

АЛГЕБРА ВЫСКАЗЫВАНИЙ

- Что общего у алгебры с алгеброй логики?
- Какие операции есть в алгебре логики и как они обозначаются?
- Что будет результатом операции?
- Какие логические операции мы используем при формулировке теорем?

План урока:

1. Организационный

момент.

2. Что изучает
логика? Какими

ОСНОВНЫМИ

понятиями

3. Где логика?
произойдет алгебра

высказываний?

Сообщение

4. Как получаются
сложные

высказывания?

Логические
операции.

5. Готовимся к ЕГЭ.

Закрепление

знаний.

Вопросы для повторения:

- Что изучает логика? Какими основными понятиями оперирует логика?
- Что такое «понятие» с точки зрения логики? Приведите примеры.
- Какие две стороны можно выделить в понятии?
- Что такое высказывание? Какие виды высказываний Вы знаете (Привести примеры общих, частных и единичных высказываний).
- Объясните, почему формулировка любой теоремы является высказыванием.
- Посредством чего выводятся новые знания о предметах?
- Какого вида умозаключения вы знаете?
- Приведите примеры дедуктивных, индуктивных умозаключений и по аналогии.

Из данных предложений выберите те, которые являются высказываниями, и обоснуйте свой выбор:

- *Наполеон был французским императором.*
- *Чему равно расстояние от Земли до Марса?*
- *Внимание! Посмотрите направо.*
- *Электрон – элементарная частица.*
- *Не нарушайте правил дорожного движения!*
- *Полярная звезда находится в созвездии малой медведицы.*
- *Не все то золото, что блестит.*

Какие из приведенных примеров являются частными высказываниями, а какие общими?

- *Не все книги содержат полезную информацию.*
- *Кошка является домашним животным.*
- *Некоторые ученики двоечники.*
- *Все ананасы приятны на вкус.*
- *Многие растения обладают целебными свойствами.*
- *Любой неразумный человек ходит на руках.*
- *А – первая буква в алфавите.*

В приведенных предложениях вместо многоточий поставьте по смыслу подходящие по смыслу слова «необходимо», «достаточно», «необходимо и достаточно». Помните, что получившиеся высказывания должны быть истинными.

- *Для того, чтобы число делилось на 4, ... чтобы оно было четным.*
- *Для того, чтобы число делилось на 3, ... чтобы оно делилось на 9.*
- *Для того, чтобы число делилось на 10, ... чтобы оно оканчивалось нулем.*
- *Чтобы произведение двух чисел равнялось нулю, ... чтобы каждое из них равнялось нулю.*
- *Для того, чтобы сумма двух чисел была четным числом, ... чтобы каждое из этих чисел было четным числом.*
- *Чтобы четырехугольник был квадратом, ... чтобы все его стороны были равны.*

- **Определение.** Высказывание называется простым, если никакая его часть не является высказыванием.
- Употребляемые в обычной речи связки «и», «или», «не», «если ..., то...», «тогда и только тогда, когда...» и т.п. позволяют из уже заданных высказываний строить новые сложные высказывания. Это и есть логические операции, подобно сложению, умножению в обычной алгебре.

Конъюнкция.

Определение. Высказывание, составленное из двух и более высказываний путем объединения их связкой «И», называется конъюнкцией или логическим умножением.

Пример.

{ Петровы поехали на дачу и взяли с собой собаку }

Обозначение. $A \ B$, $A \& B$, $A * B$, $A \text{ and } B$.

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- **Задание.** Приведите примеры конъюнкции.
- **Пример.** Рассмотрим два высказывания $A = \{ \text{Завтра будет мороз} \}$, и
- $B = \{ \text{Завтра будет идти снег} \}$.
- Новое высказывание $A \& B$ истинно лишь в случае, когда будут истинны оба этих высказывания.
- В русском языке конъюнкции также соответствуют, кроме союза «и», связки «а» и «но».

Дизъюнкция.

- **Определение.** Высказывание, составленное из двух и более высказываний путем объединения их связкой «ИЛИ», называется дизъюнкцией или логическим сложением.
- **Правило.** Составное высказывание, образованное с помощью дизъюнкции, истинно тогда, когда истинно хотя бы одно, входящих в него простых высказывания.
- **Обозначение.** $A \vee B$, $A+B$, A or B .
- **Таблица истинности.**

A	B	$A+B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- **Задание.** Приведите примеры.
- **Пример.** Пусть $A = \{\text{Колумб был в Индии}\}$, и $B = \{\text{Колумб был в Египте}\}$.

Высказывание $A \vee B$ будет истинно как в случае, если Колумб был в Индии, но не был в Египте, так и в случае, если он был в Египте, но не был в Индии. Но это высказывание будет ложно, т. к. он не был ни в Индии, ни в Египте.

Исключающее ИЛИ.

- **Определение.** Высказывание, составленное из двух и более высказываний путем объединения их связкой «ЛИБО», называется разделительной дизъюнкцией (строгой), исключающим «или», сложением по модулю 2.
- **Правило.** Строгая или разделительная дизъюнкция – логическая операция, которая ставит в соответствие двум высказываниям новое высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда ровно одно из высказываний истинно.
- **Обозначение.** $A \oplus B$.
- **Таблица истинности.**

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Пример. Пусть $A = \{ \text{Кошка охотится за мышами} \}$,
 $B = \{ \text{Кошка спит на диване} \}$. Новое высказывание $A \oplus B$ будет истинны в двух случаях, когда кошка охотится за мышами или когда кошка мирно спит. Это высказывание будет ложным, если кошка не делает ни того, ни другого, ровно как и в случае, когда предполагается, что оба события будут происходить одновременно.
- **Задание.** Приведите примеры.

ИНВЕРСИЯ

Определение. Отрицание (инверсия) – логическая операция, которая каждому элементарному высказыванию ставит в соответствие новое высказывание, значение которого противоположно исходному.

В русском языке для построения отрицания используется связка «неверно, что».

Инверсия обращает истинное высказывание в ложное, а ложное в истинное.

Задание. Приведите примеры.

Пример. Отрицанием высказывания { У меня дома есть компьютер} будет высказывание

{Неверно, что у меня дома есть компьютер} или, что то же самое {У меня дома нет компьютера}.

Обозначение. $\neg A$

Таблица истинности.

A	$\neg A$
0	1
1	0

Примеры.

1. Отрицанием высказывания (Я не знаю татарского языка) будет высказывание (Неверно, что я не знаю татарского языка) или (Я знаю татарский язык).
2. Отрицанием высказывания {Все юноши 11-х классов — отличники) является высказывание {Неверно, что все юноши 11-х классов — отличники) или {Не все юноши 11-х классов — отличники) или другими словами, {Некоторые юноши 11-х классов — не отличники).

Пример 3. Высказывание {Все юноши 11-х классов — не отличники} не является отрицанием высказывания {Все юноши 11-х классов — отличники}.

Объясняется это следующим образом.

Высказывание {Все юноши 11-х классов — отличники) ложно. Отрицанием к ложному высказыванию должно быть высказывание, являющееся истинным.

Но высказывание (Все юноши 11-х классов не отличники) не является истинным, так как среди одиннадцатиклассников есть как отличники, так и не отличники.

Пример 2. Для высказывания {На стоянке стоят красные «Жигули»} следующие предложения отрицаниями являться не будут:

- 1) {На стоянке стоят не красные «Жигули»};
- 2) {На стоянке стоит белый «Мерседес»};
- 3) {Красные «Жигули» стоят не на стоянке}.

Правило построения отрицания к простому высказыванию:

При построении отрицания к простому высказыванию либо используется речевой оборот «неверно, что», либо отрицание строится к сказуемому, тогда к сказуемому добавляется частица «не», при этом слово «все» заменяется на «некоторые» и наоборот.

Задание. Постройте отрицание для высказываний:

- Все ребята умеют плавать.
- Невозможно создать вечный двигатель.
- Каждый человек – художник.
- Человек все может.
- Сегодня в театре идет опера «Евгений Онегин».

$$f = (a \vee b) \& (\neg a \vee \neg b)$$

. **Приоритет операций.**

Каждое составное высказывание можно выразить в виде формулы (логического выражения), в которую войдут символы, обозначающие высказывания и их отрицания, соединенные знаками логических операций.

Старшинство операций:

- Инверсия
- Конъюнкция
- Дизъюнкция

Задание. Расставить порядок действий логического выражения

$$f = (a \vee b) \& (\neg a \vee \neg b)$$

Задания для учащихся:

1. В следующих высказываниях выделите простые, обозначив каждое из них буквой; запишите с помощью букв и знаков логических операций каждое составное высказывание.
 - а) Число 376 четное и трехзначное.
 - б) Зимой дети катаются на коньках или на лыжах.
 - в) Новый год мы встретим на даче либо на Красной площади.
 - г) Неверно, что Солнце движется вокруг Земли.
 - д) Если 14 октября будет солнечным, то зима будет теплой.
 - е) Земля имеет форму шара, который из космоса кажется голубым.
 - ж) На уроке математики старшеклассники отвечали на вопросы учителя, а также писали самостоятельную работу.

2. Являются ли отрицаниями друг друга следующие пары предложений?

а) Он — мой друг. Он — мой враг.

б) Большой дом. Небольшой дом.

в) Большой дом. Маленький дом.

г) $X > 2$. $X < 2$.

3. Пусть $p = \{\text{Ане нравятся уроки математики}\}$, а $q = \{\text{Ане нравятся уроки химии}\}$. Выразите следующие формулы на естественном языке.

- | | | | |
|---|---|--|--|
| а) $\overline{p} \ \& \ q$; | г) $p \ \vee \ \overline{q}$; | ж) $\overline{\overline{p \ \& \ q}}$; | к) $p \ \rightarrow \ \underline{q}$; |
| б) $\overline{\overline{p}} \ \& \ q$; | д) $p \ \vee \ \overline{\overline{q}}$; | з) $\overline{\overline{p \ \vee \ q}}$; | л) $p \ \rightarrow \ \overline{q}$; |
| в) $p \ \& \ \overline{\overline{q}}$; | е) $\overline{\overline{p}} \ \vee \ \overline{\overline{q}}$; | и) $\overline{\overline{p \ \& \ \overline{q}}}$; | м) $\overline{\overline{p \ \rightarrow \ q}}$. |

Задания из ЕГЭ

A10. При каких значениях переменных логическое выражение $\neg(M = N) \vee \neg(M < P)$ принимает значение «Ложь»?

- A. $M=1; N=1; P=0$
- B. $M=-1; N=-1; P=0$
- C. $M=1; N=1; P=0$
- D. $M=0; N=0; P=-1$

A12. Из двух высказываний «дядя Федор и кот Матроскии не любят Молоко» и «Кот Матроскин не любит» Молоко одно ложно, а другое истинно. Кто из них не любит молоко?

- A. Оба не любят молоко.
- B. Оба любят Молоко.
- C. Кот Матроскин любит Молоко, а дядя Федор нет.
- D. дядя Федор любит молоко, а Кот Матроскин — нет.

Подведем итоги

- Что нового вы узнали сегодня на уроке?
- Как мы можем получить сложные высказывания из нескольких простых?
- Какие логические операции вы теперь знаете?
- От чего зависит истинность сложного высказывания?