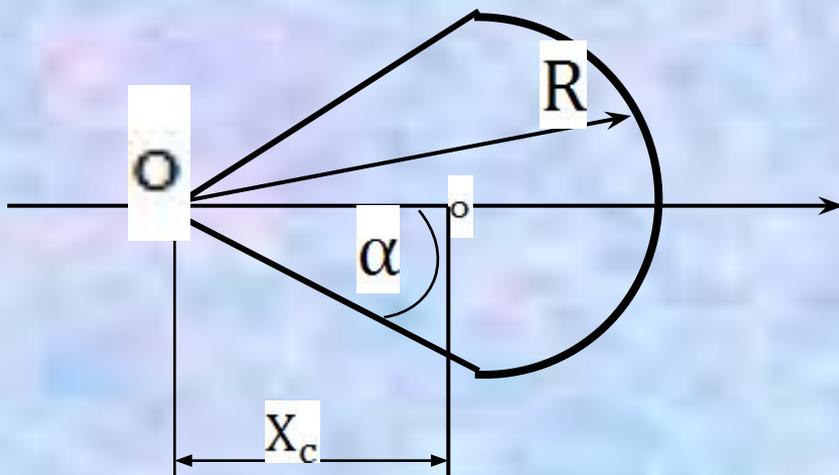
V_k – объем отдельных частей тела.

Определение координат центра тяжести

центра тяжести

Если однородное тело имеет плоскость; ось или центр симметрии, то центр тяжести этого тела лежит соответственно в плоскости на оси или в центре симметрии.

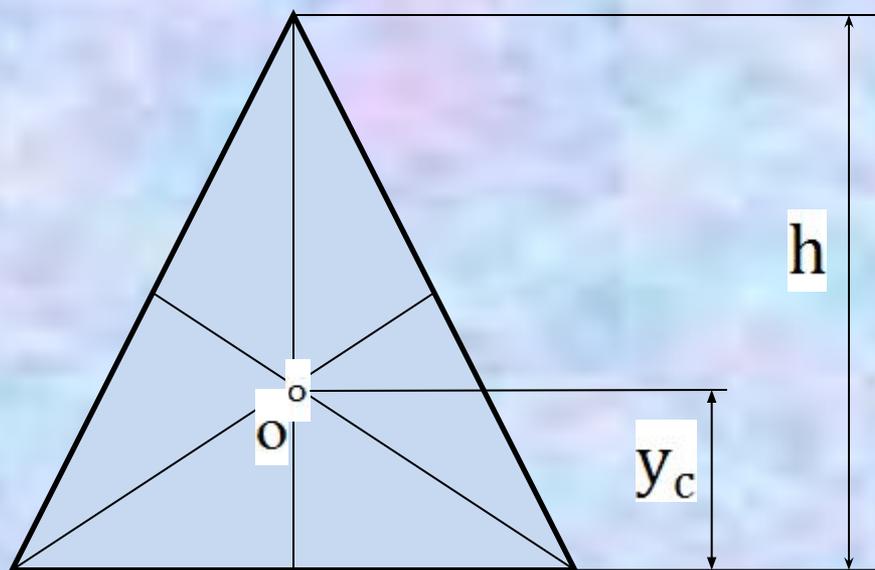
1. Центр тяжести кругового сектора радиусом R лежит:



$$X_c = \frac{2}{3} R \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

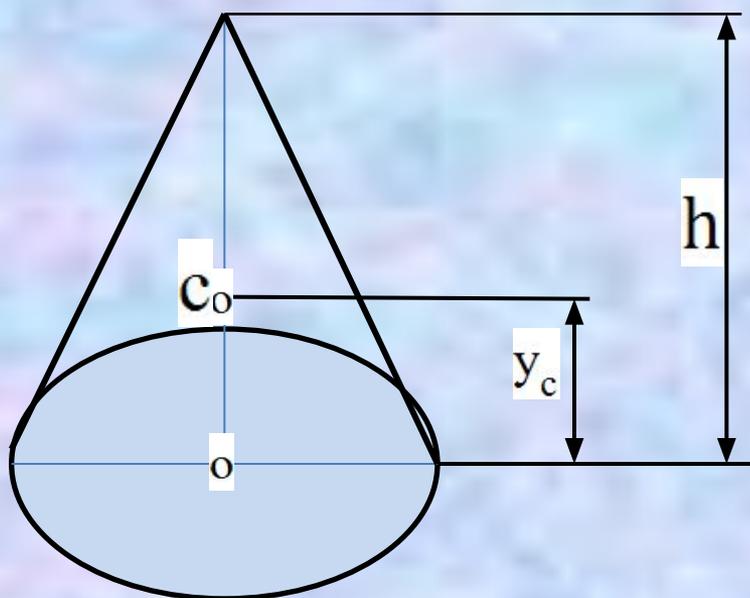
α - половина центрального угла

2. Центр тяжести треугольника лежит на пересечении его медиан на высоте:



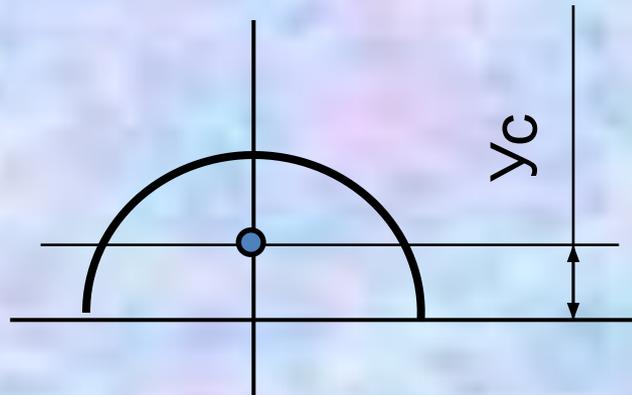
$$y_c = \frac{1}{3}h$$

3. Центр тяжести пирамиды или конуса лежит на отрезке, соединяющем вершину, фигуры с центром тяжести основания на расстоянии:



$$y_c = \frac{1}{4} h$$

Полукруг



$$y_c = \frac{4R}{3\pi}$$

Центр сложной фигуры легко определить, разбив её на простые составляющие.

Если фигура имеет отверстие, то площади вырезанных частей берутся со знаком (-)

