



УНИВЕРСИТЕТ
СИНЕРГИЯ

Математических методов принятия решений

МЕТОДЫ ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

Степаненко Наталья Викторовна

преподаватель

natanata2009@mail.ru

Разработка управленческих решений в условиях риска.

- **Цель** изучения данной темы - получение общетеоретических знаний о методах и подходах к процессу принятия решений в условиях риска.
- **Задачи** изучения данной темы:
 - Изучение содержания понятия риск при построении процесса принятия управленческих решений;
 - Изучение математических методов принятия управленческих решений в условиях риска;
- **Вопросы темы:**
 - Содержание понятия «риск» при принятии управленческих решений.
 - Структура байесовского и небайесовского алгоритмов принятия решения при риске.
 - Дерево решений, как инструмент принятия решений.

постановка задачи

а) имеется множество альтернатив $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ и множество состояний внешней среды $Z = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_n\}$;

б) известны субъективные вероятности состояния среды $(p(Z_1), p(Z_2), \dots, p(Z_n)) = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, причем $\sum_{j=1}^n p_j = 1$.

- в) для каждого сочетания альтернативного решения A_i и состояния Z_j задана функциональная полезность e_{ij} .

Наиболее часто применяемым инструментом риск-менеджмента является **страхование**

Примерами других инструментов могут быть:

- отказ от чрезмерно рисковомой деятельности (метод отказа),
- профилактика или диверсификация (метод снижения),
- **аутсорсинг** затратных рисковомых функций (метод передачи),
- формирование резервов или запасов (метод принятия).

Принцип Байеса

В качестве критерия выбора стратегии (альтернативы) A_i применяются взвешенные по вероятности суммы полезностей, т. е.

$$e_i = \sum_{j=1}^n (e_{ij} p_j), i = \overline{1, m}$$

Оптимальным считается решение A^* , для которого значение критерия e_i будет максимальным или минимальным в зависимости от постановки задачи:

$$e(A^*) = \max \{e_i\} = \max \left\{ \sum_{j=1}^n (e_{ij} p_j) \right\}$$

ИЛИ

$$e(A^*) = \min \{e_i\} = \min \left\{ \sum_{j=1}^n (e_{ij} p_j) \right\}$$

Если в примере задать вероятности

$$p_1=0,4; p_2=0,2; p_3=0,1; p_4=0,3,$$

то получим:

Следовательно, оптимальной является альтернатива A_3 .

Новые рынки	Политическая обстановка				Значение критерия е по строкам
	стабильная	<u>стаб.</u>	<u>нестаб.</u>	<u>нестаб.</u>	
	Степень конкуренции				
	слабая, Z_1	сильная, Z_2	слабая, Z_3	сильная, Z_4	
A_1	530	460	240	220	$530*0,4+460*0,2+240*0,1+220*0,3=394$
A_2	490	390	300	270	385
A_3	575	420	260	190	397=max
<u>Вероятность, p_i</u>	0,4	0,2	0,1	0,3	

Иногда каждому решению A_1 , ставят в соответствие не значение функции полезности e_{ij} , а величину потерь $w_{ij} = |e_{ij} - \max\{e_{ij}\}|$, которая характеризует упущенные возможности. Тогда

$$e(A^{opt}) = \min \left\{ \sum_{j=1}^n (p_j w_{ij}) \right\}$$

рассчитаем матрицу потенциальных потерь

Матрица потенциальных потерь

Альтернативы	Состояния внешней среды			
	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
A_1	$575-530=45$	$460-460=0$	$300-240=60$	$270-220=50$
A_2	$575-490=85$	70	0	0
A_3	$575-575=0$	40	40	80

Используя матрицу потенциальных потерь, вычислим с учетом вероятностей наступления тех или иных состояний среды общие потери:

Оптимальной альтернативой является A_3 .

Альтернативы	Состояния внешней среды				Критерии w по строкам
	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	
A_1	45	0	60	50	$45*0,4+0*0,2+60*0,1+50*0,3=39$
A_2	85	70	0	0	48
A_3	0	40	40	80	36=min
<u>Вероят-ть, p_i</u>	0,4	0,2	0,1	0,3	

Принцип Бернулли

известна некоторая функция полезности $u(e)$.

Эта субъективная функция полезности Бернулли ставит в соответствие каждому возможному вероятностному значению альтернативы определенную величину полезности.

Для каждой альтернативы можно определить ожидаемое значение полезности ее вероятностного результата

Оптимальной считается альтернатива с наибольшим ожидаемым значением полезности, т. е. оптимальной стратегии соответствует

$$\max \left\{ \sum_{j=1}^n (u_{ij} p_j) \right\}$$

На различных интервалах изменения аргумента функция полезности может иметь различный вид с точки зрения отношения к риску.

Вид функции полезности Бернулли зависит от отношения ЛПР к риску.

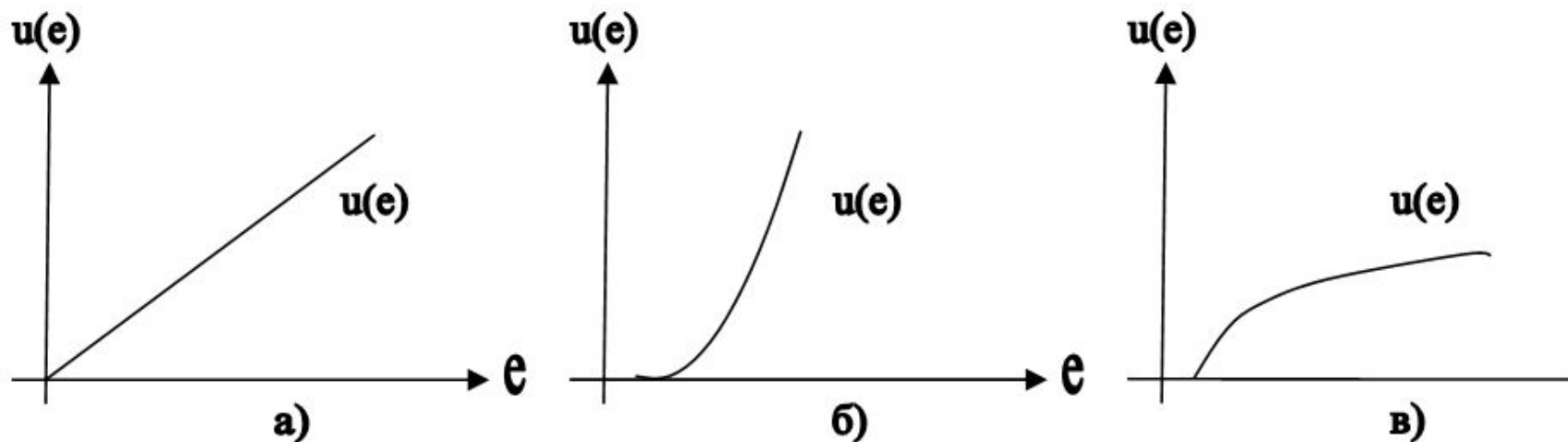


Рис. 2. Вид функции полезности Бернулли при различных точках зрения на риск

Принципиальный вид функции полезности:

- а) при нейтральном (безразличном) отношении к риску;
- б) при существенном учете риска;
- в) при малой значимости риска

Дерево решений, как инструмент принятия решений.

Дерево решений — это графическое изображение процесса принятия решений, в котором отражены альтернативные решения, альтернативные состояния среды, соответствующие вероятности и выигрыши для любых комбинаций альтернатив и состояний среды.

Рисуют деревья слева направо.

- Места, где принимаются решения, обозначают квадратами \square ,
- места появления исходов — кругами \circ ,
- возможные решения — пунктирными линиями -----,
- возможные исходы — сплошными линиями —.

Для каждой альтернативы считается ожидаемая стоимостная оценка (EMV) — максимальную из сумм оценок выигрышей, умноженных на вероятность реализации выигрышей, для всех возможных вариантов.

Пример 1

Главному инженеру компании надо решить, монтировать или нет новую производственную линию, использующую новейшую технологию.

Если новая линия будет работать безотказно, компания получит прибыль 200 млн. рублей. Если же она откажет, компания может потерять 150 млн. рублей.

По оценкам главного инженера, существует 60% шансов, что новая производственная линия откажет.

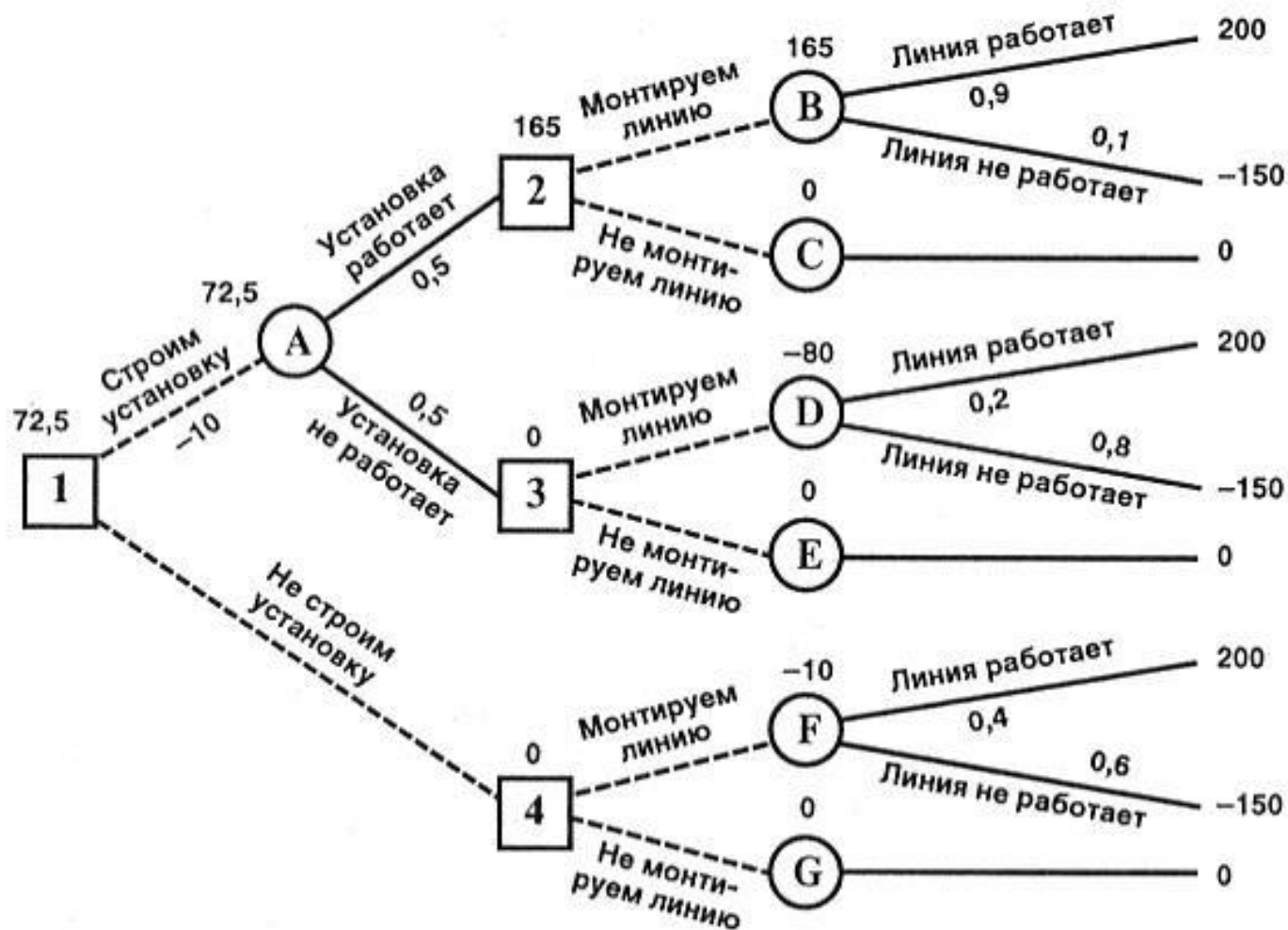
Можно создать экспериментальную установку, а затем уже решать, монтировать или нет производственную линию. Эксперимент обойдется в 10 млн. рублей. Главный инженер считает, что существует 50% шансов, что экспериментальная установка будет работать. Если экспериментальная установка будет работать, то 90% шансов за то, что смонтированная производственная линия также будет работать. Если же экспериментальная установка не будет работать, то только 20% шансов за то, что производственная линия заработает.

Следует ли строить экспериментальную установку?

Следует ли монтировать производственную линию?

Какова ожидаемая стоимостная оценка наилучшего решения?

Дерево решений



В узле F возможны исходы:

- «линия работает» с вероятностью 0,4 (что приносит прибыль 200)
- «линия не работает» с вероятностью 0,6 (что приносит убыток -150)

оценка узла F:

$EMV(F) = 0,4 \cdot 200 + 0,6 \cdot (-150) = -10$. Это число мы пишем над узлом F.

$EMV(G) = 0$.

В узле 4 мы выбираем между решениями:

- «монтируем линию» (оценка этого решения $EMV(F) = -10$)
- «не монтируем линию» (оценка этого решения $EMV(G) = 0$):

$$EMV(4) = \max \{EMV(F), EMV(G)\}$$

$$= \max \{-10, 0\} = 0 = EMV(G).$$

Эту оценку мы пишем над узлом 4, а решение «монтируем линию» отбрасываем и зачеркиваем.

Аналогично:

- $EMV(B) = 0,9 \cdot 200 + 0,1 \cdot (-150)$
 $= 180 - 15 = 165.$

- $EMV(C) = 0.$

$$EMV(2) = \max \{EMV(B), EMV(C)\}$$
$$= \max \{165, 0\} = 165 = EMV(B).$$

Поэтому в узле 2 отбрасываем
возможное решение «не монтируем
линию».

$$\begin{aligned}EMV(D) &= 0,2 \cdot 200 + 0,8 \cdot (-150) \\ &= 40 - 120 = -80.\end{aligned}$$

$$EMV(E) = 0.$$

$$EMV(3) = \max \{EMV(D), EMV(E)\} = \max \{-80, 0\} = 0 = EMV(E).$$

Поэтому в узле 3 отбрасываем возможное решение «монтируем линию».

$$EMV(A) = (0,5 \cdot 165 + 0,5 \cdot 0) - 10 = 72,5.$$

$$EMV(I) = \max \{EMV(A), EMV(4)\} = \max \{72,5; 0\} = 72,5 = EMV(A).$$

Поэтому в узле 1 отбрасываем возможное решение «не строим установку».

Ответ:

Ожидаемая стоимостная оценка наилучшего решения равна 72,5 млн. рублей.

Строим установку.

Если установка работает, то монтируем линию. Если установка не работает, то линию монтировать не надо.

Компания рассматривает вопрос о строительстве завода. Возможны три варианта действий.

А. Построить большой завод стоимостью $M_1 = 700$ тысяч долларов.

При этом варианте возможны:

- большой спрос (годовой доход в размере $R_1 = 280$ тысяч долларов в течение следующих 5 лет) с вероятностью $p_1 = 0,8$
- низкий спрос (ежегодные убытки $R_2 = 80$ тысяч долларов) с вероятностью $p_2 = 0,2$.

Б. Построить маленький завод стоимостью $M_2 = 300$ тысяч долларов.

При этом варианте возможны:

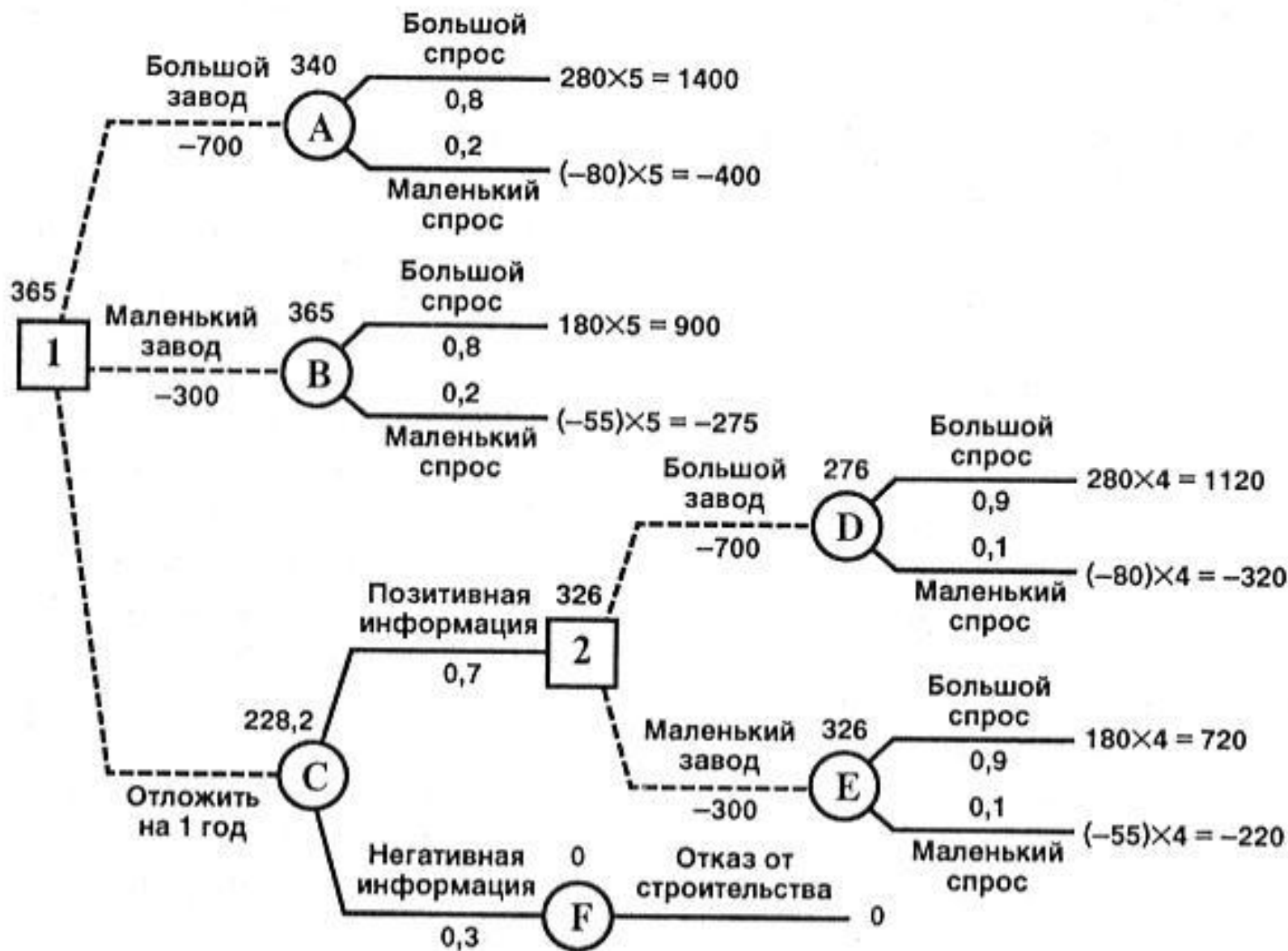
- большой спрос (годовой доход в размере $T_1 = 180$ тысяч долларов в течение следующих 5 лет) с вероятностью $p_1 = 0,8$
- низкий спрос (ежегодные убытки $T_2 = 55$ тысяч долларов) с вероятностью $p_2 = 0,2$.

В. Отложить строительство завода на один год для сбора дополнительной информации, которая может быть позитивной или негативной с вероятностью $p_3 = 0,7$ и $p_4 = 0,3$ соответственно.

В случае позитивной информации можно построить заводы по указанным выше расценкам, а вероятности большого и низкого спроса меняются на $p_5 = 0,9$ и $p_6 = 0,1$ соответственно. Доходы на последующие четыре года остаются прежними.

В случае негативной информации компания заводы строить не будет.

Дерево решений



Ожидаемая стоимостная оценка узла A равна

- $EMV(A) = 0,8 \cdot 1400 + 0,2 \cdot (-400) - 700 = 340.$
- $EMV(B) = 0,8 \cdot 900 + 0,2 \cdot (-275) - 300 = 365.$
- $EMV(D) = 0,9 \cdot 1120 + 0,1 \cdot (-320) - 700 = 276.$
- $EMV(E) = 0,9 \cdot 720 + 0,1 \cdot (-220) - 300 = 326.$
- $EMV(2) = \max \{EMV(D), EMV(E)\} = \max \{276, 326\} = 326 = EMV(E).$

Поэтому в узле 2 отбрасываем возможное решение «большой завод».

- $EMV(C) = 0,7 \cdot 326 + 0,3 \cdot 0 = 228,2.$
- $EMV(1) = \max \{EMV(A), EMV(B), EMV(C)\} = \max \{340; 365; 228,2\} = 365 = EMV(B).$

Поэтому в узле 1 выбираем **решение «маленький завод».**

Исследование проводить не нужно.

Строим маленький завод.

Ожидаемая стоимостная оценка этого наилучшего решения равна 365 тысяч долларов.

Задача 3

Предприятие решает вопрос об освоении новых рынков.

Известны следующие данные:

Существуют три новых варианта выбора рынка сбыта продукции предприятия

1. Выйти на большой рынок мегаполиса с большой конкуренцией, затраты в связи с этим составят 200 тысяч долларов. При этом варианте возможны:
 - большой спрос на продукцию (годовой доход в размере 280 тысяч долларов в течение следующих 4 лет) с вероятностью 0,7
 - низкий спрос на продукт (ежегодные убытки 80 тысяч долларов) с вероятностью 0,3.
2. Выйти на средний рынок районного центра с затратами 100 тысяч долларов. При этом варианте возможны:
 - большой спрос (годовой доход в размере 160 тысяч долларов в течение следующих 4 лет) с вероятностью 0,8.
 - низкий спрос (ежегодные убытки 55 тысяч долларов) с вероятностью 0,2.
3. Выйти на малый рынок с низкой конкуренцией с затратами 50 тысяч долларов. При этом варианте возможны:
 - большой спрос (годовой доход в размере 170 тысяч долларов в течение следующих 4 лет) с вероятностью 0,9.
 - низкий спрос (ежегодные убытки 85 тысяч долларов) с вероятностью 0,1.

Необходимо:

Построить дерево решений и решить вопрос о выходе на новый рынок.

Какова стоимостная оценка решения?