

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и
Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)
Кафедра «Педагогика и психология дошкольного и начального образования»

ПРЕЗЕНТАЦИЯ по теме:

«Использование приема аналогии в процессе развития мышления учащихся. Примеры умозаключений по аналогии, которые можно использовать при изучении математических понятий в 1-4 классах. Типичные ошибки в вычислениях, которые допускают учащиеся начальных классов при необоснованном использовании приема аналогии»

Выполнила:

студентка группы НОЛ-118
очной формы обучения
Чулкова Кристина Евгеньевна

Проверила:

старший преподаватель
Болотова Татьяна Владимировна

Непременным условием развивающего обучения является **формирование у учеников умения рассуждать, то есть делать умозаключение и уметь обосновывать высказанное предположение.** Дети начальных классов должны научиться строить умозаключения по аналогии.

Аналогия - особый вид умозаключений, когда по причине сходства двух объектов по некоторым признакам и при наличии дополнительного признака у одного из них, делается вывод о наличии такого же признака у другого объекта.

Схематически:

Объект А обладает признаками a,b,c,x.

Объект В обладает признаками a,b,c.

Вывод: объект В обладает признаком X

Умозаключение по аналогии - это такое умозаключение, в котором на основании сходства двух объектов в некоторых признаках и при наличии дополнительного признака у одного из них, делается вывод о наличии такого же признака у другого объекта.

Выготский Л.С. отмечает, что природосообразный характер детского мышления определяется, прежде всего, преобладанием целостного эмоционально чувственного познания мира — особой формы отражения действительности посредством эмоциональных образов. Эти особенности природосообразного характера детского мышления подчеркивают значимость **аналогии**, в основе которой — идея сходства между различными явлениями действительности, способность к переносу известного в малоизвестные явления. В мышлении ребенка **аналогия** выступает «ключом к пониманию действительности, всеобщим принципом объяснения мира», аналогия ставит проблему, тогда как проверка, укрепление и устранение суждения требуют новых процессов мышления.

Прием аналогии в процессе обучения помогает ученикам открыть новые знания и способы деятельности, но, следует иметь в виду, что вывод по аналогии является лишь предположением, который в последующем необходимо доказывать или опровергать. Эта особенность аналогии не является препятствием для его использования в процессе обучения математике, так как:

- рассуждения идут под руководством учителя, который может поправить неверный вывод;
- учащиеся привыкают делать проверку полученного вывода.

С целью ориентации учащихся на использование аналогии необходимо в доступной для них форме разъяснить её сущность, обращая внимание на то, что в математике часто открытие нового способа вычислений, правила, закономерностей и т. п. осуществляется по догадке.

Как отмечает профессор Пензенского ПГУ А.К. Артемов, для применения аналогии в начальном обучении, придерживаются следующих правил:

1) аналогия основывается на сравнении и поэтому учащиеся должны в достаточной степени владеть этим приемом;

2) для использования аналогии необходимо иметь два объекта, один из которых хорошо известен учащимся, а другой сравнивается с ним;

3) при сравнении объектов тщательно изучают их сходство и различие в существенных в данной ситуации признаках;

4) при использовании аналогии учащимся в доступной форме разъясняют цели его применения, обратив их внимание на то, что в математике часто новые знания можно получить "по догадке", внимательно изучая известное знание и данное задание.

Вывод по аналогии осуществляется по следующим этапам:

- 1) *Выбираем 2 объекта, один из которых хорошо знаком ученикам (известный), а другой пока мало изучен (неизвестный). Эти объекты сравниваем по каким-либо признакам и подчеркиваем их сходство;*
- 2) *Подмечаем, что известный объект обладает особым свойством;*
- 3) *В силу сходства 2-х объектов делаем предположение о том, что и неизвестный объект обладает этим же свойством;*
- 4) *Выполняем проверку и убеждаемся, что предположение было верным.*

В основе приема аналогии лежат:

- *анализ* (операция, связанная с выделением элементов данного объекта, его признаков и свойств)
- *синтез* (соединение различных элементов в единое целое);
- *обобщение* (мысленное объединение предметов и явлений по их общим и существенным признакам);
- *сравнение* (сопоставление различных объектов, нахождение их общих и различных признаков).

В логике различают несколько видов аналогии, из которых в начальном обучении математике учитель может использовать:

- Аналогию свойств;
- Аналогию отношений;
- Аналогию действий.

Аналогия свойств

Аналогия свойств- аналогия, при которой на основе изучения существенных признаков одного объекта раскрываются новые свойства изучаемого объекта.

Например, в качестве примера А.К. Артемов приводит следующий факт: "Допустим, изучаются классы чисел. В классе единиц три разряда - единицы, десятки, сотни. В классе тысяч также три разряда - единицы тысяч, десятки тысяч, сотни тысяч. На вопросы "Сколько разрядов будет в следующем классе, который называется классом миллионов?" и "Как они называются?" учащиеся отвечают: "Три" - и называют их: "Единицы миллионов, десятки миллионов, сотни миллионов". Это - вывод по аналогии, в котором фиксируется определенное свойство вновь изучаемого объекта (класса миллионов)"

Аналогия отношений

Аналогия отношений - аналогия, при которой между данными объектами устанавливается некоторое отношение.

Тема: Сложение вида $34+20$, $34+2$ (1 класс).

Учащимся разъясняем цели применения аналогии: "Ребята! Сейчас мы с вами решим один пример. Если правильно ответите на мои вопросы, то вы сможете самостоятельно решить второй пример, который я напишу".

Разбираем решение примера $34+20=(30+4)+20=50+4=54$ и выявляем существенные признаки: представление числа в виде суммы разрядных слагаемых, применение правила прибавления числа к сумме. После этого предлагаем пример $34+2$ и высказываем "догадку" - нельзя ли и здесь поступить так же. Потом доказываем правомерность наших действий решением $34+2=(30+4)+2=30+(4+2)=30+6=36$ и проверкой по учебнику.

Тема: Нахождение времени движения по известному расстоянию и скорости (3 класс).

Перед решением задачи "Пассажир проехал в автобусе 90 км. Скорость автобуса 45 км/ч. Сколько времени ехал пассажир в автобусе? Запиши задачу в таблицу и реши её", практически демонстрируя наши действия и беседуя с учащимися, последовательно заполняем заранее подготовленную таблицу (последняя строка заполняется учащимися из задачи самостоятельно):

	Расстояние	Скорость	Время
Я прошагал	10 шагов	2 шага в сек.	$10:2=5$ (с.)
Ты прошагал	420 шагов	70 шагов в мин.	$420:70=6$ (мин.)
Пассажир	90 км	45 км/ч	$90:45=2$ (часа)

Вывод: чтобы найти время движения надо расстояние разделить на скорость.

В этой аналогии, отношения, установленные в первых двух случаях, помогают решить задачу и вывести соответствующее правило.

З а д а ч а: "В школе юннатов было 128 кролика. Когда несколько кроликов подарили другой школе, у них осталось 92 кролика. Сколько кроликов подарили юннаты?"

Допустим, что учащиеся по каким-то причинам (забыли, "страх" перед большими числами и др.) затрудняются в решении задачи. Применяя аналогию, учитель "возвращает" их в знакомую для них ранее ситуацию, сохраняя сюжет задачи. Как это делается, видно из следующей записи:

Решаемая задача

Было - 128 кролика

Подарили - ?

Осталось - 92 кролика

Аналогичная задача

Было - 5 книг

Подарили - ?

Осталось - 3 книги

После устанавливаем, что новую задачу иногда легко решить, если вспомнить такую же старую задачу с "маленькими" числами.

Как правило, аналогичная задача должна быть доступной для устного решения. В обучении слабых учащихся большую роль играет именно такой вариант аналогии, т.к. от условия данной задачи, через аналогичную задачу с "маленькими" числами с тем же сюжетом, легко переходить к выбору необходимого для решения действия.

Аналогия действий

Аналогия действий - аналогия, при которой на основе изучения ранее известного объекта выводится способ действия с изучаемым объектом.

Тема: Вычитание вида 42-5 (1 класс).

Сначала повторим ранее изученную тему: решите пример $47+5$ с подробным объяснением. После решения $47+5=47+(3+2)=50+2=52$ учитель проводит беседу:

- Почему к 47 сначала прибавили 3, а потом 2, можно ведь сначала прибавить 2, потом 3, или же 1 и 4? (Прибавим 3 и 47 дополним до разрядного числа 50, а к нему прибавлять 2 уже легче). Что самое главное при решении этого примера? (Главное - мы дополняем число до разрядного.) Нельзя ли по этому свойству решить пример $42-5$? (ответа может и не быть. - А. А.). Хорошо. Мы в первом примере 47 дополнили до 50, а здесь какое у нас число? (Число 42). До какого разрядного числа его можно "довести" и как? (До 40, для этого нам надо вычесть 2) На доске пока запишем: $42-5=(42-2)...$ Но нам надо вычесть 5, а не 2. (Значит надо вычесть еще и 3). Попробуйте самостоятельно завершить пример. ($42-5=(42-2)-3=40-3=37$.) Правильно. Ответьте теперь на вопрос: что же общего в этих примерах? ("Доводим" числа до разрядного числа.) Какие правила при их решении использованы? (Прибавление суммы к числу и вычитание суммы из числа). Ребята! А почему при изучении нового примера мы использовали ранее нам известный? (Потому что тот мы уже знали. Потом новый пример сравнили с ним и догадались: и здесь надо так делать.)

Тема: Вычитание суммы из числа (1 класс).

Под диктовку учащихся учитель на доске пишет три способа решения примера $7+(2+1)$:

$$7+(2+1)=7+3=10$$

$$7+(2+1)=(7+2)+1=9+1=10$$

$$7+(2+1)=(7+1)+2=8+2=10$$

Решение доказывают по правилу прибавления суммы к числу. После этого в примере $7+(2+1)$ во всех трех случаях впереди скобки "+" меняют на "-", получают пример $7-(2+1)$ и пытаются, заменив, где надо, "+" на "-", "исправить" решение. Полученные способы решения:

$$7-(2+1)=7-3=4$$

$$7-(2+1)=(7-2)-1=5-1=4$$

$$7-(2+1)=(7-1)-2=6-2=4$$

проверяют по учебнику, доказывают их правильность по рисунку и выводят правило: чтобы вычесть из числа сумму, можно из этого числа вычесть первое слагаемое и из полученного числа вычесть второе слагаемое.

Аналогия различается на:

- *простую аналогию*, при которой по сходству объектов в некоторых признаках заключают их сходство в других признаках;
- *распространенную аналогию*, при которой из сходства явлений делают вывод о сходстве причин.

В свою очередь, простая и распространенная аналогия может быть:

1) *строгой аналогией*, при которой признаки сравниваемых объектов находятся во взаимной зависимости;

2) *нестрогой аналогией*, при которой признаки сравниваемых объектов не находятся в явной взаимной зависимости

Аналогия является одним из самых распространенных методов научного исследования. Широкое применение аналогий часто приводит исследователя к более или менее правдоподобным предположениям о свойствах изучаемого объекта, которые могут быть затем подтверждены или опровергнуты опытом или более строгими рассуждениями.

Имеет смысл говорить о «полезной» и о «вредной» аналогии. Примером «полезной аналогии» является, в частности, мысленный перенос многих понятий и суждений, относящихся к планиметрии, в геометрию трехмерного пространства.

Например: «Прямоугольник аналогичен прямоугольному параллелепипеду. В самом деле, отношения между сторонами прямоугольника сходны с отношениями между гранями параллелепипеда:

Каждая сторона прямоугольника параллельна и равна одной другой стороне и перпендикулярна остальным.

Каждая грань прямоугольного параллелепипеда параллельна и равна одной другой грани и перпендикулярна остальным»

Не менее явная аналогия существует и между площадью прямоугольника и объемом прямоугольного параллелепипеда. Причем эта аналогия проявляется весьма широко, начиная от сходства формул $S = a \cdot b$ и $V = a \cdot b \cdot c$ и кончая сходством в структуре вывода этих формул (распадающегося на случаи, когда измерения названных фигур выражаются натуральными, положительными рациональными и действительными числами).

В качестве примера «вредной аналогии» можно привести перенос известных законов сложения конечных сумм на бесконечные.

Вот к каким результатам можно прийти, если, в частности, применить эту аналогию при нахождении суммы ряда

$$S = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots :$$

используя свойство прибавления разности, получим:

$$S = (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0 + 0 + 0 \dots = 0$$

б) используя свойство вычитания разности, получим:

$$S = 1 - (1 - 1) - (1 - 1) - (1 - 1) = 1 - 0 - 0 - 0 - \dots = 1$$

в) используя сочетательное свойство для алгебраической суммы, имеем:

$$S = 1 - (1 - 1 + 1 - \dots), \text{ или } S = 1 - S, \text{ откуда } 2S = 1 \text{ и } S = \frac{1}{2}$$

Понятно, что примененная здесь аналогия является незаконной; слишком глубокое качественное различие между конечным и бесконечным в математике уменьшает число аналогичных свойств, присущих тому и другому.

**Использование приема аналогии в
современных программах
начального обучения математики**

Использование аналогии при изучении арифметического материала

1. Табличные случаи умножения и деления, лежащие в основе умножения и деления круглых чисел (с использованием знания разрядного состава чисел):

а) умножение и деление чисел, оканчивающихся нулями (на основе разрядного состава числа):

$$20 \cdot 3 = 2 \text{ д.} \cdot 3 = 6 \text{ д.} = 60$$

$$80 : 4 = 8 \text{ д.} : 4 = 2 \text{ д.} = 20$$

$$200 \cdot 3 = 2 \text{ с.} \cdot 3 = 6 \text{ с.} = 600$$

$$240 : 3 = 24 \text{ д.} : 3 = 8 \text{ д.} = 80$$

б) умножение на круглое число (на основе разрядного состава числа и сочетательного свойства умножения):

$$15 \cdot 30 = 15 \cdot (3 \cdot 10) = (15 \cdot 3) \cdot 10 = 45 \cdot 10 = 450$$

в) деление на круглые числа:

$$240 : 30 = 240 : (10 \cdot 3) = 240 : 10 : 3 = 8$$

2. Письменные приемы сложения, вычитания, умножения, деления начинают изучать с простых случаев:

а) сложение

$$\begin{array}{r} + 73 \\ \hline 65 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 563 \\ \hline 97 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 826 \\ \hline 739 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 6123 \\ \hline 879 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 4028 \\ \hline 3796 \end{array}$$

б) вычитание

$$\begin{array}{r} _ 632 \\ \hline 51 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} _ 1300 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} _ 1675 \\ \hline 93 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} _ 6314 \\ \hline 597 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} _ 2739 \\ \hline 1027 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} _ 4008 \\ \hline 2372 \end{array}$$

в) умножение

$$\begin{array}{r} \times 32 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 36 \\ \hline 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 374 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 374 \\ \hline 92 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 5023 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 11099 \\ \hline 2 \end{array}$$

г) деление

$$\begin{array}{r} 452 \overline{) 4} \\ \underline{4} \\ 113 \end{array}$$

$$488 \overline{) 90}$$

$$4680 \overline{) 3}$$

$$4316 \overline{) 52}$$

$$5824 \overline{) 832}$$

$\underline{5}$

$\underline{4}$

$\underline{12}$

$\underline{12}$

0

$$16608 \overline{) 2076}$$

3. Свойство прибавления числа к сумме, усвоенное для случаев:

$$34 + 20 = (30 + 4) + 20 = (30 + 20) + 4 = 50 + 4 = 54,$$

$$34 + 5 = (30 + 4) + 5 = 30 + (4 + 5) = 30 + 9 = 39,$$

может быть использовано при вычислениях вида:

$$37 + 25 = (30 + 7) + (20 + 5) = (30 + 20) + (7 + 5) = 50 + 12 = 62$$

4. Умножение и деление многозначного числа на однозначное выполняется по аналогии с умножением (делением) двузначного числа на однозначное (на основе разрядного состава числа и распределительного закона умножения (деления) относительно сложения):

$$24 \cdot 3 = (20 + 4) \cdot 3 = 20 \cdot 3 + 4 \cdot 3 = 60 + 12 = 72$$

$$69 : 3 = (60 + 9) : 3 = 60 : 3 + 9 : 3 = 20 + 3 = 23$$

$$418 \cdot 3 = (400 + 10 + 8) \cdot 3 = 400 \cdot 3 + 10 \cdot 3 + 8 \cdot 3 = 1200 + 30 + 24 = 1254$$

$$8408 : 4 = (8\ 000 + 400 + 8) : 4 = 8000 : 4 + 400 : 4 + 8 : 4 = 2000 + 100 + 2 = 2102$$

5. Умножение многозначных чисел опирается на умножение многозначного числа на однозначное (на основе разрядного состава числа и распределительного закона умножения относительно сложения):

$$16 \cdot 12 = 16 \cdot (10 + 2) = 16 \cdot 10 + 16 \cdot 2 = 160 + 32 = 192;$$

$$286 \cdot 374 = 286 \cdot 300 + 286 \cdot 70 + 286 \cdot 4$$

Здесь можно ограничиться планом решения, так как это подготовка к письменным приёмам умножения.

Использование аналогии при изучении геометрического материала

1. *«Квадрат» по аналогии с «Прямоугольник»*

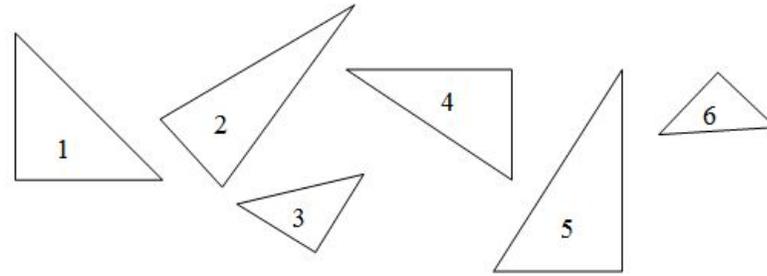
Сравниваем две фигуры и обсуждаем то, что раз квадрат тоже четырехугольник, у которого все углы прямые, то он тоже прямоугольник и его периметр можно найти также.

2. Прямоугольник аналогичен прямоугольному параллелепипеду.

Отношения между сторонами прямоугольника сходны с отношениями между гранями параллелепипеда:

- Каждая сторона прямоугольника параллельна и равна одной другой стороне и перпендикулярна остальным.
- Каждая грань прямоугольного параллелепипеда параллельна и равна одной другой грани и перпендикулярна остальным.

3. Сравни треугольники. Чем они похожи?



– Каждый из этих треугольников называют прямоугольными. Подумай, почему им дали такое название.

– Попробуй дать определение прямоугольного треугольника.

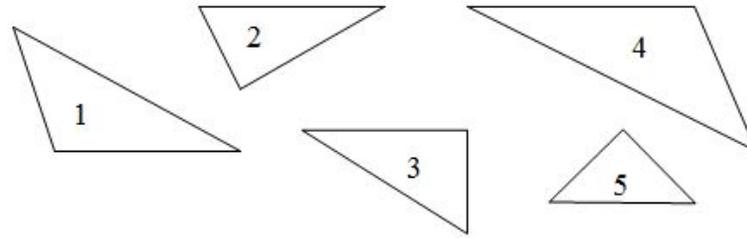
– Сравни своё определение с таким:

Треугольник, у которого есть прямой угол, называется прямоугольным.

Определения похожи? Если не похожи, то чем?

– Начерти разные прямоугольные треугольники.

4. Сравни треугольники



- Выпиши номера треугольников, название которых мы изучили
- Придумай названия остальным треугольникам.
- Подумай, им подойдёт название тупоугольные? Предложи своё определение тупоугольного треугольника.
- Если ты затрудняешься, вернись к определению прямоугольного треугольника. Чем будет отличаться новое определение?
- Начерти разные тупоугольные треугольники.

Использование аналогии при решении задач

Для использования аналогии в процессе обучения решению задач необходимо вначале восстановить способ решения аналогичной задачи. Затем предлагать решить новую задачу. Учащиеся путем сравнения выявляют сходство отношений новой задачи с отношениями в ранее решенной задачи. На основе установление сходства, они делают вывод, что план решения новой задачи похожим на план ранее решенной задачи.

Рассмотрим пример использования аналогии при решении задач отличающихся друг от друга содержанием, но имеющих сходство в отношениях между данными.

Задача 1. Из двух городов, находящихся на расстоянии 420 км друг от друга, выехали одновременно навстречу друг другу мотоциклист со скоростью 60 км/ч и автомобилист со скоростью 80 км/ч. Через сколько часов они встретятся?

Задача 2. Мастер за час изготавливает 80 деталей, а ученик — 60 деталей. За сколько часов, работая вместе, они изготовят 420 деталей?

Осуществляя сравнение задачи № 2 с ранее решенной задачей № 1 учитель обращает внимание учащихся на сходство отношений данных в этих задачах:

- Количество деталей – расстояние;
- Время совместной работы – время совместного движения;
- Производительность труда каждого мастера – скорость каждого предмета.

Задачу 1 решали путем нахождения общей скорости движения мотоциклиста и автомобилиста и деления на нее данной длины пути. У учащихся возникает догадка, что данную задачу нужно решать аналогично, но только сначала нужно найти производительность в час мастера и ученика (то есть отвечают на вопрос: сколько деталей изготавливает мастер и ученик за 1 час?).

Получим: 1) $80+60=140$ (дет) – изготовят мастер и ученик за 1 час. 2) $420: 140=3$ (ч) – число дней совместной работы.

Проверка позволяет установить правильность решения задачи: $80\times 3+60\times 3=420$ (деталей).

**Примеры умозаключений по аналогии,
которые можно использовать при изучении
математических понятий в 1 – 4 классах в
виде фрагментов уроков**

1 класс

Сложение и вычитание вида $\square + 4$, $\square - 4$

Выбираем 2 объекта. На доске записи:

$$6 + 3$$

$$6 + 4$$

$$9 - 3$$

$$10 - 4$$

Сравниваем эти записи: перечисляем общие признаки и отличия.

Сходства: одинаковые знаки действия в каждой строке, в каждом столбике действия выполняются с одним и тем же числом;

Отличия: числа в столбиках.

2) Подмечаем, что известный объект обладает особым свойством: $\square + 3$ $\square - 3$

Вспоминаем, что не так давно, в предыдущей части учебника, изучали прием

$$\frac{6 + 3}{6 + 2 + 1}$$

$$\frac{9 - 3}{9 - 2 - 1}$$

3- это 2 да 1. Чтобы к числу прибавить 3, нужно три раза прибавить по 1 или прибавить 2, а затем прибавить 1. Чтобы из числа вычесть 3, нужно три раза вычесть 1 или вычесть 2, а затем вычесть 1.

3) Делаем предположение, что прием $\begin{array}{l} \square + 4 \\ \square - 4 \end{array}$ решается таким же образом.

Предположение:

4- это 2 да 2. Чтобы к числу прибавить 4, нужно два раза прибавить по 2 или прибавить 3, а затем прибавить 1.

Чтобы из числа вычесть 4, нужно два раза вычесть по 2 или вычесть 3, а затем вычесть 1.

$$6 + 4 = 6 + 2 + 2 = 6 + 3 + 1 = 9$$

$$10 - 4 = 10 - 2 - 2 = 10 - 3 - 1 = 7$$

4) Так как мы это предположили, то вывод может быть и не верным. Поэтому необходимо выполнить **проверку**.

Для этого на доску выводим числовой ряд



Сначала проверяем сложение. Для этого, от цифры 5 двигаемся вправо на четыре шага. На какое число мы попали? (мы попали на число 9). Какой вывод из этого мы можем сделать? (наше предположение оказалось верным).

Проверим вычитание. Для этого, от цифры 10 двигаемся влево на четыре шага. На какое число мы попали? (мы попали на число 6). Какой вывод из этого мы можем сделать? (наше предположение оказалось верным).

2 класс

Прием вычисления вида 35-7

1) Выбираем 2 объекта. На доске 2 выражения

$$35 + 7$$

$$35 - 7$$

Сравниваем эти выражения: перечисляем общие признаки и отличия.

Сходства: одинаковые числа

Отличия: разные действия

Подмечаем, что известный объект обладает особым свойством:

2) Подмечаем, что известный объект обладает особым свойством:

Вспоминаем, что на предыдущем уроке мы научились выполнять подобные действия со сложением.

$$\begin{array}{r} 26 + 7 = \square \\ \wedge \\ 4 \quad 3 \\ (26 + 4) + 3 = 33 \end{array}$$

26 это 2 десятка и 6 единиц. Чтобы к числу 26 прибавить 7, надо сначала 26 довести до круглого десятка, возьмем 4 единицы у второго слагаемого, второе слагаемое 7 – это 4 и 3. К 26 прибавим 4, получили круглое число 30. Далее к 30 прибавляем 3. Получаем число 33.

3) Делаем предположение, что и в том, и в другом выражении действия выполняются через разряд десятков. Значит, видимо, можно вычесть тем же способом, что и в сложении, т. е. довести число до десятка, а потом вычесть оставшуюся часть.

Предположение: 35 это 3 десятка и 5 единиц. Чтобы из числа 35 вычесть 7, надо сначала число 35 довести до круглого десятка, вычтем 5 единиц у второго слагаемого, второе слагаемое 7 – это 5 и 2. Из 35 вычитаем 5, получили круглое число 30. Далее из 30 вычитаем 2.

Получаем число 28.

$$\begin{array}{r} 35 - 7 = \square \\ \wedge \\ 5 \quad 2 \end{array}$$

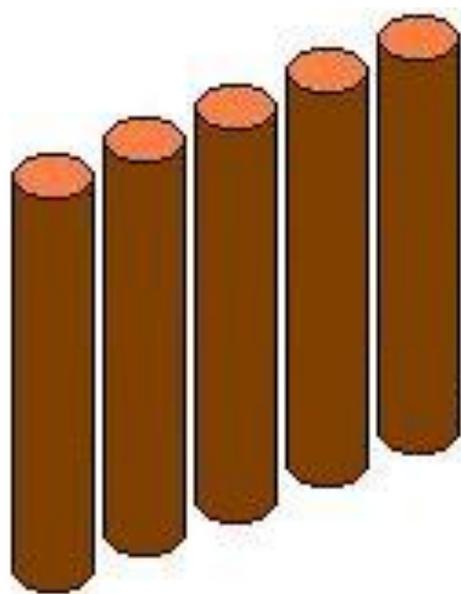
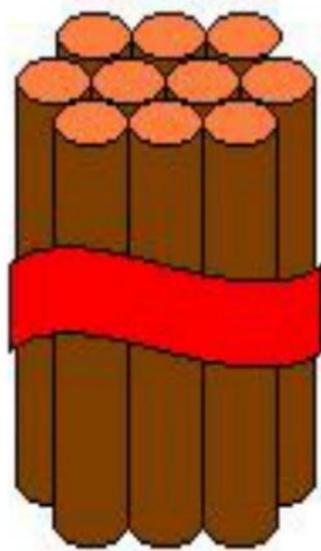
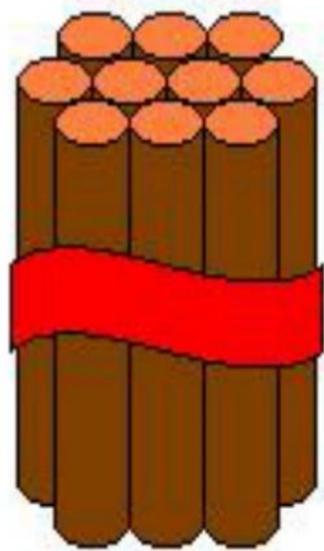
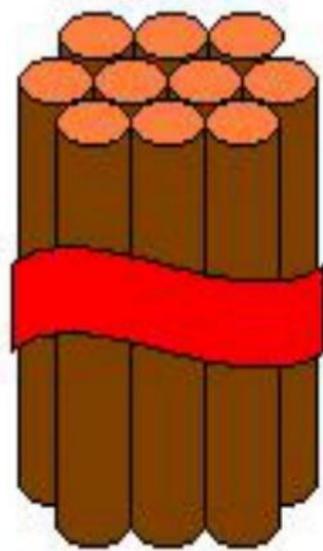
$$(35 - 5) - 2 = 28$$

4) Так как мы это предположили, то вывод может быть и не верным. Поэтому необходимо выполнить **проверку**.

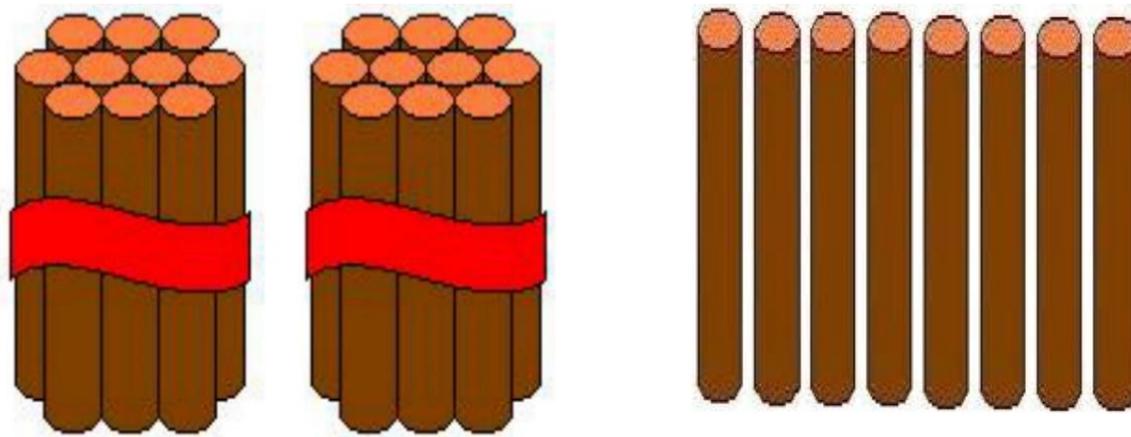
Для этого число 35 выложим с помощью палочек.

Возьмем три пучка по 10 штук и 5 палочек отдельно.

Почему? (потому что число 35 – это 3 десятка и 5 единиц.)



Уберем из этого числа 7 палочек, что получится?
(убираем 5 палочек, так как нам нужно убрать 7, то еще две палочки убираем из пучка, следовательно получается 2 пучка и 8 палочек). Какое число получилось и почему?
(Число 28 – потому что 2 десятка (пучка) и 8 единиц).
Какой вывод из этого мы можем сделать? (наше предположение оказалось верным).



3 класс

Сложение трехзначных чисел в столбик

1) *Выбираем 2 объекта.* На доске 2 выражения

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 42 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 523 \\ + 142 \\ \hline \end{array}$$

Сравниваем эти выражения: перечисляем общие признаки и отличия.

Сходства: одинаковые знаки действия;

Отличия: в первом выражении складываются двузначные числа, а во втором трехзначные.

2) Подмечаем, что известный объект обладает особым свойством:

Вспоминаем, что во 2 классе мы познакомились с письменным приемом сложения столбиком.

Вспоминаем алгоритм письменного сложения в пределах 100:

- 1. Пишу десятки под десятками, а единицы под единицами.**
- 2. Складываю единицы, пишу под единицами.**
- 3. Складываю десятки, пишу под десятками.**
- 4. Читаю ответ.**

3) *Делаем предположение, что и трехзначные числа можно складывать также, но появляется новый шаг - сложение сотен.*

4) Для проверки можно использовать модель (абак)

Сотни	Десятки	Единицы

Можно для проверки подсчитать, используя устный прием в строчку: $523+142=523+(100+40+2)=665$

4 класс

Письменное деление многозначного числа на однозначное число.

1) Выбираем 2 объекта. На доске 2 выражения

$$986:2 \quad 8876:7$$

Сравниваем эти выражения: перечисляем общие признаки и отличия.

Сходства: одинаковые знаки действия, деление на однозначное число;

Отличия: в первом выражении делят трехзначное число, а во втором четырехзначное.

2) Подмечаем, что известный объект обладает особым свойством:

Вспоминаем, что мы уже изучали деление трехзначного числа на однозначное

Вспоминаем алгоритм деления трехзначного числа на однозначное:

1. Делим сотни
2. Умножаем полученное число на делитель
3. Вычитаем из сотен полученное произведение
4. Переносим десятки
5. Делим десятки
6. Умножаем полученное число на делитель
7. Вычитаем из десятков полученное произведение
8. Переносим единицы
9. Делим единицы
10. Умножаем полученное число на делитель
11. Вычитаем из единиц полученное произведение
12. Пишем нуль

$$\begin{array}{r|l} 986 & 2 \\ - 8 & \hline \hline 18 & \\ - 18 & \\ \hline 6 & \\ - 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

3) Делаем предположение, что и многозначные числа можно складывать также, только еще появляется разряд тысяч.

$$\begin{array}{r} 8876 \quad | \quad 7 \\ \hline 7 \quad \quad | 1268 \\ \hline 18 \\ - \\ 14 \\ \hline 47 \\ - \\ 42 \\ \hline 56 \\ - \\ 56 \\ \hline 0 \end{array}$$

4) Так как мы это предположили, то вывод может быть и не верным. Поэтому необходимо выполнить **проверку**.

Для этого проверим результат деления умножением.

$$\begin{array}{r} 1268 \\ \times \quad 7 \\ \hline 8876 \end{array}$$

**Примеры некоторых понятий,
изучаемых в начальном курсе
математики, дополнительные сведения
о которых можно использовать на
уроках в начальной школе**

Значение понятия в математике	Значение понятия в других областях	Перевод с греческого, латинского
<p>Квадрат –</p> <p>1) прямоугольник с равными сторонами. 2) вторая степень числа (а), то есть a^2</p>	<p>Квадрат – в полиграфии единица длины, применяемая для измерения шрифтов, формата набора. 1 квадрат = 48 пунктам (ок. 18,05 мм).</p>	<p>От лат. – quadratus – четырехугольный</p>
<p>Круг - часть плоскости, ограниченная окружностью (содержащая ее центр). Площадь круга $S = R^2 \pi$, где R - радиус окружности, $\pi = 3,141592654\dots$ - отношение длины окружности к диаметру.</p>	<p>Круг – в древности, повязка на плече как знак отличия</p>	<p>От лат. «кольцо»</p>
<p>Линия - общая часть двух смежных областей поверхности. Движущаяся точка описывает при своем движении некоторую линию</p>	<p>Линия - 1) единица длины в системе английских мер, 1 линия = 1/12 дюйма = 0,21167 см. 2) В России мера длины. 1 линия –</p>	<p>от лат. linea – льняная нить</p>

Значение понятия в математике	Значение понятия в других областях	Перевод с греческого, латинского
<p>Периметр - длина замкнутого контура, сумма длин всех сторон многоугольника</p>	<p>Периметр - в математике: граница плоской фигуры, а также длина этой границы.</p>	<p>от греч . perimetreo - измеряю вокруг греч. perimetron - окружность</p>
<p>Ромб – параллелограмм с равными сторонами</p>	<p>Ромб - Название высшего офицерского знака различия такой формы на петлицах в Красной Армии</p>	<p>греч . rhombos</p>
<p>Треугольник - геометрическая фигура - многоугольник с тремя углами. Часть плоскости, ограниченная тремя отрезками прямых (сторонами треугольника), имеющими попарно по одному общему концу</p>	<p>Треугольник - Созвездие Северного полушария; с территории России лучше всего видно в конце лета, осенью и зимой.</p>	<p>лат . Triangulum</p>

Значение понятия в математике	Значение понятия в других областях	Перевод с греческого, латинского
<p>Угол (плоский) - геометрическая фигура, образованная двумя лучами (сторонами угла), выходящими из одной точки (вершины угла).</p>	<p>Угол – перелом, излом, колено, локоть, выступ или залом (впадина) об одной грани. Часть плоскости между двумя прямыми линиями, исходящими из одной точки</p>	<p>Ср. лат. <i>angulus</i> – “угол”</p>
<p>Шар - геометрическое тело, получающееся при вращении круга вокруг своего диаметра. Шар - часть пространства, ограниченная сферой.</p>	<p>Шар - у землекопов, слой, пласт земли. Класть масло шарами, в переслойку Шар - стар. церк., краска.</p>	<p>слой, пласт или ряд (польск. <i>szar</i>, ряд, гонта, черепицы) лат. <i>sphaera</i> шар, от греч. – мяч</p>
<p>Цифра – 1. Знак, обозначающий число. 2. Показатель, расчёт чего-нибудь, выраженный в числах.</p>	<p>Цифра - индийские математики называли знак обозначающий отсутствие некоторого разряда словом “сунья” - пустой.</p>	<p>лат. <i>cifra</i> – “цифра”, происходящего от арабск. слова “сифр”, означающего “нуль”.</p>

Значение понятия в математике	Значение понятия в других областях	Перевод с греческого, латинского
<p>Сумма – 1. Итог, результат сложения.</p> <p>2. Общее количество чего-нибудь (сумма всех данных).</p> <p>3. Определённое, то или иное количество денег (<i>затрачены крупные суммы</i>)</p>	<p>Сумма - итог, общее количество. Например: «К сумме разнородных впечатлений неожиданно прибавилось ещё одно новое» (Лесков); «Сумма всех данных»; «Вся сумма человеческих знаний».</p>	<p>лат. <i>summa</i> – “итог”, “общее количество”</p>
<p>ОВАЛ - замкнутая выпуклая плоская кривая. При этом под выпуклостью понимают свойство кривой иметь с любой прямой не более двух (действительных) общих точек.</p>	<p>Овал - овал лица определяется соотношением ширины лба к ширине подбородка, а также пропорцией длины и ширины лица.</p>	<p>от лат. <i>ovum</i> - яйцо</p>

Значение понятия в математике	Значение понятия в других областях	Перевод с греческого, латинского
<p>Площадь – 1. В математике: часть плоскости, заключённой внутри замкнутой геометрической фигуры (<i>площади квадрата</i>).</p> <p>2. Незастроенное большое ровное место (в городе, в селе), от которого обычно расходятся в разные стороны улицы (<i>Красная площадь в Москве</i>).</p> <p>3. Пространство. Помещение, предназначенное для какой-нибудь цели (<i>полезная площадь в доме</i>).</p>	<p>Площадь - часть поверхности, ограниченная каким-либо замкнутым контуром. Величина P выражается числом заключающихся в ней квадратных единиц.</p>	<p>греч. plateia – “широкая”.</p>

Значение понятия в математике	Значение понятия в других областях	Перевод с греческого, латинского
<p>Куб – 1. Правильный шестигранник, все грани которого – квадраты.</p> <p>2. В математике: произведение от умножения данного числа на само себя дважды.</p> <p>3. Кубический метр как мера объёма.</p> <p>4. Сосуд для перегонки и кипячения жидкостей.</p>	<p>Куб - кубоватый, кубастый, кубовидный, -образный, почти кубичный, близкий к кубу по виду, сундуковатый. a^3</p>	<p>греч. kubos – “игральная кость”.</p>
<p>Сфера – 1. Область, пределы распространения чего-нибудь.</p> <p>2. Среда, общественное окружение.</p>	<p>Сфера — сфера экономики, где производятся блага, полезный эффект которых проявляется в самом процессе их создания.</p>	<p>греч. sfaira – “шар”, “мяч”.</p>

Значение понятия в математике	Значение понятия в других областях	Перевод с греческого, латинского
<p>Цилиндр – 1. В математике: геометрическое тело, образуемое вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон.</p> <p>2. Предмет такой формы (напр., часть в машине).</p> <p>3. Высокая твёрдая шляпа такой формы с небольшими полями.</p>	<p>Цилиндром - называется тело, которое состоит из двух кругов, совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов</p>	<p>греч. kilindros – “валик”, “каток”</p>

Для того, чтобы детям было интереснее изучать предмет, им можно предложить изучение материала в виде игры.

Вот один из вариантов:

Подготавливаются карточки двух видов. На одних карточках написаны математические термины. Например: овал, круг, цилиндр, угол, шар, куб, площадь.

На других – перевод этих слов с латинского или греческого языков с изображением соответствующего объекта.

Например:



греч.
"сфера" –
шар, мяч.



греч.
"цилиндрос" –
валик, каток



от лат. "овум"
- яйцо



от лат.
"кольцо"



греч.
"платиа" –
широкая.



лат. "ангулус"



греч. "кубос" –
игральная
кость.

На обратной стороне этих карточек можно написать историю происхождения и развития этих терминов, интересные сведения из опыта их использования. Это позволит повысить интерес, расширить кругозор детей, повысить мотивацию учения.

Таким образом, прием аналогии можно использовать при изучении различных математических понятий, законов, формировании общеучебных умений.

**Примеры типичных ошибок в вычислениях,
которые допускают учащиеся начальных
классов при необоснованном использовании
приема аналогии**

Неверный результат получается иногда вследствие использования нерациональных приемов.

Например, выполняя сложение в случаях вида $3 + 6$, часть учеников вместо приема перестановки слагаемых использует прием присчитывания по единице (по 2, по 3), а это трудно, и ученики часто забывают, сколько единиц они уже прибавили и сколько осталось прибавить, вследствие чего получают неправильный результат ($3 + 6 = 8$, $3 + 6 = 10$ и т. п.).

Предупреждению таких ошибок помогает сравнение рациональных и нерациональных приемов вычислений. Так, обнаружив, что некоторые ученики допускают ошибки при решении примеров вида $3 + 6$, учитель спрашивает, как они решали пример ($3 + 1 = 4$, $4 + 1 = 5$ и т. д.), затем другие ученики объясняют, как можно решить этот пример быстрее, легче (надо переставить слагаемые $6 + 3 = 9$, результат помним наизусть). Здесь же ученики указывают, в каких случаях следует переставлять слагаемые (когда к меньшему числу прибавляем большее).

Смещение приемов вычитания, основанных на свойствах вычитания суммы из числа и числа из суммы.

Например:

$$50 - 36 = 50 - (30 + 6) = (50 - 30) + 6 = 26$$

$$56 - 30 = (50 + 6) - 30 = (50 - 30) - 6 = 14$$

Чтобы *предупредить* появление подобных ошибок, надо проводить специальную работу по сравнению смешиваемых приемов, выявляя при этом существенное различие. Ученикам предлагаются пары примеров, аналогичные приведенным, решая которые, они сравнивают каждый следующий шаг:

$$80 - 27 = 80 - (20 + 7)$$

$$87 - 20 = (80 + 7) - 20$$

В первом примере надо вычитать из 80 сумму чисел 20 и 7, а во втором – вычитать одно число 20 из суммы чисел 80 и 7.

$$80 - 27 = 80 - (20 + 7) = (80 - 20) - 7 = 53$$

$$87 - 20 = (80 + 7) - 20 = (80 - 20) + 7 = 67$$

В первом примере вычли 20 и вычли 7, а во втором вычли только 20 из 80 и к результату прибавили 7.

Целесообразно провести также сравнение приемов для случаев вида $60 - 28$ и $68 - 20$, $14 - 6$ и $16 - 4$ и т. п.

Выполнение сложения и вычитания над числами разных разрядов как над числами одного разряда.

Например, ученик складывает число десятков с числом единиц $54 + 2 = 74$, вычитает из числа единиц число десятков $57 - 40 = 53$ и т. п.

Для *предупреждения* названных ошибок полезно обсудить неверные решения примеров. Так, учитель предлагает найти среди данных примеров те, при решении которых допущена ошибка: $42 + 3 = 45$; $25 + 4 = 65$; $54 + 30 = 57$. Затем выясняется, какая допущена ошибка: во втором примере 4 единицы прибавили к двум десяткам и получили шесть десятков, это неправильно, единицы надо прибавлять к единицам, получится 29, а не 65; в третьем примере 3 десятка прибавили к четырем единицам получили семь единиц, это неверно, десятки надо прибавлять к десяткам, получится 84, а не 57. После этого еще раз повторяется, что единицы прибавляют к единицам, а десятки к десяткам. Такую работу следует провести и при рассмотрении примеров на вычитание. С учениками, которые часто допускают подобные ошибки, полезно вернуться к использованию счетного материала (пучки палочек и отдельные палочки, полоски с кружками и другие).

Смещение приемов внетабличного умножения и деления с приемом сложения.

Например: $35 * 2 = 65$, $68 : 2 = 38$.

Чтобы предупредить, а позднее устранить подобные ошибки, следует предлагать для решения с подробной записью и объяснением пары примеров вида $16 * 4$ и $16 + 4$, попутно выявляя существенное различие в приемах: при умножении двузначного числа на однозначное умножают на него и десятки, и единицы, после чего результаты складывают, а при сложении прибавляют однозначное число только к единицам. Такое же сравнение ведется при решении пар примеров вида $36 : 3$ и $36 + 3$. Для устранения подобных ошибок полезно проводить обсуждение неверных решений, аналогичных приведенным, в результате которого ученики сами находят ошибку (единицы не умножили или не разделили на число 2). Важно также, чтобы ученики выполняли проверку решения примеров на внетабличное умножение и деление: умножение проверяли делением произведения на один из компонентов, а деление – либо умножением частного на делитель, либо делением делимого на частное. Проверку следует выполнять преимущественно устно.

Смешение приемов внетабличного деления.

Например: $88 : 22 = 44$, $36 : 12 = 33$.

Здесь ученики вместо использования приема подбора частного, как и при делении двузначного числа на однозначное, делят десятки, получая при этом десятки, затем делят единицы и результаты складывают.

Для предупреждения таких ошибок целесообразно предложить для решения одновременно примеры вида $88 : 22$ и $88 : 2$, после чего сравнить как сами примеры, так и приемы их вычислений. В таких случаях также полезно проводить обсуждение неверно решенных примеров, выявляя при этом ошибку.

Ошибки, вызванные смешением устных приемов умножения на двузначные разрядные и неразрядные числа.

Например: $34 * 20 = 408$ (умножили 34 на 2, затем 34 умножили на 10 и сложили полученные произведения 58 и 340), $34 * 12 = 680$ (умножили 34 на 2 и результат 68 умножили на 10).

Как и в других случаях смешения приемов, целесообразно сравнить их и установить существенное различие: при умножении на разрядные числа умножаем число на произведение, т.е. умножаем его на один из множителей, а при умножении на двузначные неразрядные числа умножаем число на сумму разрядных слагаемых: умножаем его на каждое слагаемое и результаты складываем. Умение выполнять проверку решения способом прикидки результата и, опираясь на связь между компонентами и результатом умножения, поможет ученикам выявить ошибку.

Ошибки, обусловленные смешением устных приемов деления на разрядные числа и умножения на двузначные неразрядные числа.

Например: $420 : 70 = 102$.

Ученик по аналогии с умножением на двузначное неразрядное число выполнил деление так: разделили 420 на 10, затем 420 разделили на 7 и полученные результаты 42 и 60 сложили.

Для предупреждения таких ошибок надо сравнить приемы для соответствующих случаев деления и умножения ($420 : 70$ и $42 * 17$) и установить существенное различие (при делении на разрядные двузначные числа – делим на произведение, а при умножении на двузначные неразрядные числа – умножаем на сумму). Полезно с этой же целью проанализировать решения, в которых допущены ошибки, аналогичные приведенным. Такие ошибки легко могут установить сами ученики, если выполнят проверку, умножив частное на делитель ($102 * 7 = 7140$, а должно получиться 420).

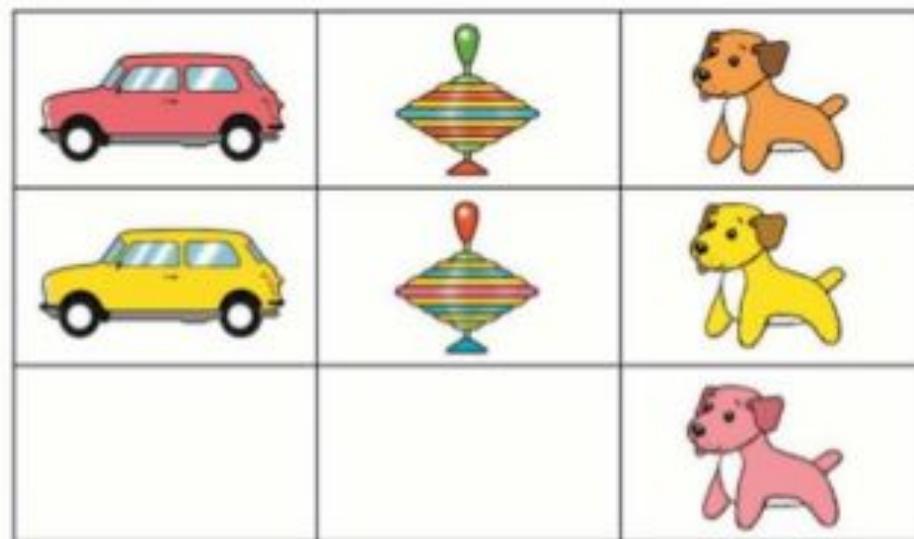
С целью формирования у младших школьников приема аналогии можно предложить следующие задания:

- предлагать образец и требовать выполнения задания в точности по образцу;
- предлагать задания, в котором даётся образец и требуется выполнить задание по аналогии с образцом, но в измененных условиях;
- предлагать задания, не требующие вычислений;
- составлять задачу, аналогичную данной;
- проводить рассуждение при решении задачи по аналогии с решением сходной задачи.

Анализ вариативных программ в курсе математики начальных классов

Программа Моро М. И.
(УМК «Школа России»)

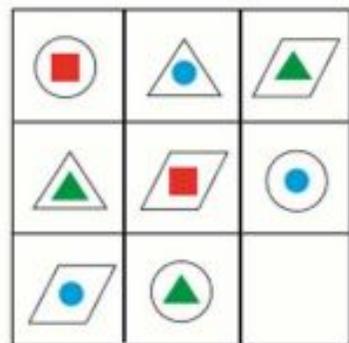
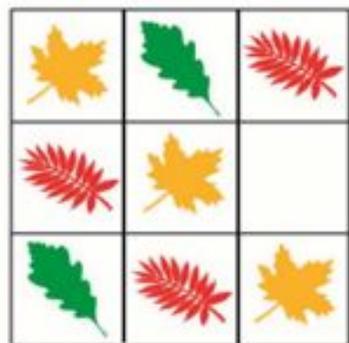
М1М ч.1, с.27- учащиеся по аналогии с имеющимися рисунками определяют, что можно сделать, чтобы всех игрушек стало поровну



Объясни, что можно сделать, чтобы всех игрушек стало поровну. Укажи два способа.

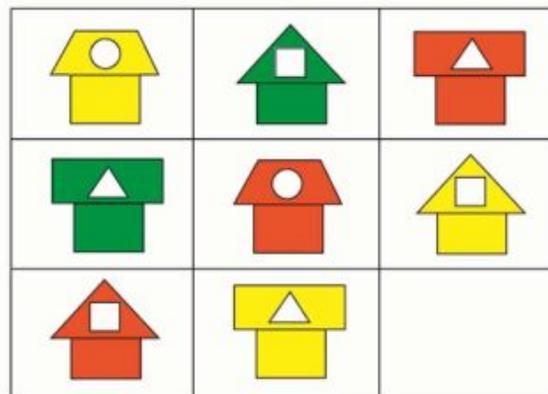
В данных заданиях учащиеся определяют закономерность, по которой составлена таблица, и рисуют в свободной клетке нужную фигуру по аналогии

2. Как составлена каждая таблица? Какую фигуру надо нарисовать в свободной клетке каждой из них, чтобы все строки и столбцы были разными?



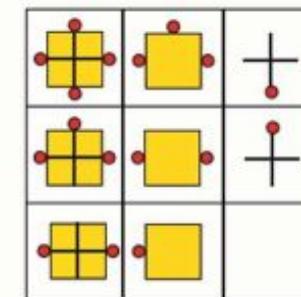
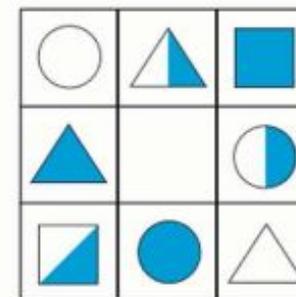
М1М ч.1, с.27

3. Какой домик надо нарисовать в свободной клетке таблицы, чтобы все строки и столбцы были разными?



М1М ч.1, с.29

4. Рассмотрите таблицы.



Определи правило, по которому составлена каждая из них. Заполни свободную клетку в каждой таблице.

М1М ч.1, с.75

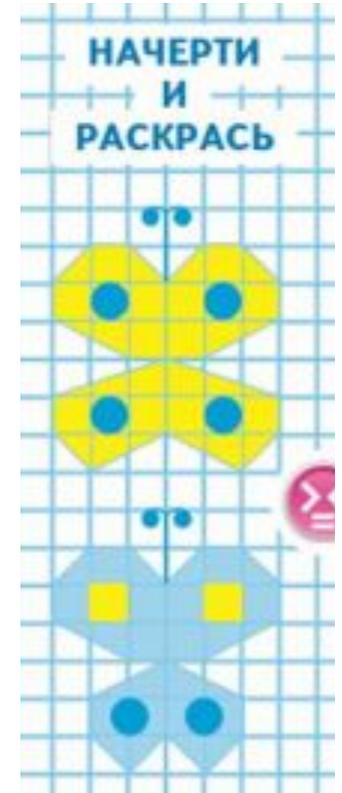
Учащиеся в тетрадях чертят фигуру, которая аналогична той, что дана на полях страницы



Начерти в тетради такую фигуру. Как она называется?

The image shows a colorful illustration of a landscape with green hills, a brown path, and a hedgehog. To the right, a grid contains a pink trapezoid with a vertical left side, a horizontal bottom side, a vertical right side, and a diagonal top side. Below the grid is a pink arrow pointing left with a question mark, and a blue circular icon with a grid pattern.

М1М ч.1, с.51



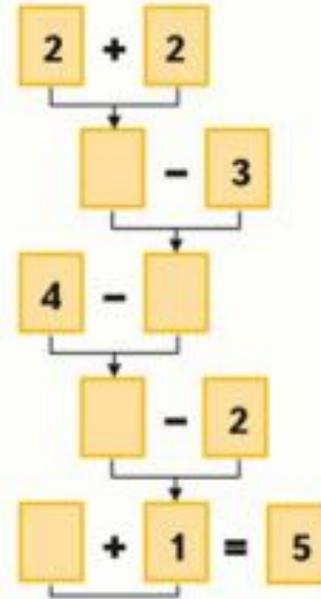
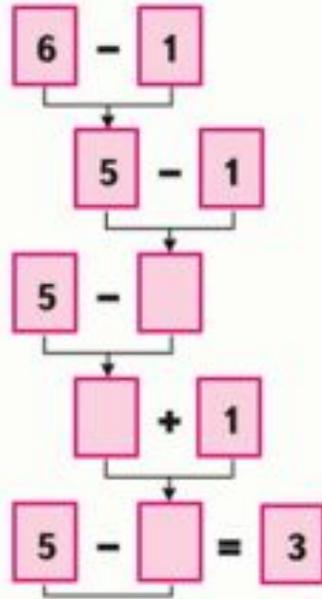
НАЧЕРТИ
И
РАСКРАСЬ

The image shows a grid with the text 'НАЧЕРТИ И РАСКРАСЬ' at the top. Below the text are two rows of butterfly patterns. The first row has two yellow butterflies with blue spots. The second row has two blue butterflies with yellow spots. A pink circular icon with a grid pattern is visible on the right side.

М1М ч.1, с.56

М1М ч.1, с.73- учащиеся смотрят на первые вычисления и продолжают их по аналогии

Вычисли устно.



Учащиеся сравнивают примеры в каждом столбике, определяют закономерность и по аналогии записывают следующий пример

11. Сравни примеры в каждом столбике и запиши следующий пример. Выполни вычисления.

$1 + 2$	$3 + 1$	$10 - 2$	$8 - 1$
$2 + 2$	$4 + 1$	$9 - 2$	$7 - 1$
$3 + 2$	$5 + 1$	$8 - 2$	$6 - 1$
...

М1М ч.1, с.101

4. $60 - 50 + 3$	$14 - 8 + 6$	$11 - 9 + 8$
$70 - 50 + 4$	$13 - 7 + 5$	$11 - 8 + 7$
...

М2М ч.1, с.28

Учащиеся по аналогии с первым столбиком вписывают в пустые окошки нужные числа/знаки

$$\begin{array}{l} 2. \quad 5 + 3 = 8 \\ \quad \quad 8 = 5 + 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 7 + 3 = 10 \\ 10 = \square + \square \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6 + 3 = \square \\ \square = \square + \square \end{array}$$

М1М ч.1, с.112

$$\begin{array}{l} 6. \quad 17 - 8 < 10 \\ \quad \quad 9 < 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5 \bigcirc 12 - 7 \\ 5 \bigcirc \square \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 20 \bigcirc 9 + 9 \\ 20 \bigcirc 10 + 10 \end{array}$$

М2М ч.1, с.34

Учащиеся находят закономерность написания следующих чисел в ряду и продолжают по аналогии

15. Объясни, как получается следующее число в каждом ряду, и продолжи ряды:

1) 10, 8, 6, ... ;

3) 9, 7, 5, ... ;

2) 0, 3, 6, ... ;

4) 1, 3, 5,

М1М ч.2, с.25

3. Определи, по какому правилу построен каждый ряд чисел, и продолжи его.

1) 600 007, 600 008, 600 009, ... ;

2) 100 000, 200 000, 300 000,

М4М ч.1, с.34

ПРОДОЛЖИ
РЯД ЧИСЕЛ:

1
3
7
13
21
...
...
...

М2М ч.2, с.13

ПРОДОЛЖИ
РЯД ЧИСЕЛ:

3 → 9
2 → 6
5 → 15
9 →
7 →
8 →

М3М ч.1, с.39

Учащиеся по аналогии с первым столбцом таблицы
выполняют заполнение всей таблицы

5.

Слагаемое	6	7		4	8	3
Слагаемое	2		3	5		6
Сумма	8	10	8		9	

М1М ч.2, с.37

1.

d	6	7	8	9	10
$d - 5$	1				
$d + 10$	16				

М2М ч.1, с.78

136.

a	80	90		100	c	420	490		500
b	6	7	8		d	6	7	9	
$a \cdot b$	480		560	900	$c : d$	70		60	5

М4М ч.1, с.29

М1М ч.2, с.59- учащиеся находят закономерность получения каждого числа нижнего ряда из числа, записанного над ним в верхнем ряду и продолжают нижний ряд по аналогии

20. Как получить каждое число нижнего ряда из числа, записанного над ним в верхнем ряду? Продолжи нижний ряд.

9	4	10	1	6	8	7	5
19	14	20	11	□	□	□	□

Учащиеся по аналогии с примером выполняют задание

2. Вспомни, суммой каких двух слагаемых можно заменить каждое из чисел от 2 до 10.

Например: $5 = 4 + 1$, $5 = 1 + 4$,
 $5 = 2 + 3$, $5 = 3 + 2$.

М1М ч.2, с.102

3. Используя в каждом случае 4 раза цифру 4, знаки арифметических действий и, если надо, скобки, составь 10 выражений со значениями от 1 до 10.

Например: $4 : 4 + 4 - 4 = 1$
 $4 : 4 + 4 : 4 = 2$

Если понадобится, то две рядом стоящие цифры можно считать двузначным числом.

М3М ч.1, с.28

М2М ч.1, с.29- учащиеся находят закономерность написания двузначных чисел и по аналогии продолжают запись

6. Продолжи запись двузначных чисел.

9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Чем похожи все эти числа?

Учащиеся по аналогии с задачами составляют свою задачу

24. 1) После обеда Слава гулял 2 ч, делал уроки 1 ч, а потом до самого ужина рисовал 3 ч. В котором часу Слава ужинал, если обедал он в 2 ч?
- 2) Составь похожую задачу о том, как прошёл твой день, и реши её.

М2М ч.1, с.55

2. 1) Папа купил детям шоколадное, фруктовое и ванильное мороженое, по одному каждого сорта. Сколько сдачи он должен получить с 50 р.?

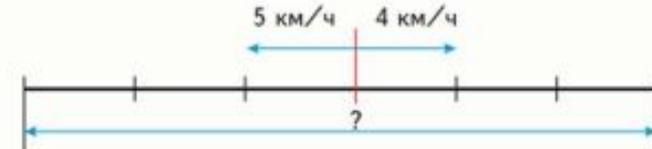


- 2) Мальчик купил 2 фруктовых и 1 шоколадное мороженое. Сколько стоила эта покупка?
- 3) Составь похожие задачи и реши их.

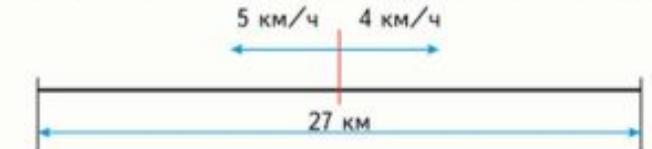
М3М ч.1, с.73

Продолжаем учиться решать, составлять, сравнивать задачи, выполнять вычисления.

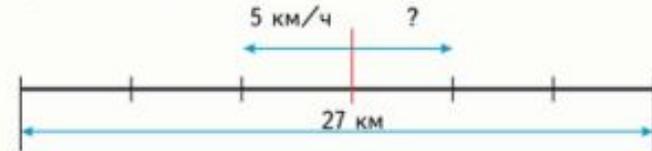
125. 1) Из посёлка вышли одновременно в противоположных направлениях два пешехода. Скорость одного пешехода 5 км/ч, скорость другого 4 км/ч. На каком расстоянии друг от друга будут пешеходы через 3 ч?



- 2) Из посёлка вышли одновременно в противоположных направлениях два пешехода. Скорость одного пешехода 5 км/ч, скорость другого 4 км/ч. Через сколько часов расстояние между ними будет 27 км?



- 3) Из посёлка вышли одновременно в противоположных направлениях два пешехода. Через 3 ч расстояние между ними было 27 км. Первый пешеход шёл со скоростью 5 км/ч. С какой скоростью шёл второй пешеход?



126. Составь и реши 3 похожие задачи.

М4М ч.2, с.33

Программа Чекина А. Л.
(УМК «Перспективная начальная
школа»)

М1Ч ч.1, с.33- учащиеся по аналогии с рисунком, который дан на странице учебника, рисуют его в тетради



М2Ч ч.1, с.68- учащиеся устанавливают правило, по которому составлена последовательность и по аналогии составляют свою последовательность

② Известны первые три числа некоторой последовательности: 18, 28, 38.

 По какому правилу в этой последовательности может получаться каждое следующее число из предыдущего?

Составь свою последовательность по этому же правилу и запиши первые четыре числа составленной последовательности.

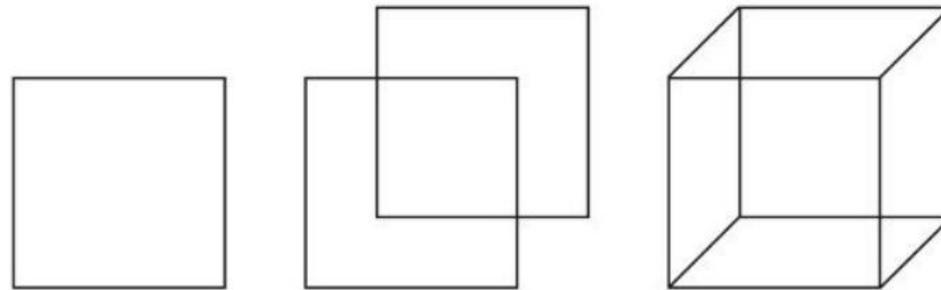
③ Числа 90, 75, 60 являются первыми тремя числами некоторой последовательности.

 По какому правилу может быть составлена эта последовательность?

Используя это правило, вычисли четвертое число этой последовательности.

МЗЧ ч.1, с.22- учащиеся по аналогии выполняют построение в тетради

60. Повтори построения в тетради, как это показано на рисунках.



В результате у тебя получился рисунок аквариума. Его можно «заполнить» водой и «заселить» рыбками и водорослями.

МЗЧ ч.2, с.15- учащиеся по аналогии составляют равенство для выражения

30. Миша и Маша решали следующую задачу.

В школу привезли 6 пачек тетрадей в клетку и 4 пачки тетрадей в линейку. В каждой пачке по 25 тетрадей. Сколько всего тетрадей привезли в школу?



Дай пояснения к каждому действию решения Миши. Чем решение Миши отличается от решения Маши?

Запись Миши

- 1) $25 \cdot 6 = 150$ (тет.)
- 2) $25 \cdot 4 = 100$ (тет.)
- 3) $150 + 100 = 250$ (тет.)

Запись Маши

- 1) $6 + 4 = 10$ (пач.)
- 2) $25 \cdot 10 = 250$ (тет.)

Сравни значения выражений $25 \cdot 6 + 25 \cdot 4$ и $25 \cdot (6 + 4)$. Запиши результат сравнения в виде равенства.

$$25 \cdot (6 + 4) = 25 \cdot 6 + 25 \cdot 4$$

Чье решение записано в левой части этого равенства? А в правой части?

В каком выражении число умножается на сумму?

Составь аналогичное равенство для выражения $15 \cdot (10 + 20)$ и докажи, что оно верно.

МЗЧ ч.2, с.22-23- учащиеся по аналогии вычисляют значение произведения

49. Восстанови пропущенные цифры, обозначенные знаком *.

$$\begin{array}{r} \times 145 \\ \times \quad *7 \\ \hline + 1**5 \\ \hline + 435 \\ \hline ***** \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 3261 \\ \times \quad *3 \\ \hline + \quad * * * * \\ \hline + 9783 \\ \hline * * * * * * \end{array}$$

50. Проверь, правильно ли выполнено умножение числа 1634 на 5 и на 7.

$$\begin{array}{r} \times 1634 \\ \times \quad 5 \\ \hline 8170 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1634 \\ \times \quad 7 \\ \hline 11438 \end{array}$$

Используя данные результаты умножения, вычисли значение произведения $1634 \cdot 75$. Какие

22

числа для этого нужно сложить? Сделай полную запись вычисления значения этого произведения столбиком.

Аналогично вычисли значение произведения $1634 \cdot 57$.

М4Ч ч.1, с.60- учащиеся приведен соответствующий случай деления с остатком и для следующего равенства аналогично они составляют и записывают другой случай деления с остатком



180. Проверь, правильно ли для данного равенства приведён соответствующий случай деления с остатком.

$$58 = 8 \cdot 7 + 2$$

$$58 : 8 = 7 \text{ (ост. 2)}$$

Для следующего равенства аналогично составь и запиши соответствующий случай деления с остатком.

$$12 = 15 \cdot 0 + 12$$

М4Ч ч.1, с.86- учащиеся должны ответить на вопрос о том, какая величина аналогична величине «скорость»



281. Чем похожи и чем отличаются формулировки двух данных задач?

а. Мотоциклист двигался с постоянной скоростью 80 км/ч в течение 3 ч. Какое расстояние преодолел мотоциклист за это время?

б. Цена проката водного велосипеда 80 руб./ч. Сколько нужно заплатить за 3 ч катания на этом велосипеде?

Решите задачи. Вычислите и запишите ответы.

Чем похожи и чем отличаются решения и ответы этих задач?



Можно ли утверждать, что эти задачи аналогичны, только в них речь идёт о разных процессах и величинах?

Какая величина аналогична величине «скорость» в сюжете, описанном во второй задаче?

Учащиеся устанавливают закономерность последовательности чисел и по аналогии продолжают ряд



409. Установите закономерность и продолжите каждую последовательность чисел ещё тремя числами.

1, 12, 123, ...

55555, 4444, ...

10, 100, 1000, ...

1, 20, 300, ...

МЗЧ ч.2, с.135

384. Последовательность начинается с числа 2, а каждое следующее число получается из предыдущего в два этапа: сначала предыдущее число нужно увеличить в 2 раза, а потом получившееся число нужно увеличить на 2.

Одна из трёх данных последовательностей составлена по этому правилу:

а) 2, 6, 18, ... б) 2, 6, 10, ... в) 2, 6, 14, ...



Установи, какая это последовательность, и перепиши её в тетрадь. Напиши первые четыре числа

М4Ч ч.1, с.113

Программа Истоминой Н. Б.
(УМК «Гармония»)

Учащиеся устанавливают закономерность составленных столбцов и по аналогии продолжают каждый из них.

175. По какому правилу составлен столбец неравенств?

1) $7 > 1$	2) $9 > 8$	3) $1 < 2$	4) $8 > 5$
$7 > 2$	$8 > 7$	$2 < 3$	$8 > 4$
$7 > 3$	$7 > 6$	$3 < 4$	$8 > 3$
$7 > 4$	$6 > 5$	$4 < 5$	$8 > 2$



Продолжи каждый столбец по тому же правилу.

М1И ч.1, с.78

226. Найди правило, по которому составлены столбцы выражений.

1) $9 + 3 + 4$	2) $8 + 4 + 5$	3) $7 + 6 + 4$
$12 + 4$	$12 + 5$	$13 + 4$
$9 + 7$	$8 + 9$	$7 + 10$



Составь столбцы по тому же правилу для выражений:

- $18 + 30 + 40$
- $40 + 8 + 50$
- $12 + 3 + 20$

- Вычисли значения всех выражений.
- Что ты заметил?

М2И ч.1, с.68

М2И ч.1, с.4- учащиеся находят правило, по которому составлена таблица и по аналогии записывают верные равенства по тому же правилу

2.  Найди правило, по которому составлена таблица, и запиши верные равенства по тому же правилу.

1)

		3	1	5	4
5					
3					
4			9		

2)

		4	5	6	7
9					
7					
8			2		

М2И ч.1, с.4- учащиеся находят правило, по которому составлены пары выражений и по аналогии составляют пары выражений только уже с другими числами

5. По какому правилу составлены пары выражений?

1) $8 - 6$

2) $7 - 2$

3) $9 - 5$

$80 - 60$

$70 - 20$

$90 - 50$



Составь пары выражений с другими числами по тому же правилу.

М2И ч.1, с.31- учащиеся догадываются, что обозначено в таблице знаками + и −, и по аналогии завершают ее заполнение

109. Боря, Коля и Лена заняли призовые места в олимпиаде по математике. У Лены не первое место, а Боря занял не первое место и не второе. Кто какое место занял?



Начерти такую же таблицу.

Имена Места	Боря	Коля	Лена
1-е	−		−
2-е	−		
3-е	+		

- Догадайся, что обозначено в таблице знаками + и −.
- Заверши заполнение таблицы и подумай, как проверить свой ответ.

М2И ч.1, с.77- учащиеся разгадывают правила, по которому подобраны 3 числа и по аналогии с ними записывают верные равенства

243. Разгадай правило, по которому подобраны 3 числа.

12	9	3
----	---	---

14	6	8
----	---	---

12	8	4
----	---	---

13	8	5
----	---	---



Подбери по этому же правилу пропущенные числа и запиши с ними верные равенства.

14	5	
----	---	--

13		6
----	--	---

17	9	
----	---	--

15		9
----	--	---

Учащиеся находят закономерность написания ряда чисел и по аналогии продолжают его

2. Чем похожи все ряды чисел?

- 1) 2, 4, 6, 8, 10, ...
- 2) 32, 34, 36, 38, 40, ...
- 3) 132, 134, 136, 138, 140, ...



Запиши в каждый ряд ещё пять чисел по такому же правилу.

МЗИ ч.1, с.4

6. Найди правило, по которому записаны числа.

- 1) 1001, 2003, 3005, 4007, ...
- 2) 10017, 10022, 10027, 10032, ...
- 3) 5279, 5274, 5269, 5264, ...



Запиши в ряду еще 4 числа по тому же правилу.

М4И ч.1, с.4

51. Разгадай закономерность в записи ряда чисел и продолжи его.



- 1) 28, 32, 29, 33, 30, ...
- 2) 37, 40, 38, 41, 39, ...

М2И ч.2, с.17

Учащиеся устанавливаю правило, по которому составлены столбцы выражений и по аналогии составляют такие же столбцы для других выражений

226. Найди правило, по которому составлены столбцы выражений.

1) $9 + 3 + 4$	2) $8 + 4 + 5$	3) $7 + 6 + 4$
$12 + 4$	$12 + 5$	$13 + 4$
$9 + 7$	$8 + 9$	$7 + 10$

 Составь столбцы по тому же правилу для выражений:

1) $18 + 30 + 40$
2) $40 + 8 + 50$
3) $12 + 3 + 20$

- Вычисли значения всех выражений.
- Что ты заметил?

М2И ч.1, с.68

2. По какому правилу составлены столбцы выражений?



$7 \cdot 8$	$8 \cdot 9$
$(42 : 6) \cdot (32 : 4)$	$(64 : 8) \cdot (36 : 4)$
$700 \cdot 80$	$800 \cdot 90$
$(4200 : 6) \cdot (320 : 4)$	$(6400 : 8) \cdot (360 : 4)$



Составь такие же столбцы для выражений.

1) $6 \cdot 7$	2) $4 \cdot 9$	3) $9 \cdot 3$
4) $5 \cdot 8$	5) $4 \cdot 7$	6) $8 \cdot 6$

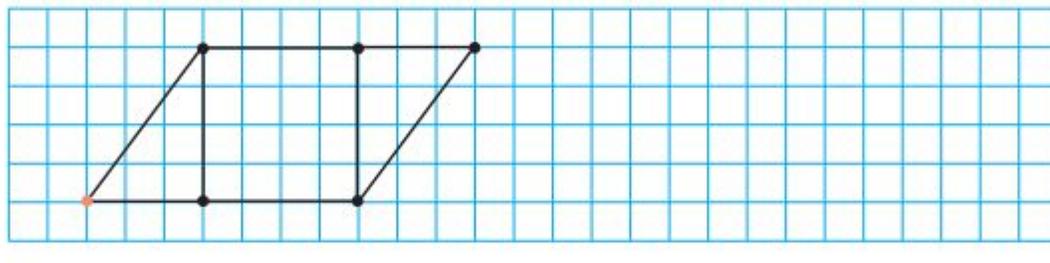
- Найди значения третьего и четвертого выражений в каждом столбце.

М4И ч.1, с.3

Программа Демидовой Т. Е.
(УМК «Школа 2100»)

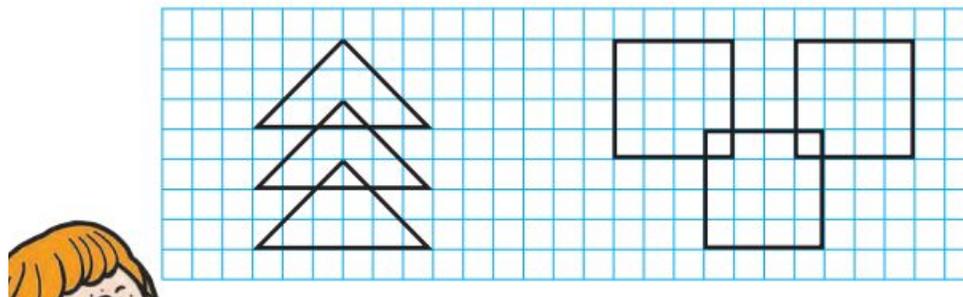
Учащиеся по аналогии с фигурами, которые даны в учебнике рисуют фигуры в тетради

7 Начертите в тетради по клеточкам такую же фигуру.



М1Д ч.2, с.5

10 * Нарисуйте такие же фигуры. Обведите их, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя одну и ту же линию дважды.



М2Д ч.1, с.41

Учащиеся находят закономерность и по аналогии продолжают ряд чисел

1 ● Найдите закономерности и продолжите ряды чисел. Пользуйтесь числовым отрезком:

а) 2, 4, 6, ...;

б) 18, 15, 12, ...

● Назовите в каждом ряду сначала однозначные, а потом двузначные числа.

М2Д ч.1, с.41

1 ● Найдите закономерность и продолжите ряды:

а) 2, 20, 3, 30, 4, ...

б) 80, 40, 20, ...

М3Д ч.1, с.36

4 ● Найдите закономерность и назовите пропущенные числа.

а) 7 800, 7 801, 7 802, ..., 7 804, ..., ...;

б) 23 908, 23 808, ..., 23 608, ..., ...;

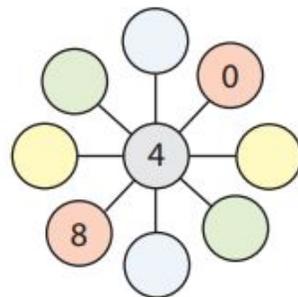
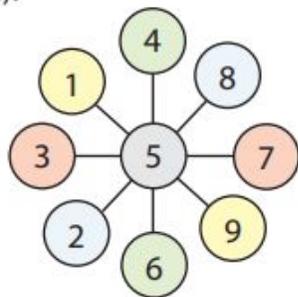
в) 398 050, 388 050, 378 050, ..., ...,

Прочитайте ряды, в которых числа записаны в порядке убывания.

М4Д ч.2, с.65

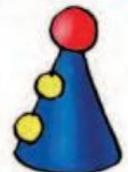
М2Д ч.1, с.49- учащиеся находят закономерность в расположении чисел и по аналогии называют числа, которые надо расставить в кружках на рисунке справа

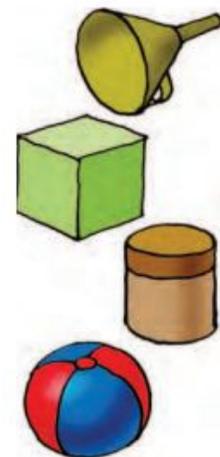
6 Найдите закономерность в расположении чисел на рисунке слева. Используя эту закономерность, назовите числа, которые надо расставить в кружках на рисунке справа (все числа должны быть разными).



М2Д ч.1, с.73- учащиеся по аналогии с данными предметами в таблице определяют какие из предметов на рисунке справа можно поместить в таблицу

9 Расскажите, какие из предметов на рисунке справа можно поместить в таблицу. Выберите предмет для каждой ячейки.

		?
		?



М4Д ч.1, с.45- учащиеся находят закономерность и по аналогии продолжают записи каждого столбика хотя бы на одно выражение

6 Помогите Денису найти закономерность и продолжить записи каждого столбика хотя бы на одно выражение.

$$72 : 8$$
$$(24 + 48) : 8$$
$$(32 + 40) : 8$$

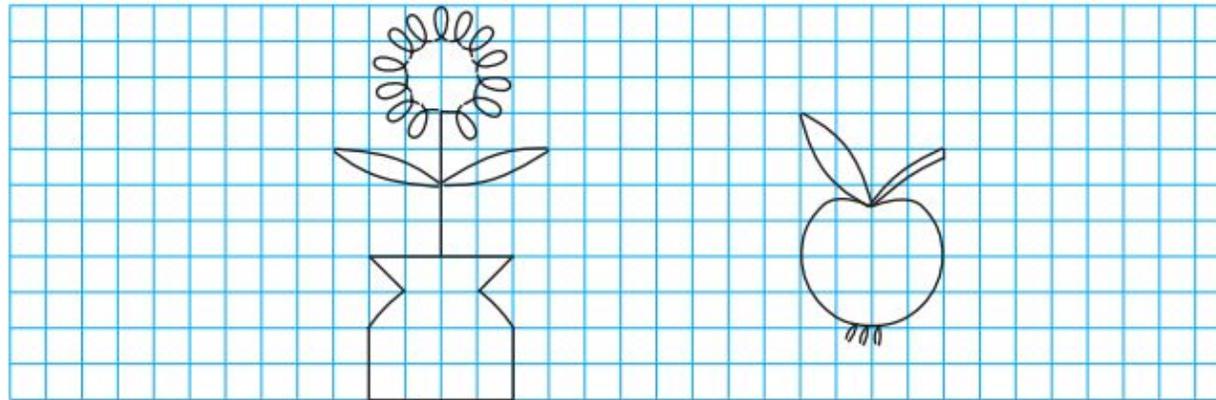
$$56 : 7$$
$$(28 + 28) : 7$$
$$(35 + 21) : 7$$

$$54 : 9$$
$$(36 + 18) : 9$$
$$(45 + 9) : 9$$

Как можно представить числа 48 и 52 в виде двух слагаемых, каждое из которых делится на 4? Сколько способов вы нашли?
Придумайте задачу к какому-либо из этих выражений.

М4Д ч.2, с.23- учащиеся по аналогии с рисунками, которые даны в учебнике рисуют их в тетради

8 * Элли сделала для Страшилы и Железного Дровосека рисунки на память. Сделайте такие же рисунки по клеточкам, не обводя ни одной линии дважды и не отрывая карандаша от бумаги.



Вывод

Проанализировав вариативные программы мы можем прийти к выводу о том, что в каждой из них прием аналогии используется крайне редко, зачастую это однотипные задания, которые переходят из класса в класс. В таком случае учитель должен сам придумывать различные способы использования аналогии на уроке, так как в начальном курсе математики она имеет большое значение. Обнаружение сходства или различия между предметами поднимает мышление на более высокую степень. Учащийся учится умению делать предположения, умению познавать неизвестное, овладевает навыками логического исследования предметов и явлений окружающей действительности.