Турбулентные течения

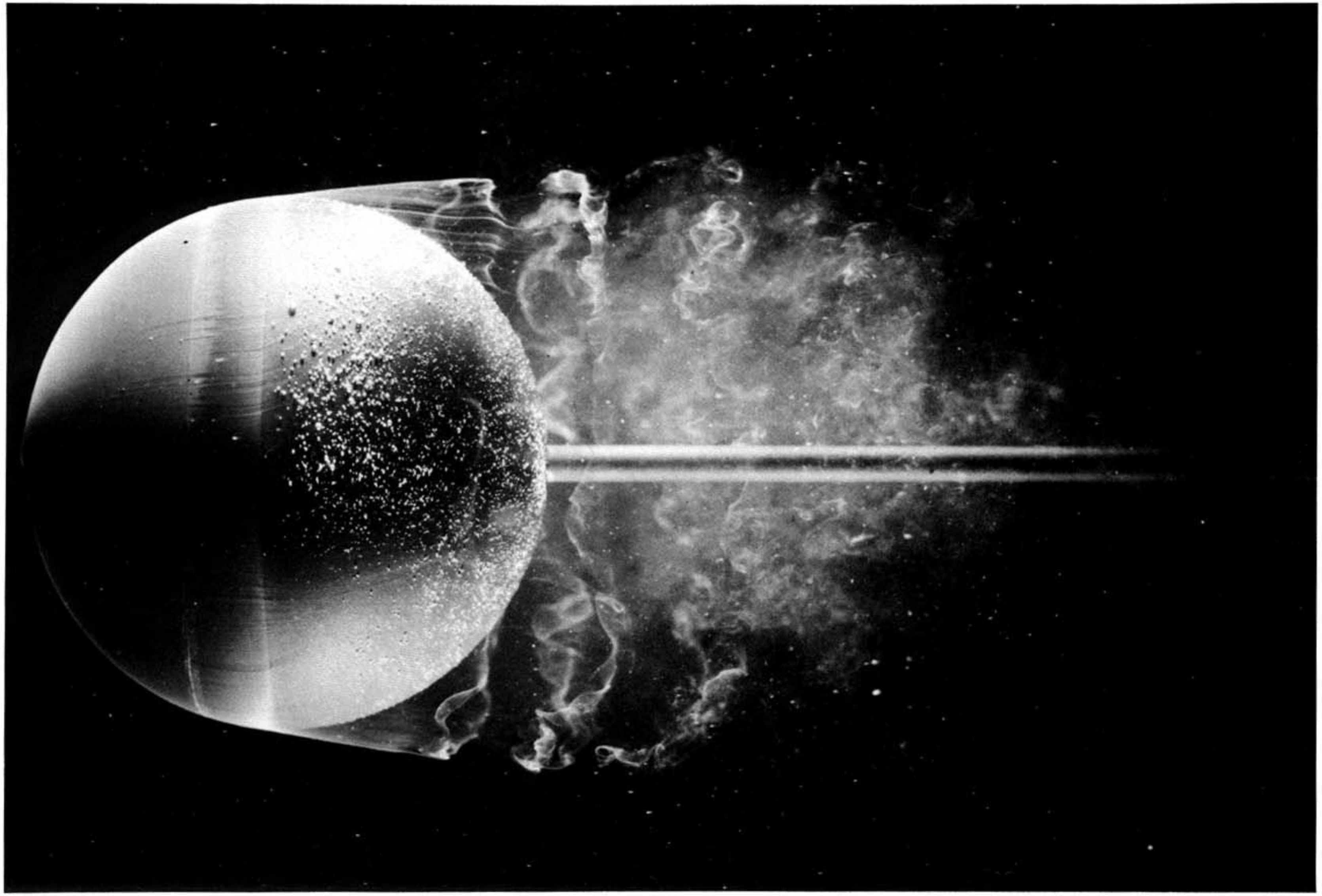
Понятие турбулентности:

Турбулентность – хаотические пульсации физических величин в пространстве и во времени.

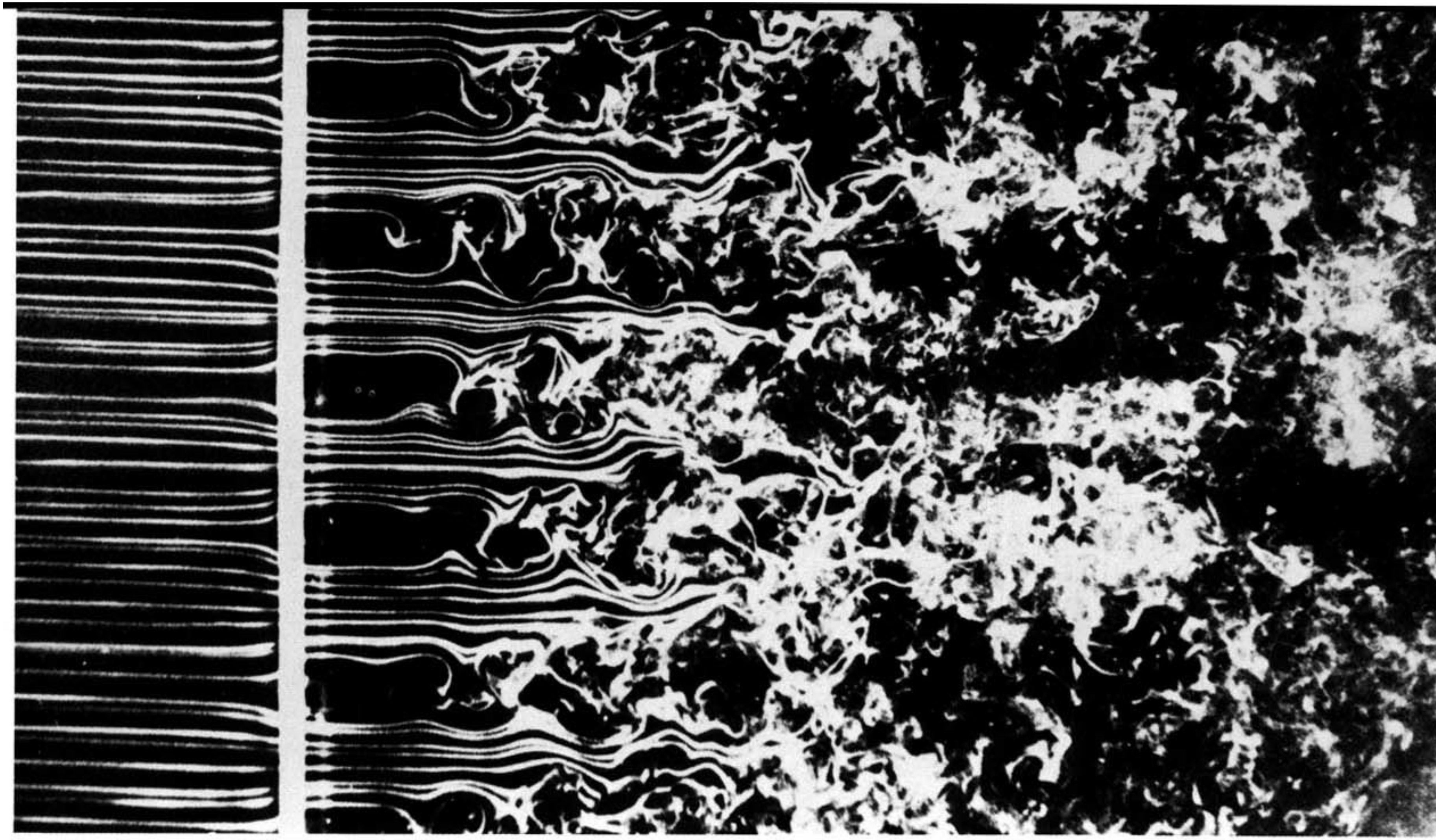
Природа возникновения турбулентности.

С физической точки зрения, причиной возникновения турбулентности является неустойчивость того или иного рода, возникающая в рассматриваемом течении (например, след за цилиндром или тепловая неустойчивость).

С математической точки зрения появление турбулентности (как решения уравнений Навье-Стокса), как правило, обусловлено доминированием дестабилизирующих конвективных членов над стабилизирующими вязкими членами в уравнении баланса импульса. В результате этого, уравнения Навье-Стокса, описывающие течения жидкости и газа, теряют устойчивость. При этом происходит лавинообразное накопление возмущений определенного вида.



55. Мгновенная картина потока при обтекании шара при $\mathrm{Re} = 15\,000$. Подкраска обнаруживает ламинарный пограничный слой, отрывающийся перед экватором, причем этот слой остается ламинарным на длине, почти равной радиусу. Затем слой становится неустойчивым и быстро превращается в турбулентный. Фото ONERA. [Werlé, 1980]



152. Порождение турбулентности решеткой. Дымовые проволочки демонстрируют прохождение однородного ламинарного потока через пластинку толщиной 1/16 дюйма с квадратными перфорациями размером 3/4 дюйма. Число Рейнольдса, рассчитанное по однодюймовому размеру ячейки решетки, равно 1500. Неустойчивость сдвиговых слоев приводит к развитию турбулентности вниз по потоку. Фото Thomas Corke, Hassan Nagib

Методы расчета турбулентных течений.

❖Прямое численное моделирование (*DNS - Direct Numerical Simulation*).

❖Метод моделирования крупных вихрей (*LES - Large Eddy Simulation*)

❖Применение уравнений Рейнольдса, замкнутых при помощи моделей турбулентности (*RANS - Reynolds-averaged Navier–Stokes*).

❖Гибридные подходы.

Метод моделирования отсоединенных вихрей. (*DES - Detached Eddy Simulation*)

Конспект курса лекций “Модели турбулентности” 2010 года.

https://cfd.spbstu.ru/agarbaruk/doc/Lecture_turbulence_models.pdf

Курс лекций «Динамика вязкой жидкости и турбулентность» (http://cfd.spbstu.ru/agarbaruk/lecture/dyn_of_visc_fluid_and_turb)

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
Институт прикладной математики и механики
Кафедра гидроаэродинамики

Прямое численное моделирование (*DNS*)

Суть этого подхода состоит в непосредственном решении трехмерных нестационарных уравнений Навье-Стокса с использованием пространственных сеток и шагов интегрирования по времени, достаточных для разрешения всех существенных для рассматриваемого течения, в том числе, и коротковолновых пространственно-временных неоднородностей. Для численной реализации DNS необходимо использовать очень мелкие сетки, количество узлов которых должно резко увеличиваться с ростом числа Рейнольдса. Действительно, в рамках этого подхода необходимо разрешить наиболее мелкие вихри, имеющие характерный размер (так называемый колмогоровский масштаб) :

$$\eta_k = \left(\nu^3 / \varepsilon \right)^{1/4}$$

ε – местная скорость диссипации на единицу массы

ν – кинематическая вязкость.

Зависимость количества узлов сетки в одном направлении от числа Рейнольдса можно оценить следующим образом.

$$N \sim L / \eta_k \sim \nu^{-3/4} \sim \mathrm{Re}^{3/4}$$

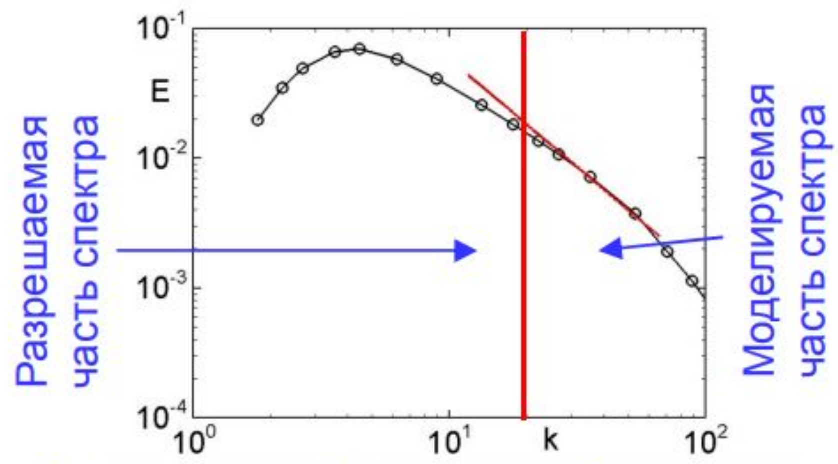
Метод моделирования крупных вихрей (*LES*)

Подход LES сформировался в начале 80-х годов. Идея LES состоит в том, что в отличие от «глобального» осреднения уравнений Навье-Стокса производится их «фильтрация» только от коротковолновых (с длинами волн порядка и меньше размеров используемой расчетной сетки) турбулентных неоднородностей.

- **Процедура фильтрации**: разделение вихрей на «крупные» (больше некоторого размера Δ) и «мелкие»
- **Отфильтрованные уравнения**: построение такой системы уравнений, в рамках которой крупные вихри будут разрешаться точно
- **Подсеточная модель**: Описание «мелких» вихрей и их взаимодействия с крупными моделируется.

Крупные вихри получают энергию от осредненного потока. Структура крупных вихрей существенно зависит от рассматриваемого течения

Мелкие вихри получают энергию через каскадный перенос. Их структура существенно более универсальна. **Моделирование мелких вихрей** гораздо более перспективно, чем моделирование крупных



Энергетический спектр турбулентности

Применение уравнений Рейнольдса, замкнутых при помощи моделей турбулентности (*RANS*)

Система уравнений Рейнольдса может быть получена путем осреднения по времени
нестационарных трехмерных уравнений Навье-Стокса.

При этом подразумевается, что временной интервал, по которому производится осреднение, намного больше характерных временных масштабов турбулентности, с одной стороны, и намного меньше характерного макро масштаба времени рассматриваемого течения, с другой.

Эта система является незамкнутой, поскольку в нее входит неизвестный тензор так называемых рейнольдсовых напряжений

$$\tau_{ij}^{T} = \rho\overline{u_i'u_j'}$$

В силу симметричности этого тензора, неизвестными являются только шесть его компонент. Для замыкания системы уравнений Рейнольдса необходимо определить связь между тензором рейнольдсовых напряжений и параметрами осредненного течения. **Эта связь называется модель турбулентности.**

Гибридные подходы. Метод моделирования отсоединенных вихрей.

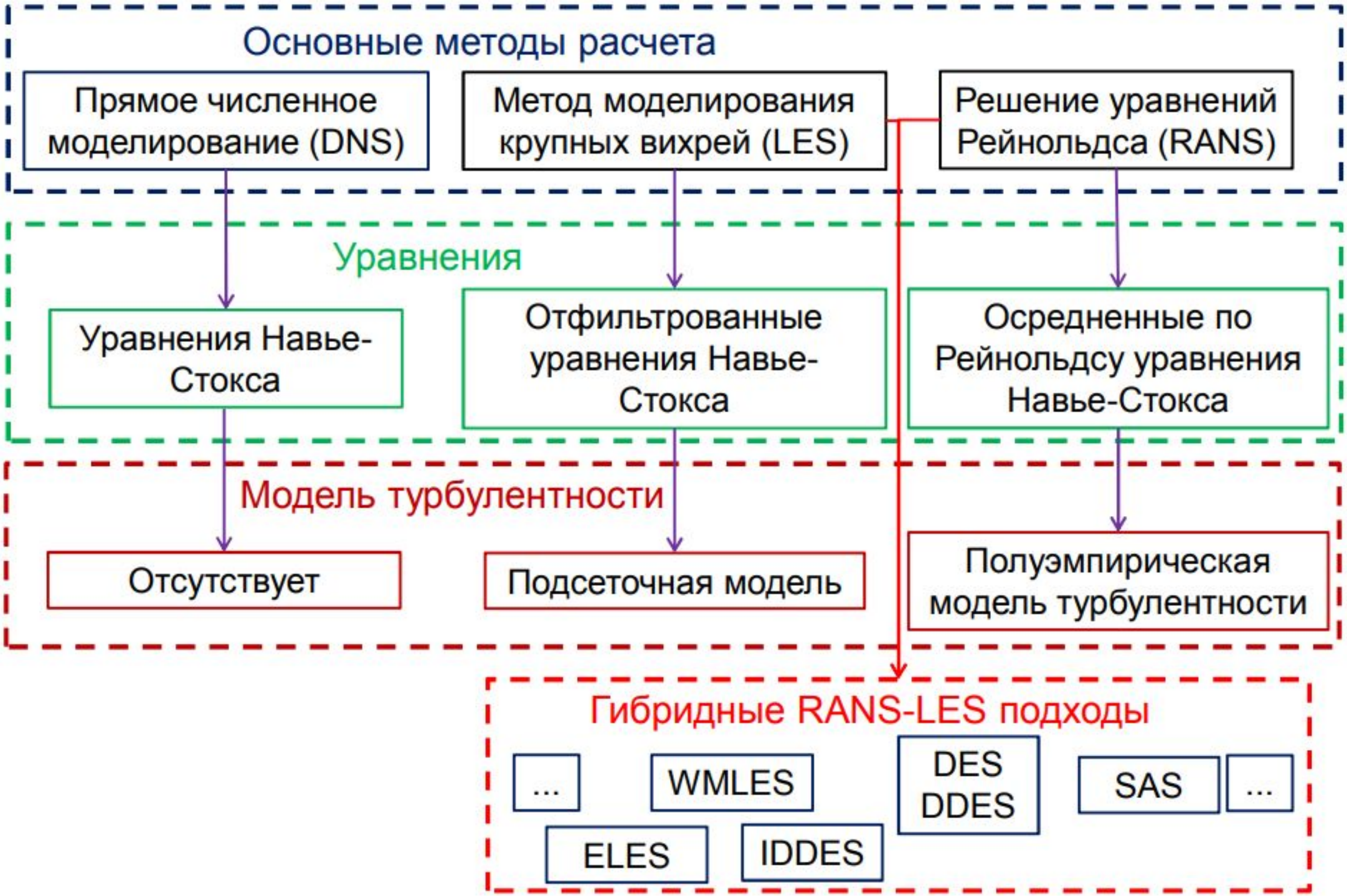
В настоящее время разрабатывается ряд промежуточных подходов, сочетающих в себе те или иные элементы RANS, LES и DNS. Наиболее широкое распространение получили подходы, объединяющие RANS и LES.

Идея метода DES ((Detached Eddy Simulation) очень проста и состоит в использовании уравнений Рейнольдса только в тех областях потока, где локальный размер используемой вычислительной сетки Δ недостаточен для разрешения турбулентных структур с линейными масштабами порядка *lturb (характерный локальный масштаб турбулентности) и в использовании метода* LES в остальной области потока, где $\Delta <$ *lturb.*

Таким образом, гибридный характер метода DES вытекает непосредственно из его
формулировки:

- в области присоединенного пограничного слоя метод функционирует в режиме уравнений Рейнольдса,
- а в области отрыва (”отсоединенных» вихрей”) – автоматически переходит в LES.

Методы расчета турбулентных течений



Вычислительные ресурсы и перспективы практического применения различных подходов к моделированию турбулентных течений

Метод	Необходимое число узлов сетки	Необходимое число шагов по времени	Готовность
2D нестационарные уравнения Рейнольдса	10^5	$10^{3.5}$	1980
3D стационарные уравнения Рейнольдса	10^7	10^3	1985
3D нестационарные уравнения Рейнольдса	10^7	$10^{3.5}$	1995
DES	10^8	10^4	2000
LES	$10^{11.5}$	$10^{6.7}$	2045
DNS	10^{16}	$10^{7.7}$	2080

Уравнения Навье-Стокса

- Уравнения Навье-Стокса справедливы при выполнении двух условий:
  - Среда должна быть сплошной
    - ✓ (число Кнудсена $Kn = l_f / L << 1$)
  - Выполняется обобщенный реологический закон Ньютона
    - ✓ $P_{ij} = 2\mu S_{ij} - p\delta_{ij}$

- В случае несжимаемой жидкости

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \rho \dfrac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \dfrac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\dfrac{\partial p}{\partial x_i} + \dfrac{\partial t_{ij}}{\partial x_j} \end{cases} \quad \text{где} \quad t_{ij} = 2\mu S_{ij}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

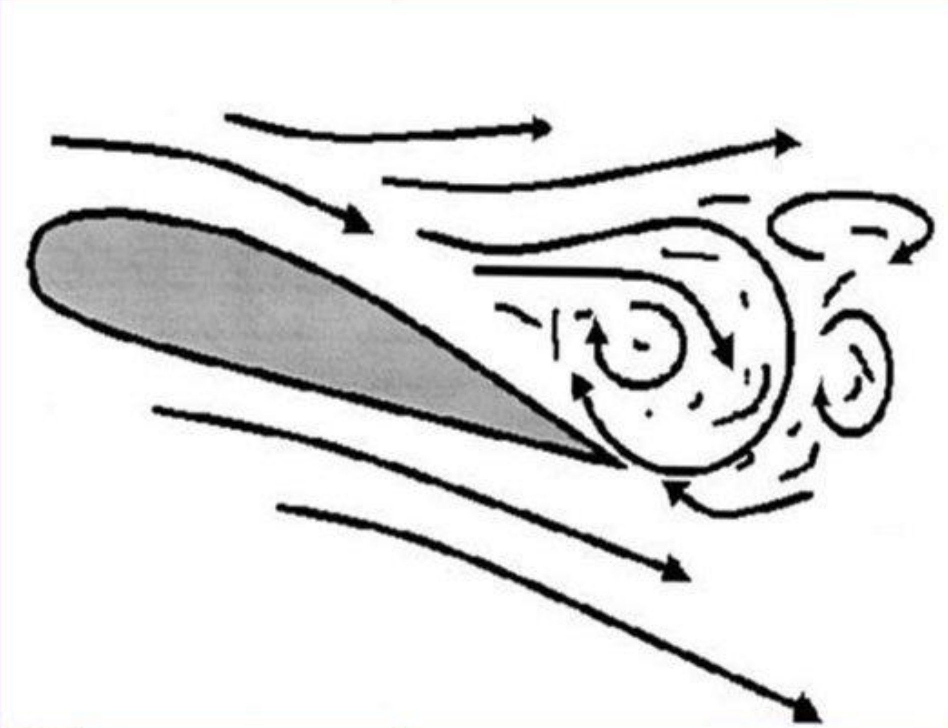
  - Конвективные слагаемые можно записать в консервативной форме

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} - u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j}$$

  - Вязкие слагаемые можно упростить

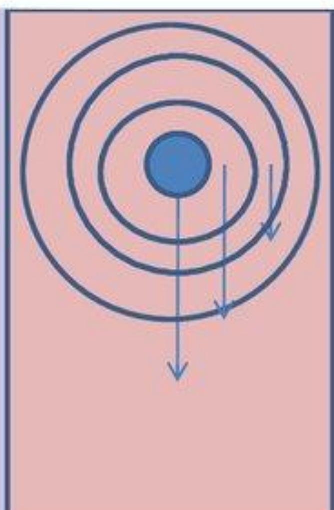
$$\frac{\partial t_{ji}}{\partial x_j} = \mu \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \mu \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) = \mu \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$$

Понятие о вязкости. Реологический закон Ньютона.



Вязкость или внутреннее трение – процесс перераспределения импульса частицам системы, обусловленное механизмом столкновения.

Реологический закон Ньютона: касательные напряжения (трения) прямо пропорциональны поперечной к направлению потока производной его скорости (скорости сдвига).



$$F_w = -\eta \frac{\Delta V}{\Delta x} \Omega$$

$$\tau_y = -\eta \frac{dV}{dx}$$

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

Осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса (RANS)

- Использование процедуры осреднения по Рейнольдсу

$$\bar{a}(t) = \frac{1}{2T} \int_{t-T}^{t+T} a(\tau) \cdot d\tau$$

- Применение осреднения по Рейнольдсу к уравнениям Навье-Стокса приводит к получению уравнений Рейнольдса, которые не замкнуты

- Замыкание уравнений Рейнольдса (определение турбулентных напряжений $\tau_{ij}^{T} = -\rho \overline{u_i' u_j'}$) производится с помощью полуэмпирических моделей турбулентности

В RANS все турбулентные вихри моделируются

Уравнения Рейнольдса

- Уравнения Рейнольдса получаются в результате осреднения по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \rho \dfrac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \dfrac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\dfrac{\partial p}{\partial x_i} + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu \dfrac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \overline{u_i' u_j'}\right) \end{cases}$$

  - Отличаются от уравнений Навье-Стокса только слагаемым $\dfrac{\partial}{\partial x_j} \rho \overline{u_i' u_j'}$
- Эти уравнения не замкнуты.
  - Для их замыкания необходимо определить тензор турбулентных (Рейнольдсовых) напряжений

$$\tau_{ij}^T = -\rho \overline{u_i' u_j'}$$

    - ✓ Симметричный
      - – 6 независимых компонент
  - След $\{\tau_{ij}^T\} = \{-\rho \overline{u_i' u_j'}\} = -\rho \overline{u_i' u_i'} = -2K_t$

Модели турбулентности

- Попытка замкнуть уравнения для рейнольдсовых напряжений на основе формализма Рейнольдса приводит к появлению еще большего числа неизвестных
  - ➢ Необходимо привлекать дополнительные соображения
    - ✓ Эмпирические закономерности
- Формулы для замыкания уравнений Рейнольдса (для определения $\tau_{ij}^{T} = -\rho\overline{u_i' u_j'}$) называются полуэмпирические модели турбулентности
  - ➢ Устанавливают связь между тензором Рейнольдсовых напряжений τ_{ij}^{T} и параметрами осредненного потока.
- В настоящее время разработаны сотни моделей турбулентности, но ни одна из них не является универсальной, т.е. подходящей для любых течений

Гипотеза Буссинеска

- Буссинеск (1877) предложил ввести дополнительную (турбулентную) вязкость
- Большинство моделей турбулентности используют обобщенную гипотезу Буссинеска

$$-\overline{u_i' u_j'} = \nu_T \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} = 2\nu_T S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}$$

  - Линейная связь между тензором Рейнольдсовых напряжений и тензором скоростей деформаций
  - Аналог реологического закона Ньютона для молекулярной вязкости

- Достоинства
  - Использование гипотезы Буссинеска позволяет сократить количество определяемых в процессе моделирования переменных с 6 до 1.

- Недостатки
  - В некоторых случаях гипотеза Буссинеска несправедлива и ее использование приводит к получению качественно неверного результата

В таких случаях необходимо использование моделей рейнольдсовых напряжений или нелинейных моделей

Турбулентная вязкость

- Величина ν_T в гипотезе Буссинеска $-\overline{u_i'u_j'} = 2\nu_T \cdot S_{ij} - \frac{2}{3}k\delta_{ij}$ называется турбулентной вязкостью
  - ➢ Не фундаментальная физическая величина, а лишь коэффициент пропорциональности
- Уравнения Рейнольдса с использованием гипотезы Буссинеска

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \rho \dfrac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \dfrac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\dfrac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho(\nu + \nu_T)\dfrac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \end{cases}$$

- В них входит модифицированное давление $\tilde{p} = p + \frac{2}{3}\rho k$
  - ➢ В несжимаемой жидкости может влиять только около границ
  - ➢ В сжимаемом газе все сложнее…
- Турбулентное число Рейнольдса $\mathrm{Re}_t = \frac{\nu_T}{\nu}$
  - ➢ Характеризует соотношение турбулентного и молекулярного переноса
    - ✓ Часто используется в моделях турбулентности

История развития моделей турбулентности

- До 1940 г. - введение основных понятий
  - Гипотеза Буссинеска (1877)
  - Осреднение по Рейнольдсу (1895)
  - Теория пути смешения Прандтля (1925)
  - Формула Кармана (1930)
  - Однородная изотропная турбулентность (Тейлор, 1935)

- 40е-50е гг. - создание математической базы и теоретических основ большинства моделей турбулентности.
  - Формула Колмогорова, первая модель k-ω (Колмогоров, 1942)
  - Первая модель Рейнольдсовых напряжений (Ротта, 1951)
  - Формула Клаузера (1956)
  - Демпфирующий множитель Ван-Дриста (1956)

История развития моделей турбулентности

- 60-е годы – наше время. Использование моделей турбулентности для замыкания уравнений Рейнольдса
  - 60-е. Бурное развитие моделирования турбулентности, появление моделей различных типов
  - 70-е. Появление k-ε моделей, связанные с ними большие надежды, появление огромного количества модификаций
  - 80-е. Кризис в развитии полуэмпирических моделей турбулентности
  - 90-е. Практичный подход к созданию моделей. Появление лучших современных моделей турбулентности
  - 2000-е. Смещение интереса в сторону вихреразрешающих (в первую очередь гибридных) методов

Классификация моделей турбулентности

- Модели, использующие гипотезу Буссинеска (линейные модели, EVM). Обычно классифицируются по количеству дифференциальных уравнений переноса
  - Алгебраические модели
  - Модели с одним уравнением
    - ✓ модель Спаларта-Аллмареса SA
    - ✓ модель Секундова ν_t-92
  - Модели с двумя уравнениями
    - ✓ Модели типа *k-ε*
    - ✓ Модели типа *k-ω*
      - – Модель Ментера SST
  - .....
    - ✓ Модель Дурбина
- Модели рейнольдсовых напряжений (нелинейные модели)
  - Дифференциальные модели рейнольдсовых напряжений (DRSM)
  - Алгебраические модели рейнольдсовых напряжений (ARSM)
  - Явные алгебраические модели рейнольдсовых напряжений (EARSM)
    - ✓ Нелинейные модели (NLM)

В алгебраических моделях турбулентная вязкость определяется алгебраической формулой, содержащей параметры потока, расстояние до стенки и т.д.

В дифференциальных моделях для турбулентных характеристик (таких, как турбулентная вязкость, кинетическая энергия турбулентности и др.) записываются уравнения переноса.

Модели типа k-ε

Стандартная высокорейнольдсовая модель турбулентности

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

Турбулентная вязкость

k – турбулентная кинетическая энергия

$$\frac{Dk}{Dt} = \nabla \bullet \left(\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + P_k - \varepsilon$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \nabla \bullet \left(\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k}$$

$$P_k = \nu_T S^2 = -\tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$$

Подбор констант был выполнен на основе струйных течений (и зависимости $C_2 = C_1 - \dfrac{\kappa^2}{\sigma_\varepsilon \sqrt{C_\mu}}$).

$$\sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3, C_1 = 1.44, C_2 = 1.92, C_\mu = 0.09.$$

Однако все высокорейнольдсовые модели абсолютно непригодны для расчета пристенных течений, поскольку никак не учитывают влияние стенки на турбулентность. Существует два подхода к решению этой проблемы: использование пристенных функций или создание низкорейнольдсовых версий модели. Выбор подхода в значительной степени связан с используемой сеткой.

Модели типа

В низкорейнольдсовых моделях в уравнения вводятся дополнительные функции, отвечающих за влияние стенок на турбулентность (в некотором роде эти функции являются аналогом демпфирующей функции Ван-Дриста). В общем случае большинство низкорейнольдсовых k-ε моделей могут быть записаны следующим образом

$$\frac{Dk}{Dt} = \nabla \bullet \left(\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + P_k - \varepsilon - f_k$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \nabla \bullet \left(\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_2 f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} - f_\varepsilon$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

Основное отличие низкорейнольсовой версии от высокорейнольдсовой состоит в модификации диссипации. Легко показать, что около стенки $\varepsilon = \nu \cdot \nabla \bullet (\nabla k) = \nu \cdot \frac{\partial^2 k}{\partial y^2}$.

Однако постановка такого граничного условия не очень хороша с вычислительной точки зрения, поскольку приводит к существенной дополнительной нелинейности. Поэтому вводят специальную функцию f_k, которая удовлетворяет на стенке условию

$$f_k = \nu \cdot \frac{\partial^2 k}{\partial y^2},$$

и постепенно падает до 0 при удалении от стенки.

Модели типа k-ε

Различаются по способу описания влияния пристенных эффектов

- Высокорейнольдсовые модели
  - «Стандартная» модель
  - RNG модель
  - ➢ Для учета влияния стенок используются пристенные функции
    - ✓ Основаны на законе стенки
  - ➢ Достоинство: возможно использование более грубых сеток
  - ➢ Недостаток: предписанный закон стенки
- Низкорейнольдсовые модели
  - Launder-Sharma
  - Chien
  - ➢ Для учета влияния стенок в модель вводятся специальные демпфирующие функции
    - ✓ Аналог демпифирующей функции Ван-Дриста
  - ➢ Недостаток: получается жесткая система уравнений
- Модели типа k-ε
  - ➢ Достоинство: расчет свободных течений
  - ➢ Недостаток: неправильное предсказание точки отрыва

⇩

Модели типа k-ε постепенно вытесняются более совершенными моделями

Модели типа k-ε Требования к расчетной сетке

В турбулентном пограничном слое непосредственно около стенки примерно до $y^+ = 5$ находится вязкий подслой. При использовании низкорейнольдсовых моделей турбулентности для правильного описания пограничного слоя первый от стенки узел сетки должен находиться в вязком подслое, а для точного описания коэффициента трения считается, что должно выполняться соотношение $y_1^+ \leq 1$ (3-4 узла в подслое). Кроме того, нельзя слишком резко увеличивать шаг сетки (отношение соседних шагов не должно превышать 1.3), поскольку это приводит с заметной потере точности.

При использовании пристенных функций требования несколько другие. Так, для классических пристенных функций первая точка должна находиться на логарифмическом участке профиля скорости, что, как правило, приводит к требованию $30 \leq y_1^+ \leq 100 \div 1000$. В случае течений сложной геометрии такому требованию довольно трудно удовлетворить. Современные пристенные функции смягчают это требование, а предложенные Ментером автоматические пристенные функции переходят от пристенных функций к низкорейнольдсовым граничным условиям в зависимости от шага сетки.

Модели типа k-ω

- Вместо ε используется для удельная диссипация ω ($\varepsilon = C_\mu k\omega$)
- Комбинацию уравнений для k и ω предложил Колмогоров (1942)
- Модели типа k-ω активно продвигались с 70х годов усилиями Wilcox'a
  - Оказалось, что эти модели способны к расчету пристенной турбулентности без введения специальных функций
    - ✓ Это выгодно отличает их от k-ε моделей
  - Однако их характеризует чрезвычайно высокая чувствительность к граничным условиям во внешнем потоке. В зависимости от значения ω во внешнем потоке результат существенно меняется
    - ✓ Толщина плоских свободных сдвиговых течений в ~1.5 раза
    - ✓ Толщина осесимметричных свободных сдвиговых течений в ~5 раз
- Для преодоления чувствительности к граничным условиям в уравнении для ω должен присутствовать cross-diffusion term

$$\rho \frac{D\omega}{Dt} = \nabla \bullet \left(\left(\mu + \sigma_\omega \mu_T \right) \nabla \omega \right) + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \rho \beta \omega^2 + \sigma_d \frac{\rho}{\omega} \left(\nabla k \right) \bullet \left(\nabla \omega \right)$$

В настоящее время существуют десятки k-ω моделей, но наиболее успешной среди них является модель Ментера SST

Модель Ментера SST.

- Модели типа k-ε
  - ➢ Хорошо предсказывают свойства свободных сдвиговых течений
  - ➢ При расчете пристенных течений
    - ✓ Требуют специальных усилий
      - – Пристенные функции
      - – Низкорейнольдсовые поправки
    - ✓ Проблемы с положительным градиентом давления
- Модели типа k-ω
  - ➢ Обеспечивают правильное описание пристенной турбулентности
  - ➢ Чувствительны к граничным условиям во внешнем потоке
- Модель SST - гибридная модель
  - ➢ В пристенной области используется k-ω модель
  - ➢ Во внешнем потоке используется k-ε модель
  - ➢ Используется формула Брэдшоу в середине пограничного слоя

$$\overline{u'v'} = 0.31 \cdot k$$

В целом по качеству превосходит все другие модели турбулентности, но по вычислительной простоте и затратам уступает моделям с одним уравнением

Поправки к моделям турбулентности

- Все модели турбулентности являются полуэмпирическими
  - Они пригодны для расчета тех течений, на которые их настроили
- Если необходимо учитывать другие эффекты, в модели необходимо вводить соответствующие поправки
  - Эффекты кривизны линий тока и вращения потока
  - Эффекты сжимаемости
  - Нелинейные эффекты
  - Поправка на осесиметричность
  - Учет шероховатости стенок
- Каждая поправка состоит из критерия и поправочной функции
- Использование поправок имеет свои минусы
  - Поправки могут увеличивать выислительные затраты и ухудшать сходимость
  - Вне пределов области своего применения поправки могут приводить к негативным эффектам
    - ✓ Например: поправка на сжимаемость к моделям с двумя уравнениями

Применение поправок оправдано только в случае необходимости

Резюме

- Недостатки подхода, основанного на решении уравнений Рейнольдса, привели к созданию огромного количества моделей турбулентности
- Все существующие модели неуниверсальны
- Поскольку решение уравнений Рейнольдса – основной инструмент решения инженерных задач, идет постоянная работа по развитию моделей турбулентности
- Тестирование моделей – важная задача. Она помогает ответить на вопрос «какая модель оптимальна для решения конкретной задачи»