

08.04.2020

Классная работа

Свойства числовых неравенств

Строгие неравенства

$$a > b$$

$$a < b$$

Нестрогие неравенство

$$a \geq b$$

$$a \leq b$$

Строгие неравенства

$a > 0$ означает, что a – положительное число

$a < 0$ означает, что a – отрицательное число

$a > b$ означает, что $(a-b)$ – положительное число, т.е. $(a-b) > 0$

$a < b$ означает, что $(a-b)$ – отрицательное число, т.е. $(a-b) < 0$

Нестрогие неравенства

$a \geq 0$ означает, что a больше или равно нулю, т.е.

a – неотрицательное число, или что a не меньше нуля

$a \leq 0$ означает, что a меньше или равно нулю, т.е.

a – неположительное число, или что a не больше нуля

$a \geq b$ означает, что a больше или равно b , т.е.

$a-b$ – неотрицательное число, или что a не меньше b ;

$$a-b \geq 0$$

$a \leq b$ означает, что a меньше или равно b , т.е.

$a-b$ – неположительное число, или что a не больше b ;

$$a-b \leq 0$$

Свойства числовых неравенств

Свойства:

- 1) если $a > b$, $b > c$, то $a > c$
- 2) если $a > b$, то $a + c > b + c$
- 3) если $a > b$ и $m > 0$, то $am > bm$
- 4) если $a > b$ и $m < 0$, то $am < bm$
- 5) если $a > b$, то $-a < -b$

Например:

- 1) если $5 > 3$, $3 > -4$, то $5 > -4$
- 2) если $5 > 3$, то $5 + 2 > 3 + 2$
- 3) если $5 > 3$ и $10 > 0$, то $5 \cdot 10 > 3 \cdot 10$, т.е. $50 > 30$
- 4) если $5 > 3$ и $-2 < 0$, то $5 \cdot (-2) < 3 \cdot (-2)$, т.е. $-10 < -6$
- 5) если $5 > 3$, то $-5 < -3$

Свойства числовых неравенств

6) если $a > b$, $c > d$, то

$$a + c > b + d$$

7) если $a > b > 0$ и $c > d > 0$,

$$\text{то } ac > bd$$

8) если $a > b \geq 0$, $n \in \mathbb{N}$,

$$\text{то } a^n > b^n$$

9) если $a > b > 0$, то

$$1/a < 1/b$$

6) если $5 > 3$, $4 > 2$, то

$$5 + 4 > 3 + 2, \text{ т.е. } 9 > 5$$

7) если $5 > 3 > 0$ и $4 > 2 > 0$,

$$\text{то } 5 \cdot 4 > 3 \cdot 2, \text{ т.е. } 20 > 6$$

8) если $5 > 3 \geq 0$, $2 \in \mathbb{N}$,

$$\text{то } 5^2 > 3^2, \text{ т.е. } 25 > 9$$

9) если $5 > 3 > 0$, то $1/5 < 1/3$

Известно, что $2,1 < a < 2,2$ и $3,7 < b < 3,8$.

Найти оценку чисел:

а) $2a$ б) $-3b$ в) $a+b$ г) $a-b$ д) a^2 е) b^3 ж) $1/a$

Решение: а) **$2a$?**

$$2,1 < a < 2,2$$

$$2 \cdot 2,1 < 2a < 2,2 \cdot 2$$

$$4,2 < 2a < 4,4$$

Решение: б) **$-3b$?**

$$3,7 < b < 3,8$$

$$-3 \cdot 3,7 > -3 \cdot b > -3 \cdot 3,8$$

$$-11,1 > -3b > -11,4$$

$$-11,4 < -3b < -11,1$$

Известно, что $2,1 < a < 2,2$ и $3,7 < b < 3,8$.
Найти оценку чисел: в) $a+b$, г) $a-b$

Решение: в) $a+b$?

Сложим почленно
неравенства одинакового
смысла

$$\begin{array}{r} 2,1 < a < 2,2 \\ + \\ 3,7 < b < 3,8 \\ \hline 5,8 < a+b < 6,0 \end{array}$$

Решение: г) $a-b$?

Вычтем почленно неравенства
одинакового смысла

$$\begin{array}{r} 2,1 < a < 2,2 \\ 3,8 < b < 3,7 \\ - \\ -1,7 < a - b < -1,5 \end{array}$$

Известно, что $2,1 < a < 2,2$ и $3,7 < b < 3,8$.
Найти оценку чисел: д) a^2 е) b^3

Решение: д) a^2

Обе части двойного
неравенства $2,1 < a < 2,2$
положительны, значит

$$(2,1)^2 < (a)^2 < (2,2)^2$$

$$4,41 < a^2 < 4,84$$

Решение: е) b^3

Возведем все части
неравенства

$$3,7 < b < 3,8 \text{ в куб}$$

$$(3,7)^3 < (b)^3 < (3,8)^3$$

$$50,653 < (b)^3 < 54,872$$

Известно, что $2,1 < a < 2,2$ и $3,7 < b < 3,8$.
Найти оценку чисел: ж) $1/a$

Решение:

ж) $1/a$

По свойствам неравенств

если $a > 0$; $b > 0$ и $a < b$, то $1/a > 1/b$

Значит, если $2,1 < a < 2,2$, то

$$1 : 2,1 > 1 : a > 1 : 2,2$$

$$10/21 > 1 : a > 5/11$$

Т.к. $110/231 > 1 : a > 105/231$

$$105/231 < 1/a < 110/231$$

$$5/11 < 1/a < 10/21$$