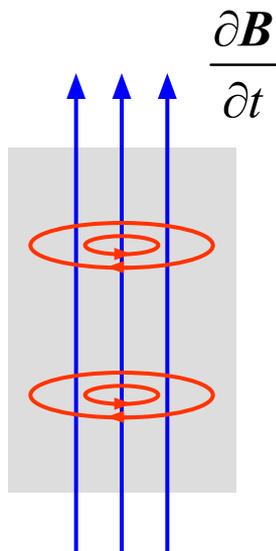
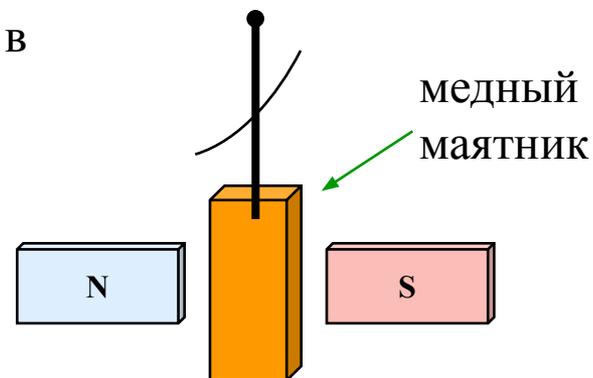


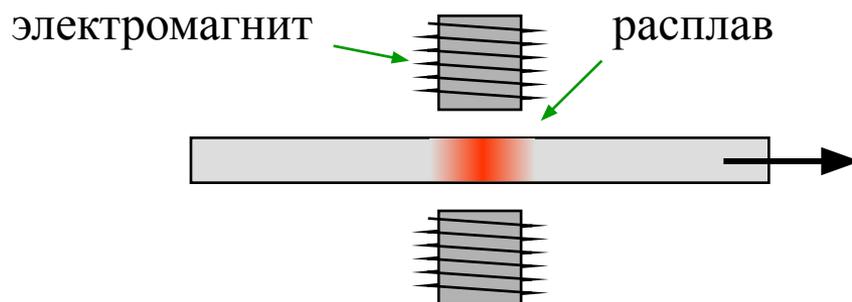
Токи Фуко



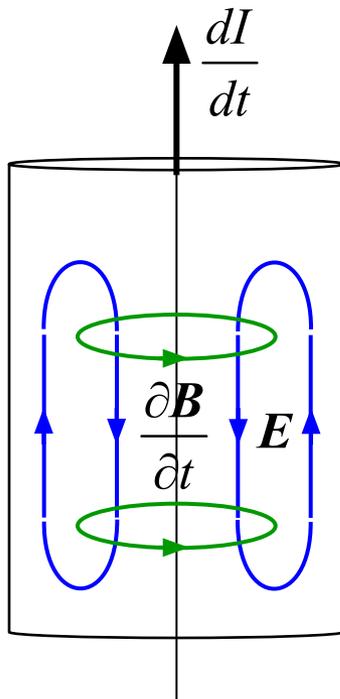
Токи Фуко – индукционные токи в массивных проводниках



Применение: индукционные печи



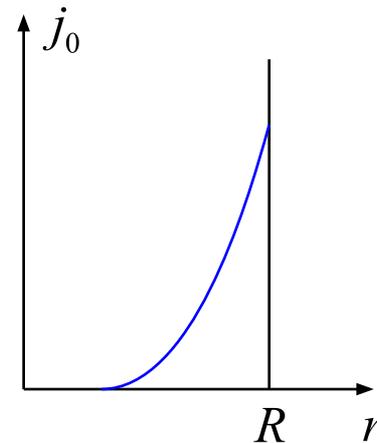
Скин-эффект



$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

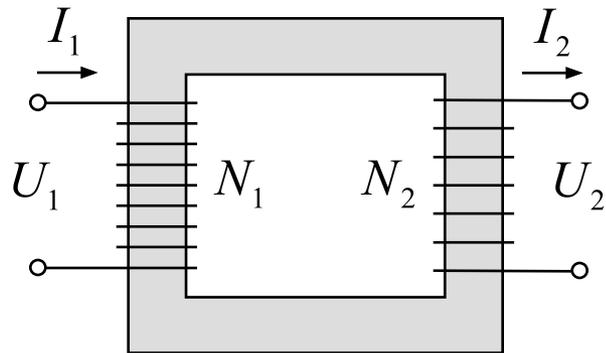
Скин-эффект – концентрация переменного тока вблизи поверхности проводника

Причина – индукционное взаимодействие различных элементов тока между собой.



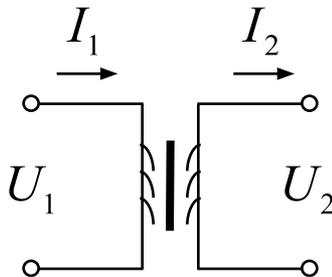
Распределение тока по сечению

Трансформатор



первичная
обмотка

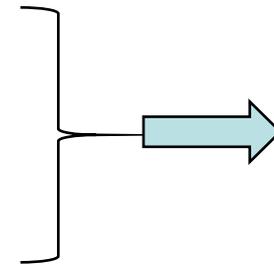
вторичная
обмотка



Идеальный трансформатор:
сопротивления обмоток равно нулю,
нет рассеяния магнитного потока.

$$U_1 = \frac{d\Phi_1}{dt}, \quad U_2 = \frac{d\Phi_2}{dt}$$

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{N_1}{N_2}$$



$$K_U = \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

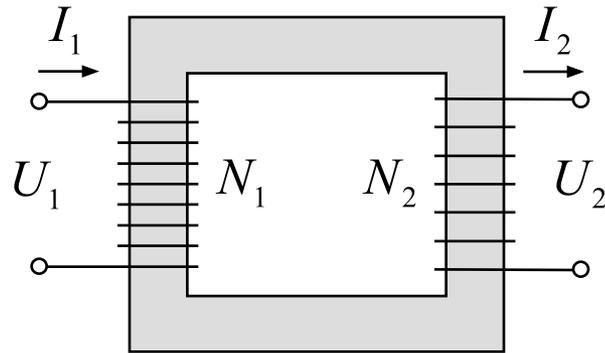
коэффициент
– трансформации
напряжения

Потери энергии отсутствуют, т.е. $U_1 I_1 = U_2 I_2$

$$K_I = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

коэффициент
– трансформации
тока

Трансформатор



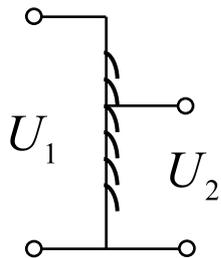
$K_U > 1$ – повышающий трансформатор,
 $K_U < 1$ – понижающий трансформатор

Передача электроэнергии

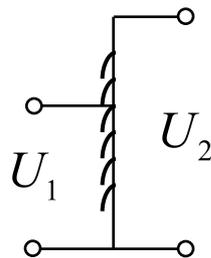
U, I – напряжение и ток в линии ($UI = \text{const}$)

$$I \propto \frac{1}{U}$$

Автотрансформатор



понижающий



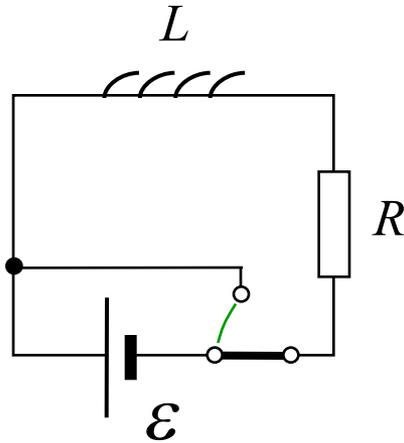
повышающий

Потери в линии $P \propto I^2 \propto \frac{1}{U^2}$ 

Для уменьшения потерь следует $U \uparrow$,
при потреблении следует $U \downarrow$

Переходные процессы в цепи с индуктивностью

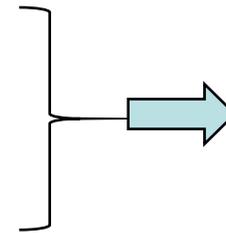
Замыкание цепи



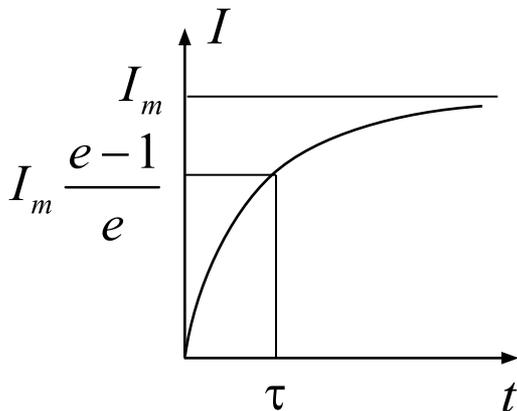
$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$RI = \mathcal{E} + \mathcal{E}_{\text{инд}}$$

$$RI = \mathcal{E} - L \frac{dI}{dt}$$



с учетом начального условия $I(0) = 0$



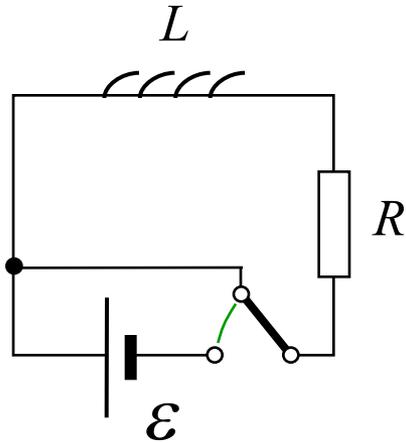
$$I = I_m (1 - e^{-t/\tau})$$

$I_m = \mathcal{E}/R$ – установившийся ток (при $t \rightarrow \infty$)

$\tau = L/R$ – время релаксации

Переходные процессы в цепи с индуктивностью

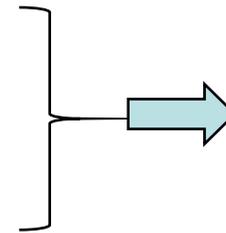
Размыкание цепи



$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$RI = \mathcal{E}_{\text{инд}}$$

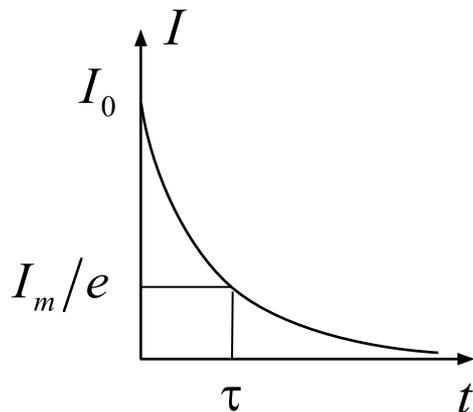
$$RI = L \frac{dI}{dt}$$



с учетом начального условия $I(0) = I_0$



$$I = I_0 e^{-t/\tau}$$

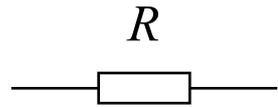


$$I_0 = \mathcal{E}/R \quad \text{— начальный ток (при } t = 0)$$

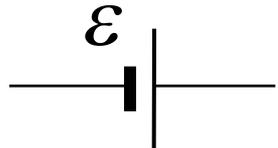
$$\tau = L/R \quad \text{— время релаксации}$$

Цепи переменного тока

Законы Ома для элементов цепи $[U = \varphi_1 - \varphi_2]$



$$IR = U_R$$



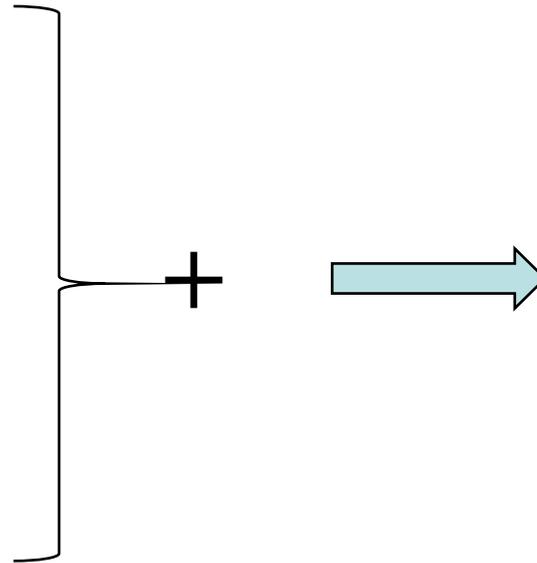
$$0 = U_{\mathcal{E}} + \mathcal{E}$$



$$0 = U_L - L \frac{dI}{dt}$$



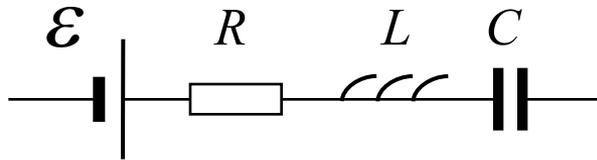
$$0 = U_C - \frac{Q}{C}$$



$$IR = U + \mathcal{E} - L \frac{dI}{dt} - \frac{Q}{C}$$

$$[U = U_R + U_{\mathcal{E}} + U_L + U_C]$$

Цепи переменного тока



$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{Q}{C} = U + \varepsilon$$

– закон Ома для квазистационарных токов

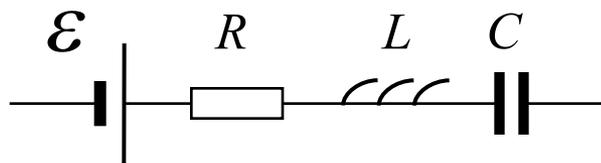
Продифференцируем уравнение по времени

$$\Rightarrow \left(\frac{dQ}{dt} = I \right)$$

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = \frac{dU}{dt} + \frac{d\varepsilon}{dt}$$

Цепи переменного тока

Гармонический ток



$$\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_{i0} e^{i\omega t} \implies I_i = I_{i0} e^{i\omega t}, \quad U_i = U_{i0} e^{i\omega t}$$

$$(-\omega^2 L_i + i\omega R_i + 1/C_i) I_{i0} = i\omega U_{i0} + i\omega \mathcal{E}_{i0} \implies [/i\omega]$$

$$Z_i I_{i0} = U_{i0} + \mathcal{E}_{i0}$$

– закон Ома для гармонических токов

$$Z_i = R_i + i\omega L_i + \frac{1}{i\omega C_i}$$

импеданс
(полное сопротивление)

R – омическое (активное) сопротивление

$i\omega L$ – индуктивное сопротивление

$1/i\omega C$ – емкостное сопротивление

$i\omega L + \frac{1}{i\omega C}$ – реактивное сопротивление

Цепи переменного тока

Правила Кирхгофа

1 правило Кирхгофа

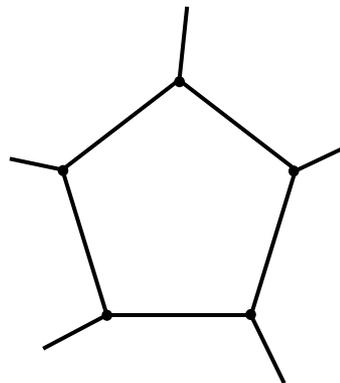
I_k



$$\sum I_k = 0$$

Z, \mathcal{E}, I – комплексные величины

2 правило Кирхгофа

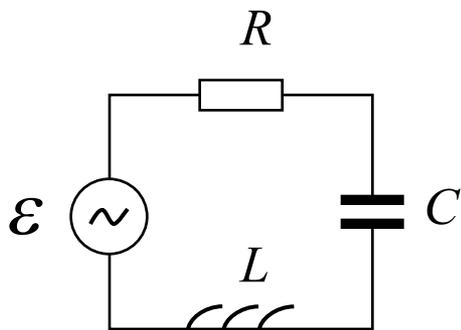


$$\sum Z_k I_k = \sum \mathcal{E}_k$$

число действительных уравнений в два раза больше числа комплексных

Резонансы в цепи переменного тока

Резонанс напряжений



$$ZI_0 = \mathcal{E}_0, \quad Z = R + i\omega L - \frac{i}{\omega C}$$

$$|I_0| = \frac{|\mathcal{E}_0|}{\sqrt{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}}$$

При $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – резонансная частота \Rightarrow

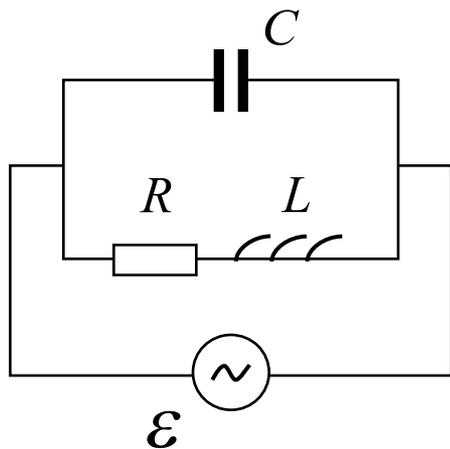
$$\left[\begin{array}{l} Z = R \quad - \text{ чисто омическое сопротивление} \\ |I_0| = \max, \quad U_L + U_C = 0 \end{array} \right.$$

При $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \gg R \Rightarrow$

$|U_{L0}| = |U_{C0}| \gg \mathcal{E}_0$ – резонанс напряжений

Резонансы в цепи переменного тока

Резонанс токов



$$I_0 = I_{L0} + I_{C0} = \mathcal{E}_0 \left(\frac{1}{R + i\omega L} + i\omega C \right) \Rightarrow [\omega L \gg R]$$

$$|I_0| = |\mathcal{E}_0| \left(\frac{R}{(\omega L)^2} + i \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \right)$$

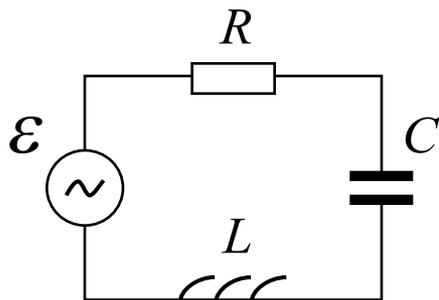
При $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – резонансная частота \Rightarrow

$$\left[\begin{array}{l} Z = \frac{(\omega L)^2}{R} \text{ – чисто омическое сопротивление} \\ |I_0| = \min, \quad |Z| = \max \end{array} \right.$$

$|I_{L0}| \approx |I_{C0}| \gg |I_0|$ – резонанс токов

Резонансы в цепи переменного тока

Колебательный контур



Закон Ома для квазистационарных токов:

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{Q}{C} = U + \varepsilon \quad \Rightarrow \quad \left(I = \frac{dQ}{dt} \right)$$

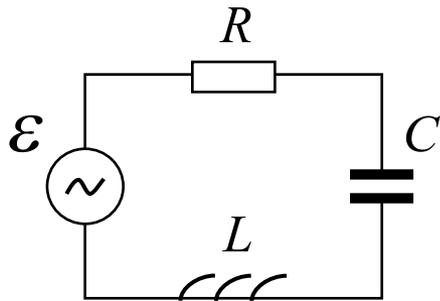
$$L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C} Q = \varepsilon \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{1}{LC}, \frac{Q}{C} = U_c \right)$$

$$U_c + 2\gamma U_c + \omega_0^2 U_c = \omega_0^2 \varepsilon$$

где $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, $\gamma = R/(2L)$

Резонансы в цепи переменного тока

Колебательный контур



$R = 0$ и $\mathcal{E} = 0$ – гармонические колебания

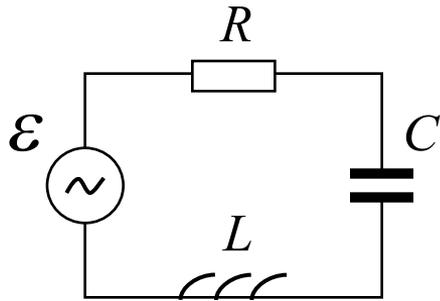
$$\ddot{U}_C + \omega_0^2 U_C = 0$$

$$U_C = U_{C0} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} \quad \text{– частота}$$

Резонансы в цепи переменного тока

Колебательный контур



$R \neq 0$ и $\mathcal{E} = 0$ ($\gamma \ll \omega_0$) – затухающие колебания

$$\ddot{U}_C + 2\gamma\dot{U}_C + \omega_0^2 U_C = 0$$

$$U_C = U_{C0} e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \varphi)$$

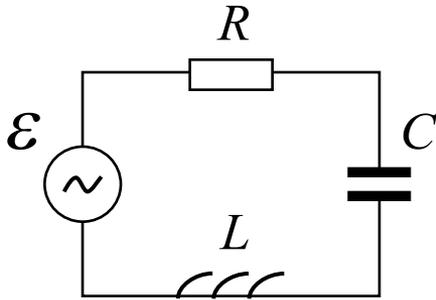
$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \quad \text{– частота,} \quad T = 2\pi/\omega \quad \text{– период}$$

$$\tau = 1/\gamma = 2L/R \quad \text{– время затухания}$$

$$\theta = \gamma T \quad \text{– логарифмический декремент затухания}$$

Резонансы в цепи переменного тока

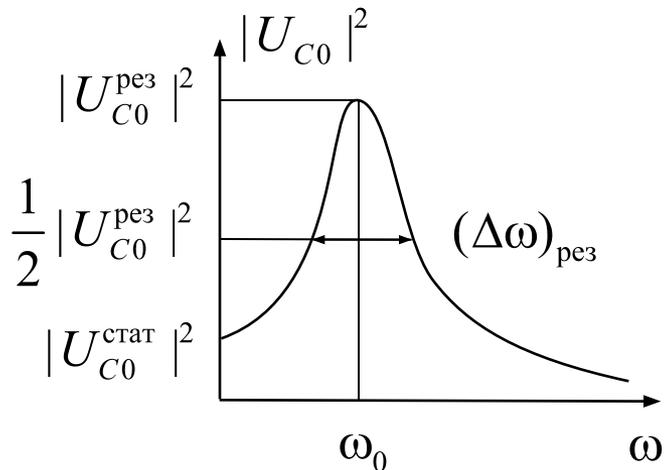
Колебательный контур



$R \neq 0$ и $\mathcal{E} \neq 0$ – вынужденные колебания

$$U_C + 2\gamma U_C + \omega_0^2 U_C = \omega_0^2 \mathcal{E}$$

$$U_C = U_{C0} \cos(\omega t + \varphi)$$



Добротность:

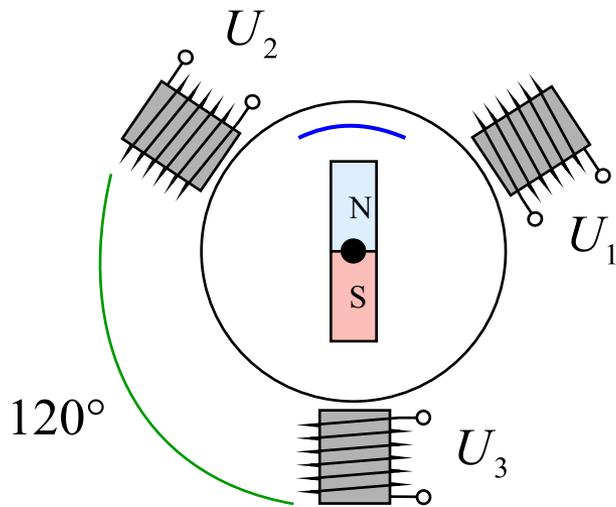
$$Q = \left| \frac{U_{C0}^{\text{рез}}}{U_{C0}^{\text{стат}}} \right| = \frac{\omega_0}{2\gamma} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Ширина резонансной кривой:

$$(\Delta\omega)_{\text{рез}} = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{R}{L}$$

Трёхфазный ток

Генератор трёхфазного тока



$$U_1 = U_0 \sin \omega t$$

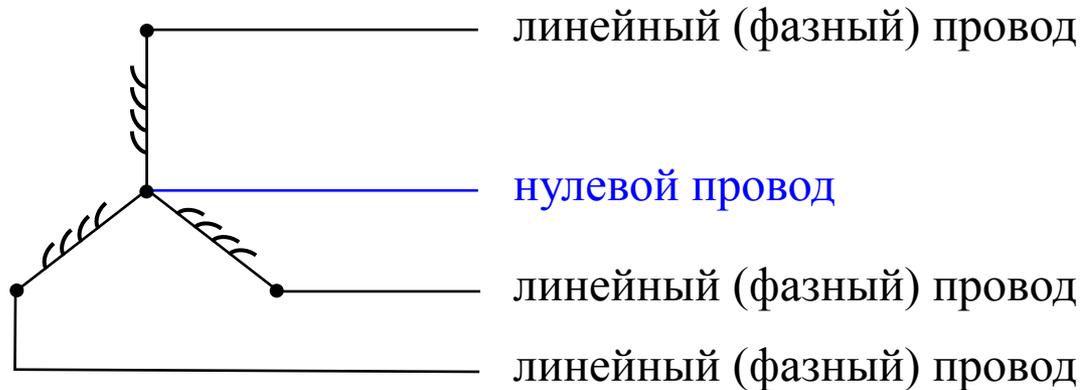
$$U_2 = U_0 \sin(\omega t + 2\pi/3)$$

$$U_3 = U_0 \sin(\omega t + 4\pi/3)$$

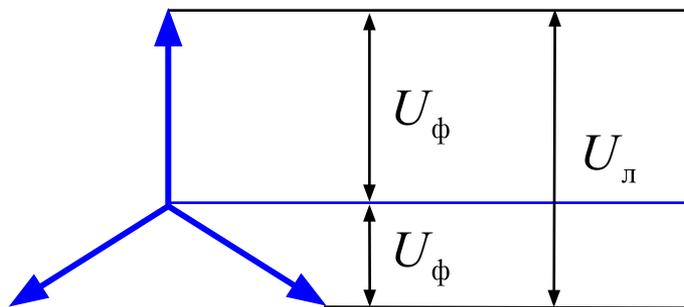
трехфазный
ТОК

Трехфазный ток

Соединение обмоток звездой



Векторная диаграмма напряжений

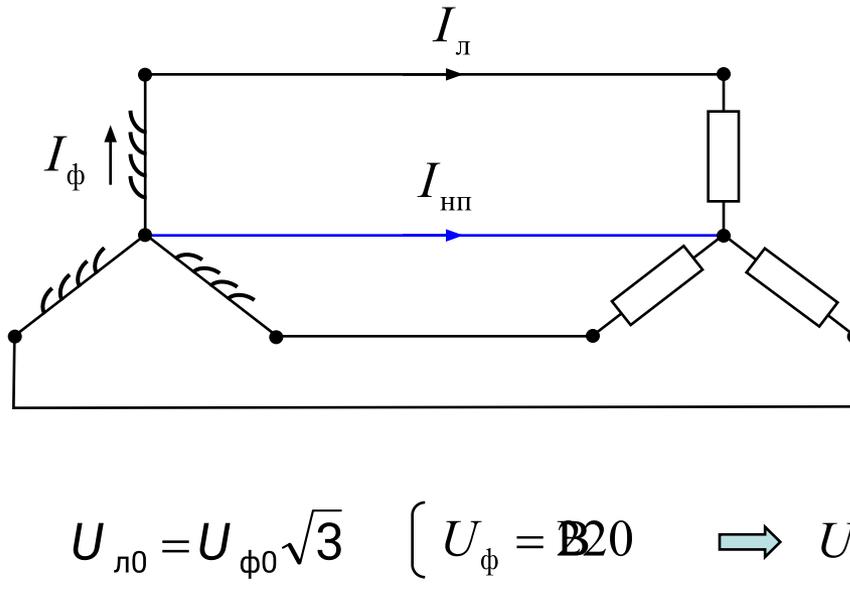


U_ϕ – фазное напряжение
(на обмотке)

U_ϕ – линейное напряжение
(между двумя линейными проводами)

Трехфазный ток

Соединение звезда-звезда



I_ϕ – фазный ток

I_π – ток линии

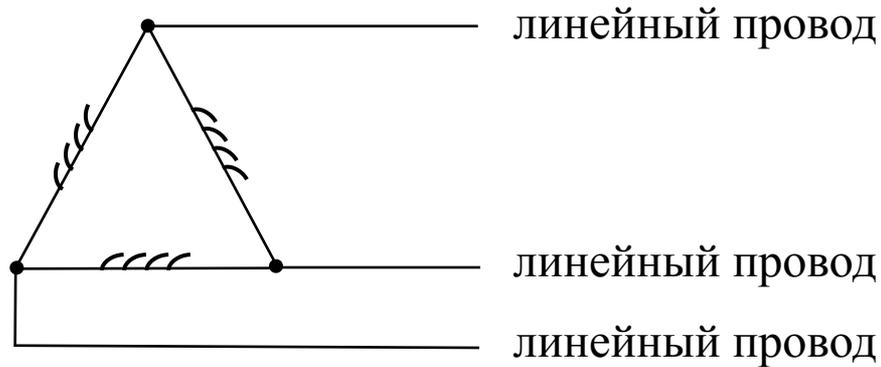
$$U_{\pi 0} = U_{\phi 0} \sqrt{3} \quad \left[U_\phi = \cancel{220} \Rightarrow U_\pi = \cancel{380} \right]$$

$$I_\pi = I_\phi$$

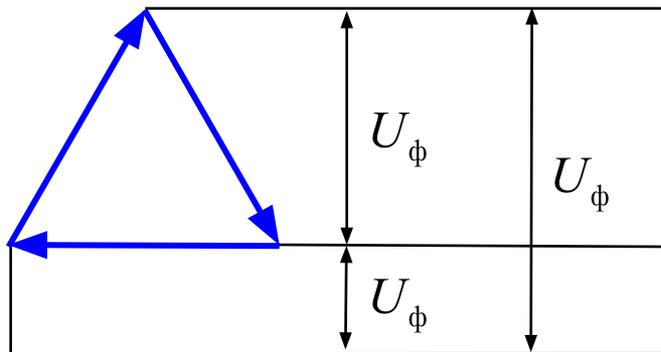
$$I_{\text{нп}} = I_1 + I_2 + I_3 = (U_1 + U_2 + U_3)/R = 0 \quad (\text{при равенстве нагрузок})$$

Трехфазный ток

Соединение обмоток треугольником



Векторная диаграмма напряжений

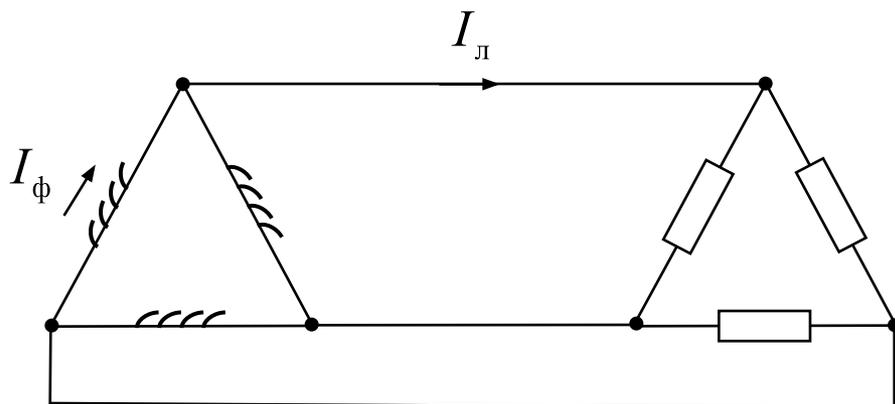


U_{ϕ} – фазное напряжение
(на обмотке)

$U_{л}$ – линейное напряжение
(между двумя линейными проводами)

Трехфазный ток

Соединение треугольник-треугольник



I_ϕ – фазный ток

$I_л$ – ток линии

$$U_л = U_\phi$$

$$I_л = I_\phi \sqrt{3} \quad (\text{при равенстве нагрузок})$$

$$I_{1\phi} + I_{2\phi} + I_{3\phi} = 0 \quad \left[\text{без нагрузки} \quad I_\phi = I_{2\phi} = I_{3\phi} = 0 \right]$$