

Теория автоматов и формальных языков

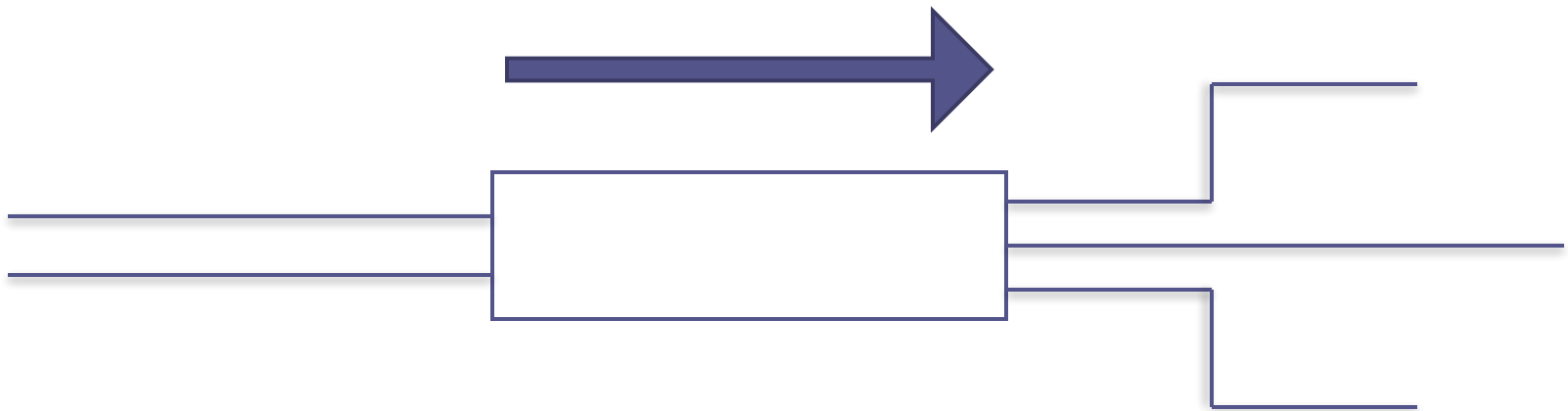
Структурный синтез

Институт Информационных
Технологий
ЧелГУ, 2013



Структурный синтез

Главной задачей структурной теории автоматов является нахождение общих приёмов построения структурных схем на основе композиции элементарных автоматов.



В структурной теории автоматов у каждого автомата может быть более одного входа и выхода.

Композиция автоматов заключается в отождествлении некоторых входов и выходов некоторой системы автоматов.

Схема автоматов

Результат композиции называется *схемой автоматов*.

В случае, если все автоматы работают совместно и в каждый дискретный момент времени *структурный выход* схемы однозначно определяется структурным входом и *начальным состоянием* схемы, то схему саму можно рассматривать как некоторый автомат.

Условия корректности структурной схемы:

- 1 В любой момент времени на каждый узел схемы поступает какой-либо элементарный сигнал.
- 2 Неоднозначность входного сигнала в любом месте хотя бы даже и в один момент времени – недопустима.

Схема автоматов

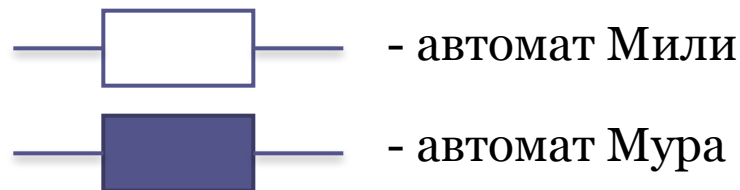
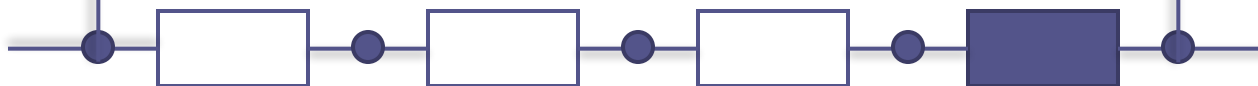
Если все автоматы в цепи – автоматы Мили, в любой момент времени на каждый узел поступает какой-либо элементарный сигнал.



Этот автомат некорректен, так как возникает неоднозначность элементарного сигнала (из-за наличия петли).



Этот автомат, однако, корректен, так как в петле есть автомат Мура.



Структурный синтез

Концепция

Возникает идея реализовать некоторое автоматическое устройство.

Абстрактный синтез

Выписываются состояния, задаются функции переходов и выходов. Завершается абстрактный синтез упрощением модели путём минимизации числа состояний.

Минимизация
числа состояний

Структурный синтез

Строится контактная схема с заданными свойствами и с использованием структурных элементов определённого типа.

Реализация

Схема собирается из элементарных устройств.

Канонический метод структурного синтеза

Система элементарных автоматов называется *структурно полной*, если при помощи неё можно решить произвольную задачу структурного синтеза конечных автоматов.

Теорема о структурной полноте:

Всякая система элементарных автоматов, которая содержит автомат Мура более чем с одним состоянием, обладающий полной системой переходов и полной системой выходов, и какую-либо функционально полную систему логических элементов, является структурно полной.

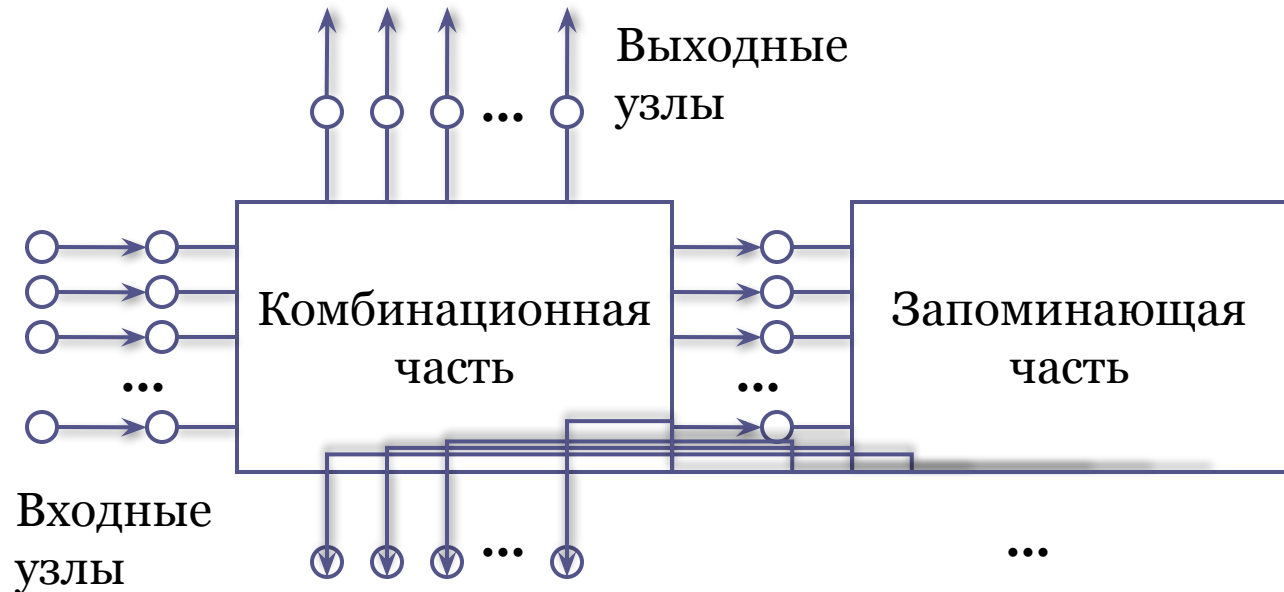
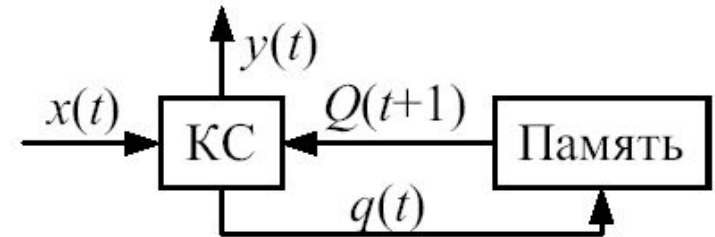
Говорят, что автомат имеет *полную систему переходов*, если и только если для любой пары **(q_1, q_2)** его состояний существует входной символ **x^*** , который переводит автомат из состояния **q_1** в состояние **q_2** .

Говорят, что автомат Мура имеет *полную систему выходов*, если его функция выходов является биекцией.

Существует общий конструктивный приём, который позволяет свести задачу структурного синтеза конечных автоматов к задаче структурного синтеза комбинационных схем.

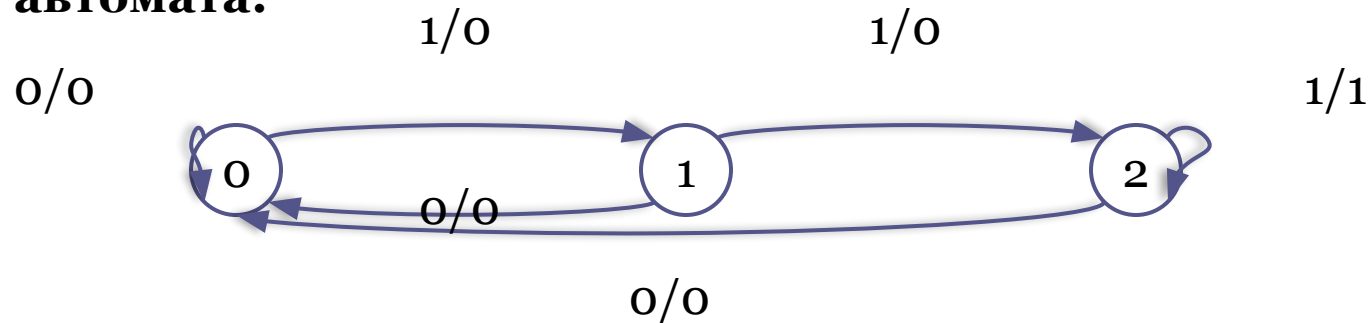
Структурный синтез

Структура автомата, полученного каноническим методом синтеза:



Структурный синтез

Диаграмма Мили некоторого автомата:



Проведём структурный синтез, используя структурно полную систему элементарных автоматов:

A_{\wedge} - вычисление конъюнкции

A_{\vee} - вычисление дизъюнкции

A_{-} - вычисление инверсии

A_M - автомат памяти

Структурный синтез

Таблица переходов A_M

	z_0	z_1
a_0	a_0	a_1
a_1	a_1	a_0

Для синтеза автомата будем использовать двоичный алфавит и следующую кодировку символов:

$$z_0 = 0 \quad a_0 = 0$$

$$z_1 = 1 \quad a_1 = 1$$

$\{0, 1\}$ - символы выходного алфавита

Автомат

$$a(t) = \delta(a(t-1), z(t))$$

$$w(t) = \lambda(a(t-1), z(t))$$

Автомат Мура:

$$a(t) = \delta(a(t-1), z(t))$$

$$w(t) = \lambda(a(t))$$

λ - функция

δ - функция переходов

Структурный синтез

Таблица переходов A_M

	0	1
0	0	1
1	1	0



a_{t-1}	z_t	a_t
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

A_M

Канонические
уравнения

$$\lambda(t) = \delta(t)$$

$\delta(t) = ?$ - СКНФ от переменных a_{t-1} и z_t

$$\delta(0) = 0$$

$z_0 = 0$ $a_0 = 0$ $\{0, 1\}$ - символы выходного алфавита

$z_1 = 1$ $a_1 = 1$

Структурный синтез

Таблица переходов A_M

	0	1
0	0	1
1	1	0



a_{t-1}	z_t	a_t
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Канонические
уравнения

$$\lambda(t) = \delta(t)$$

$$\delta(t) = [\bar{z}(t) \wedge \delta(t - 1)] \vee [z(t) \wedge \bar{\delta}(t - 1)]$$

$$\delta(0) = 0$$

A_M

$z_0 = 0$ $a_0 = 0$ $\{0, 1\}$ - символы выходного алфавита

$z_1 = 1$ $a_1 = 1$

Структурный синтез

Таблица переходов A_M

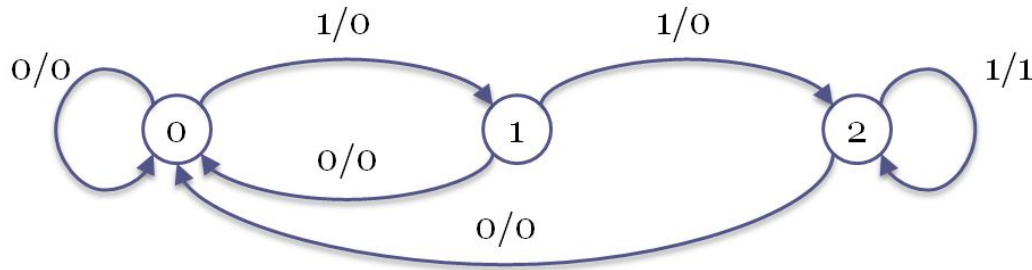
	0	1
0	0	1
1	1	0



Таблица входов A_M
(функция возбуждения)

a_{t-1}	a_t	z_t
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Структурный синтез



Сколько бит памяти нужно, чтобы закодировать 3 состояния?

==

Сколько элементов будет иметь структурный элемент памяти?

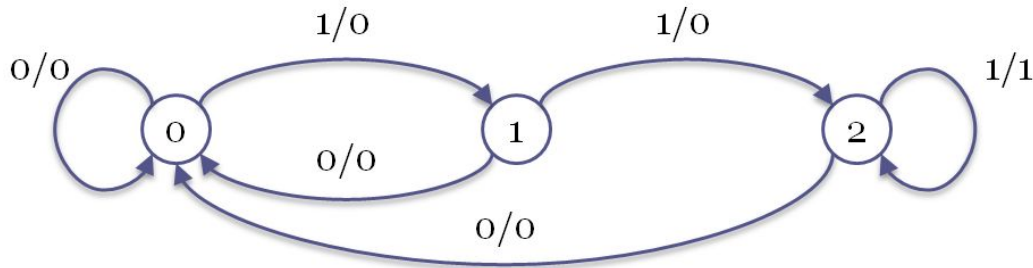
Таблица кодирования состояний автомата A

Q	A_M^0	A_M^1
0	0	0
1	0	1
2	1	1

Вход для A_M^0 обозначим u_0

Вход для A_M^1 обозначим u_1

Структурный синтез



$x(t)$	$A_M^0(t)$	$A_M^1(t)$	$A_M^0(t+1)$	$A_M^1(t+1)$	$u_0(t)$	$u_1(t)$	$y(t)$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	1

КНФ для функций возбуждения элементов памяти и выхода автомата:

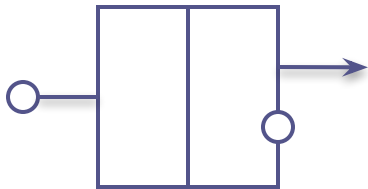
$$u_0(t) = [\bar{x}(t) \wedge A_M^0(t) \wedge A_M^1(t)] \vee [x(t) \wedge \bar{A}_M^0(t) \wedge A_M^1(t)]$$

$$u_1(t) = [\bar{x}(t) \wedge A_M^1(t)] \vee [x(t) \wedge \bar{A}_M^0(t) \wedge \bar{A}_M^1(t)] \quad \leftarrow \text{после упрощения}$$

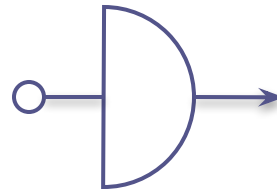
$$y(t) = x(t) \wedge A_M^0(t) \wedge A_M^1(t)$$

Структурный синтез

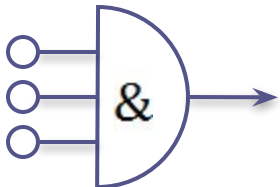
Структурное представление автомата памяти A_M



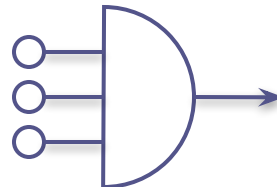
Структурное представление автомата A_{\neg}



Структурное представление автомата A_{\wedge}



Структурное представление автомата A_{\vee}

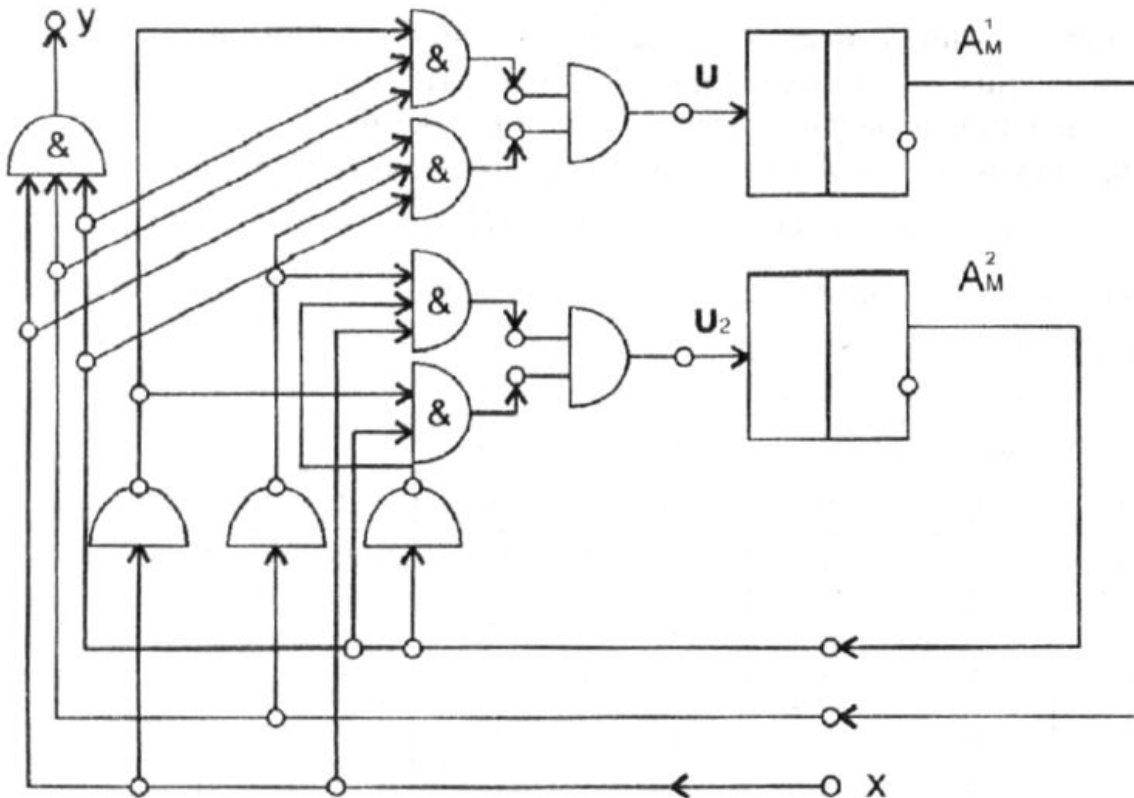


Структурный синтез

$$u_0(t) = [\bar{x}(t) \wedge A_M^0(t) \wedge A_M^1(t)] \vee [x(t) \wedge \bar{A}_M^0(t) \wedge A_M^1(t)]$$

$$u_1(t) = [\bar{x}(t) \wedge A_M^1(t)] \vee [x(t) \wedge \bar{A}_M^0(t) \wedge \bar{A}_M^1(t)]$$

$$y(t) = x(t) \wedge A_M^0(t) \wedge A_M^1(t)$$

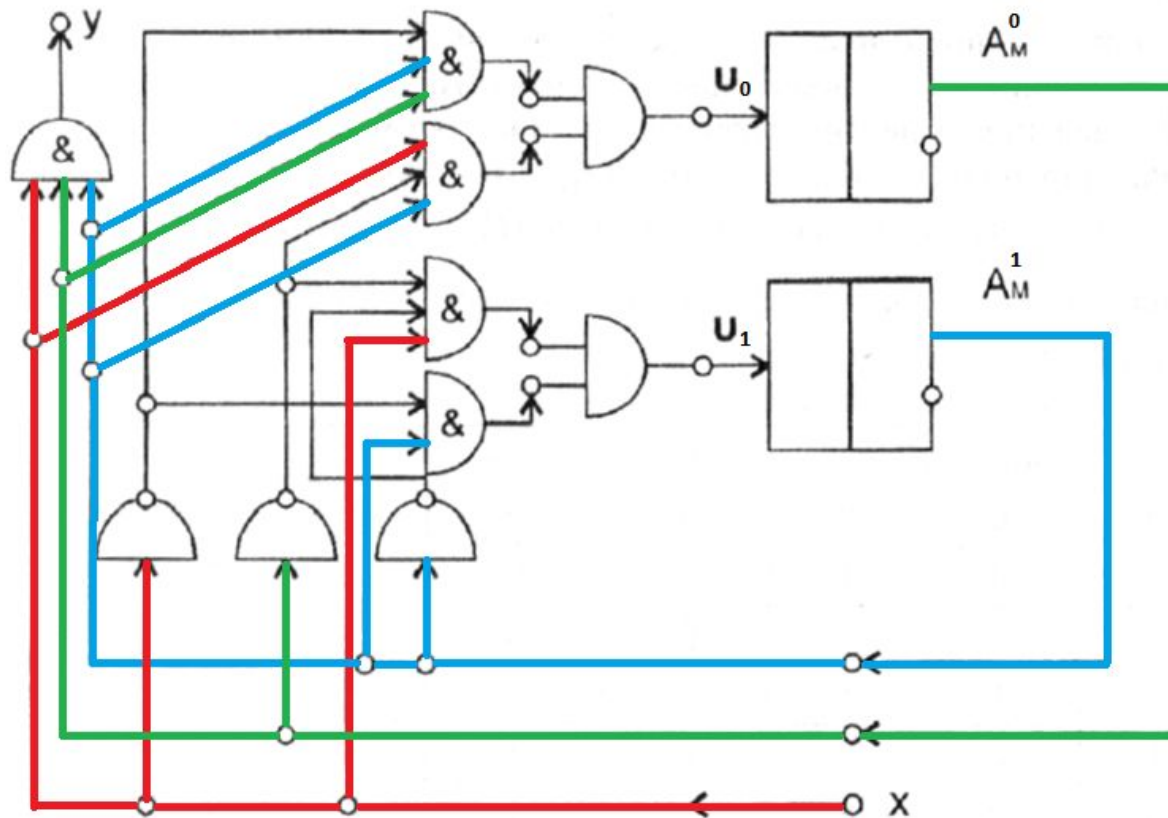


Структурный синтез

$$u_0(t) = [\bar{x}(t) \wedge A_M^0(t) \wedge A_M^1(t)] \vee [x(t) \wedge \bar{A}_M^0(t) \wedge A_M^1(t)]$$

$$u_1(t) = [\bar{x}(t) \wedge A_M^1(t)] \vee [x(t) \wedge \bar{A}_M^0(t) \wedge \bar{A}_M^1(t)]$$

$$y(t) = x(t) \wedge A_M^0(t) \wedge A_M^1(t)$$



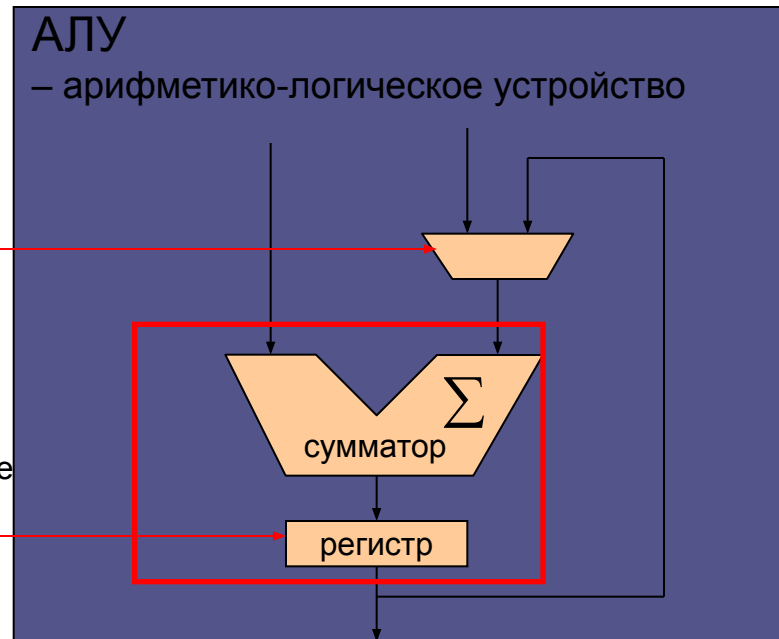
Применение автоматов

ПРОЦЕССОР



Состояния:
считать команду
получить данное
запись в регистр

Выходные
управляющие
сигналы



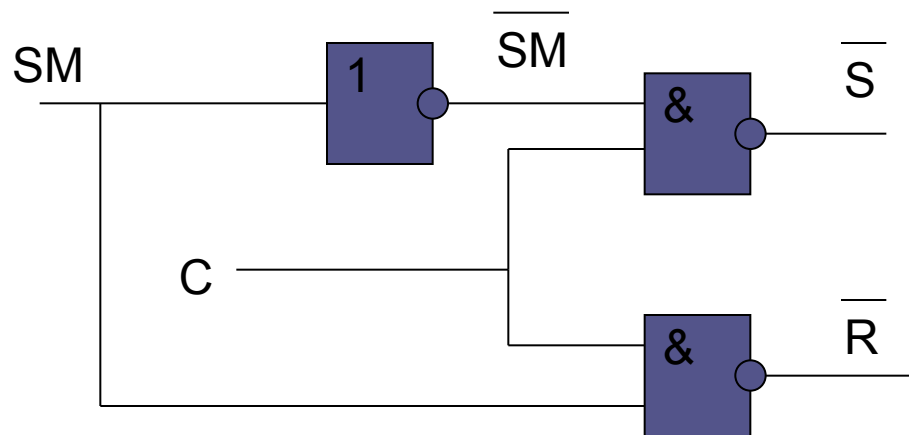
Пример реализации схемы

SM	C	\bar{S}	\bar{R}	
0	0	0	0	хранение
1	0	0	0	
0	1	1	0	Запись 0
1	1	0	1	Запись 1

СДНФ:

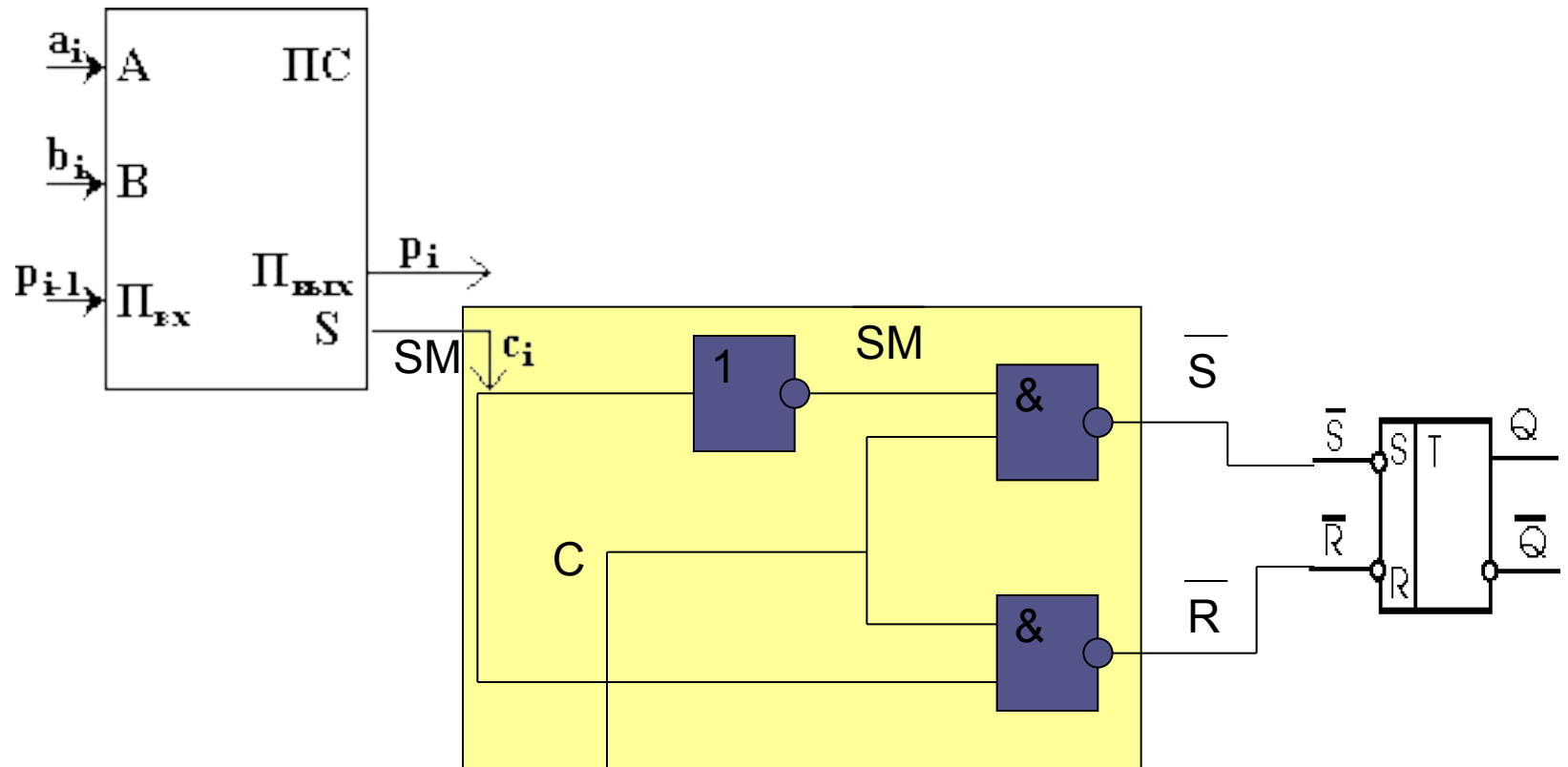
$$\bar{S} = \bar{SM} \wedge C$$

$$\bar{R} = SM \wedge C$$



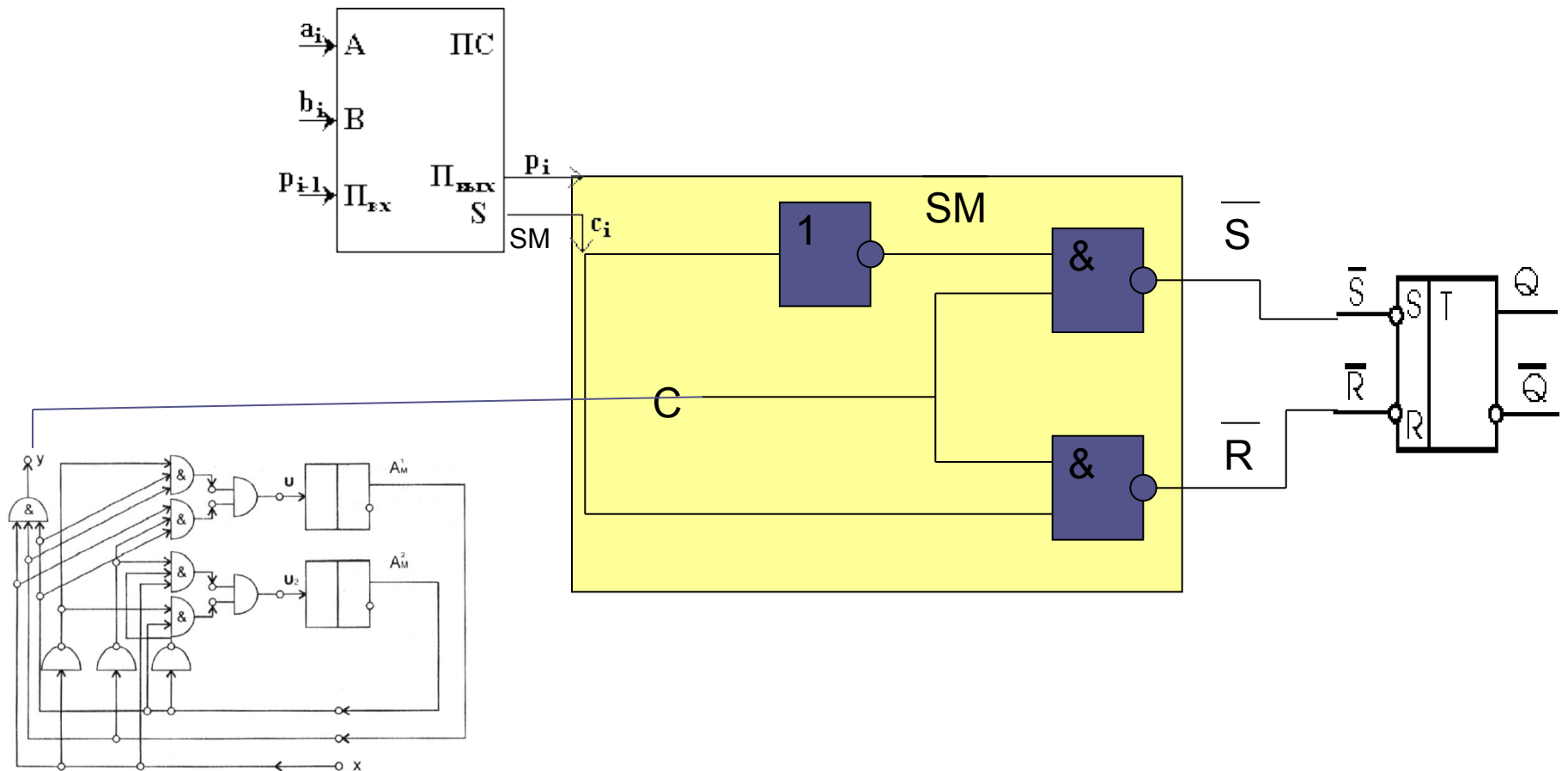
\bar{S}	S	\bar{R}	R	Q	\bar{Q}
0	1	0	1	ХРАНЕНИЕ	
1	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	ЗАПРЕЩЕНО	

Пример реализации схемы



C – синхронизация – с устройства управления ЦП:
0 – запись в регистр
1 – хранение

Пример реализации схемы



Применение автоматов