

Теоретические основы информатики

Лекция 2 Системы счисления

Доцент кафедры
«Информационные системы», к.
Т.Н.

Тронин Вадим Георгиевич

2. Системы счисления

- 2.1. Основы систем счисления.
- 2.2. Двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная и десятичная системы счисления.
- 2.3. Понятие об алгоритме преобразования информации из двоичной в десятичную системы счисления и обратно.
- 2.4. Частные случаи преобразования информации из двоичной системы счисления в восьмеричную, шестнадцатеричную и обратно. Основные процессы преобразования информации.

2.1. Основы систем счисления.

2.1.1. Определения

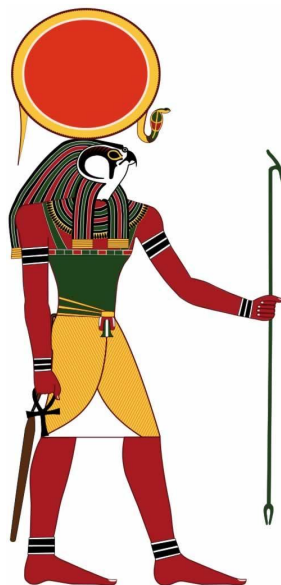
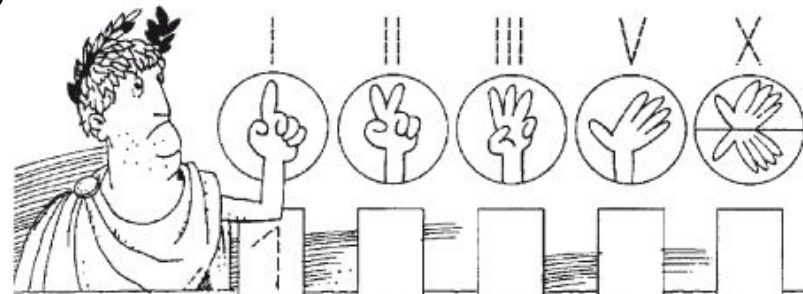
- **Система счисления** — это совокупность приемов и правил, по которым числа записываются и читаются.
- **Цифра** – знак, предназначенный для записи чисел.
- Существуют:
 - **Непозиционные системы счисления** - вес цифры (т. е. тот вклад, который она вносит в значение числа) не зависит от ее позиции в записи числа. В римской системе счисления в числе XXXII (тридцать два) вес цифры X в любой позиции равен просто десяти.
 - **Позиционные системы счисления** - вес каждой цифры изменяется в зависимости от ее положения (позиции) в последовательности цифр, изображающих число. В числе 757,7 первая семерка означает 7 сотен, вторая — 7 единиц, а третья — 7 десятых долей единицы. Сама же запись числа 757,7 означает сокращенную запись выражения $700+50+7+0,7=7\cdot 10^2+5\cdot 10^1+7\cdot 10^0+7\cdot 10^{-1}=757,7$.

2.1. Основы систем счисления.

Непозиционные системы

Единицы	Десятки	Сотни	Тысячи
1 I	10 X	100 C	1000 M
2 II	20 XX	200 CC	2000 MM
3 III	30 XXX	300 CCC	3000 MMM
4 IV	40 XL	400 CD	
5 V	50 L	500 D	
6 VI	60 LX	600 DC	
7 VII	70 LXX	700 DCC	
8 VIII	80 LXXX	800 DCCC	
9 IX	90 XC	900 CM	

СЧИСЛЕНИЯ



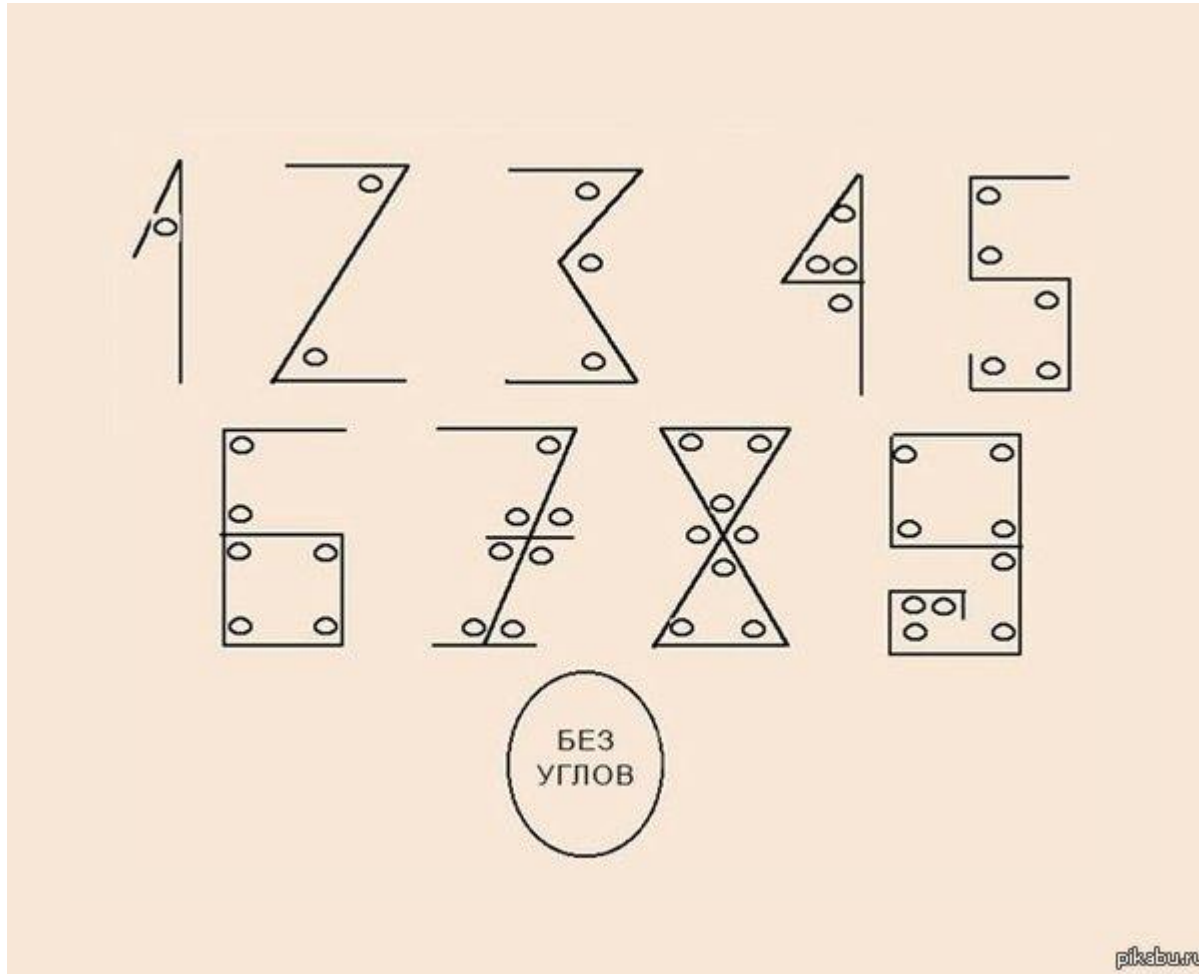
- 1. Палочки
- 10. Путь
- 100. Мерная веревка
- 1000. Цветок лотоса
- 100 000. Головастики.
- 10 000 000. Символ Амона Ра, бога Солнца.

2.1. Основы систем счисления.

Славянская система счисления

										- тысяча (1000)
ва 1	вѣди 2	глаголь 3	добро 4	есть 5	зело 6	земля 7	иже 8	фита 9		
										- тьма (10 000)
и 10	како 20	люди 30	мыслете 40	наш 50	кси 60	ом 70	покой 80	червь 90		- легион (100 000)
										- леодр (1 000 000)
рцы 100	слово 200	твёрдо 300	ук 400	ферт 500	хер 600	пси 700	о 800	цы 900		- ворон (10 000 000)
										- колода (100 000 000)

2.1. Основы систем счисления. Как появились цифры?



Как появились цифры?

- **Арабские цифры возникли в Индии не позднее V века.** Тогда же было открыто и формализовано понятие нуля (*шунья*), которое позволило перейти к позиционной записи чисел.
- Арабский мир познакомил с индийскими цифрами средневековый математик Абу Джафар Мухаммад ибн Муса **аль-Хорезми** (783-850 гг.), один из его научных трудов – **«Книга об индийском счете»**.



- Благодаря тесным связям христианской Барселоны и мусульманской Кордовы, Сильвестр II (**папа римский** с 999 по 1003 гг.) имел возможность доступа к научной информации. **Одним из первых среди европейцев познакомился с арабскими цифрами,** понял удобство их употребления по сравнению с римскими цифрами и начал пропагандировать их внедрение в

Как появились цифры?

- Названия цифр на санскрите (Сев. Индия)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
०	१	२	३	४	५	६	७	८	९	१०
शून्य	एक	द्वि	त्रि	चतुर्	पञ्च	षष्	सप्त	अष्ट	नव	दश
śūnya	eka	dvi	tri	catur	pañca	ṣaṣ	sapta	aṣṭa	nava	daśa

2.1. Основы систем счисления.

2.1.2. Позиционные системы счисления

- **Основание позиционной системы счисления** — количество различных цифр, используемых для изображения чисел в данной системе счисления.
- За основание системы можно принять любое натуральное число: два, три, четыре и т.д.
- Множество позиционных систем: двоичная, троичная, четверичная и т.д.
- Запись чисел в каждой из систем счисления с основанием q означает сокращенную запись выражения
- $a_{n-1} q^{n-1} + a_{n-2} q^{n-2} + \dots + a_1 q^1 + a_0 q^0 + a_{-1} q^{-1} + \dots + a_{-m} q^{-m}$,
- где a_i — цифры системы счисления; n и m — число целых и дробных разрядов, соответственно.

Разряды	3	2	1	0	-1
Число	1	0	1	1	1

$$1_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1};$$

Разряды	2	1	0	-1	-2
Число	2	7	6	5	2

$$2_8 = 2 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 + 5 \cdot 8^{-1} + 2 \cdot 8^{-2};$$

2.1. Основы систем счисления.

2.1.2. Позиционные системы счисления

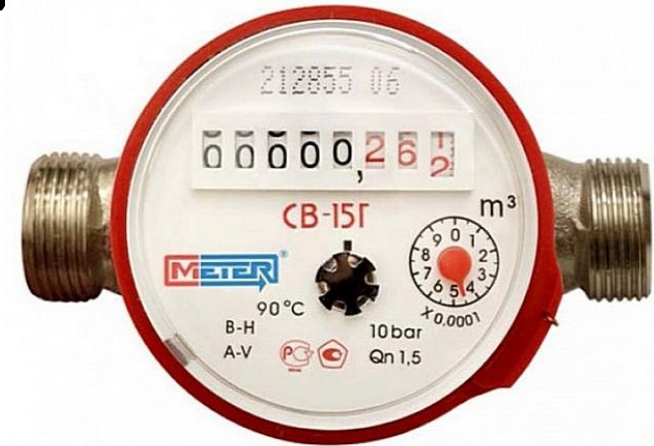
- В каждой системе счисления цифры упорядочены в соответствии с их значениями: 1 больше 0, 2 больше 1 и т.д.
- **Продвижение** цифры - замена её следующей по величине. Продвинуть цифру 1 значит заменить её на 2, продвинуть цифру 2 значит заменить её на 3 и т.д. Продвижение старшей цифры - замена на 0.
- *Целые числа в любой системе счисления порождаются с помощью*
Правила счета:
 - Для образования целого числа, следующего за любым данным целым числом, нужно продвинуть самую правую цифру числа;
 - Если какая-либо цифра после продвижения стала нулем, то нужно продвинуть цифру, стоящую слева от неё.
- Запишем первые десять целых чисел:
 - в двоичной системе: 0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001;
 - в троичной системе: 0, 1, 2, 10, 11, 12, 20, 21, 22, 100;
 - в пятеричной системе: 0, 1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 13, 14;
 - в восьмеричной системе: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11.

2.1. Основы систем счисления.

2.1.2. Позиционные системы

счисления

- Продвижение цифры



2.2. Двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная и десятичная системы счисления.

- Кроме десятичной в вычислительной технике широко используются системы с основанием, являющимся целой степенью числа 2:
 - **двоичная** (используются цифры 0, 1);
 - **восьмеричная** (используются цифры 0, 1, ..., 7);
 - **шестнадцатеричная** (для первых целых чисел от нуля до девяти используются цифры 0, 1, ..., 9, а для следующих чисел — от десяти до пятнадцати — в качестве цифр используются символы A, B, C, D, E, F).

2.2. Двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная и десятичная системы счисления.

- Причины применения двоичной системы в вычислительной технике:
 - для реализации **нужны технические устройства с двумя устойчивыми состояниями** (есть ток — нет тока, намагничен — не намагничен и т.п.), а не, например, с десятью, — как в десятичной;
 - представление информации посредством только двух состояний **надежно и помехоустойчиво**;
 - возможно **применение аппарата булевой алгебры** для выполнения логических преобразований информации;
 - двоичная арифметика намного **проще десятичной**.
- Недостаток двоичной системы:
 - быстрый рост числа разрядов, необходимых для записи чисел.

2.2. Двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная и десятичная СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

- Причины применения восьмеричной и шестнадцатеричной систем:
 - читаются почти так же легко, как десятичные.
 - требуют соответственно в три (восьмеричная) и в четыре (шестнадцатеричная) раза меньше разрядов, чем в двоичной системе.
 - простой перевод восьмеричных и шестнадцатеричных чисел в двоичную систему: нужно каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной триадой или тетрадой.

$$537,1_8 = 101\ 011\ 111,001_2 ; 1A3, F_{16} = 1\ 1010\ 0011, 1111_2$$

↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
5	3	7	1	1	A	3	F

2.2. Двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная и десятичная СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

- Чтобы перевести число из двоичной системы в восьмеричную или шестнадцатеричную, его нужно разбить влево и вправо от запятой на
 - *триады* (для восьмеричной) или
 - *тетрады* (для шестнадцатеричной)
- каждую такую группу заменить соответствующей восьмеричной (шестнадцатеричной) цифрой

$$10101001,10111_2 = \begin{array}{cccccc} 10 & 101 & 001, & 101 & 110_2 & = 251,56_8 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 2 & 5 & 1 & 5 & 6 & \end{array}$$

$$10101001,10111_2 = \begin{array}{cccc} 1010 & 1001, & 1011 & 1000_2 & = A9,B8_{16} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ A & 9 & B & 8 & \end{array}$$

2.3. Понятие об алгоритме преобразования информации из двоичной в десятичную системы счисления и обратно.

2.3.1. Как перевести целое число из десятичной системы

- **в любую другую позиционную систему счисления?**
 Для перевода целого десятичного числа N в систему счисления с основанием q необходимо
 - N разделить с остатком ("нацело") на q , записанное в той же десятичной системе.
 - Затем неполное частное, полученное от такого деления, нужно снова разделить с остатком на q , и т.д., пока последнее полученное неполное частное не станет равным нулю.
 - Представлением числа N в новой системе счисления будет последовательность остатков деления, изображенных одной q -ичной цифрой и записанных в порядке, обратном порядку их получения .

- Пример: Переведем число 75 из десятичной системы:

$$\begin{array}{r}
 75 \mid 2 \\
 1 \quad 37 \mid 2 \\
 \quad 1 \quad 18 \mid 2 \\
 \quad \quad 0 \quad 9 \mid 2 \\
 \quad \quad \quad 1 \quad 4 \mid 2 \\
 \quad \quad \quad \quad 0 \quad 2 \mid 2 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad 0 \quad 1 \mid 2 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0 \quad 1 \mid 0 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 1 \mid 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 75 \mid 8 \\
 3 \quad 9 \mid 8 \\
 \quad 1 \quad 1 \mid 8 \\
 \quad \quad 1 \mid 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 75 \mid 16 \\
 (B_{16}) \quad 11 \quad 4 \mid 16 \\
 \quad \quad \quad 4 \mid 0
 \end{array}$$

Напоминание: первый остаток 11_{10} в этом примере записывается шестнадцатеричной цифрой B_{16} .

- Ответ: $75_{10} = 1\ 001\ 011_2 = 113_8 = 4B_{16}$

2.3.2. Как перевести правильную десятичную дробь в любую другую позиционную систему счисления?

- Для перевода правильной десятичной дроби F в систему счисления с основанием q необходимо
 - F умножить на q , записанное в той же десятичной системе,
 - затем дробную часть полученного произведения снова умножить на q , и т. д., до тех пор, пока дробная часть очередного произведения не станет равной нулю, либо не будет достигнута требуемая точность изображения числа F в q -ичной системе.
 - Представлением дробной части числа F в новой системе счисления будет последовательность целых частей полученных произведений, записанных в порядке их получения и изображенных одной q -ичной цифрой.
- Если требуемая точность перевода числа F составляет k знаков после запятой, то **предельная абсолютная погрешность** при этом равняется $q^{-(k+1)}$ /

2.3.2. Как перевести правильную десятичную дробь в любую другую позиционную систему счисления?

- Пример. Переведем число 0,36 из десятичной системы в двоичную, восьмеричную и

0,	×	36
		2
0	×	72
		2
1	×	44
		2
0	×	88
		2
1	×	76
		2
1		52

Ответ: $0,36_{10} = 0,01011_2$
с предельной абсолютной погрешностью $(2^{-6})/2 = 2^{-7}$.

0,	×	36
		8
2	×	88
		8
7	×	04
		8
0		32

Ответ: $0,36_{10} = 0,270_8$ с предельной абсолютной погрешностью $(8^{-4})/2 = 2^{-13}$.

0,	×	36
		16
5	×	76
		16
(C ₁₆) 12		16

Ответ: $0,36_{10} = 0,5C_{16}$ с предельной абсолютной погрешностью $(16^{-3})/2 = 2^{-13}$.

- Для чисел, имеющих как целую, так и дробную части, перевод из десятичной системы счисления в другую осуществляется *отдельно для целой и дробной частей*.

2.3.3. Как перевести число из двоичной (восьмеричной, шестнадцатеричной) системы в десятичную?

- Перевод в десятичную систему числа x , записанного в q -ичной системе счисления ($q = 2, 8$ или 16) в виде

$$x_q = (a_n a_{n-1} \dots a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m})_q$$

- сводится к вычислению значения многочлена

$$x_{10} = a_n q^n + a_{n-1} q^{n-1} + \dots + a_0 q^0 + a_{-1} q^{-1} + a_{-2} q^{-2} + \dots + a_{-m} q^{-m}$$

- средствами десятичной арифметики.
- Примеры:

Разряды	3 2 1 0 -1
Число	1 0 1 1, 1 ₂ = 1*2³+1*2¹+1*2⁰+1*2⁻¹ = 11,5 ₁₀ .

Разряды	2 1 0 -1
Число	2 7 6, 5 ₈ = 2*8²+7*8¹+6*8⁰+5*8⁻¹ = 190,625 ₁₀ .

Разряды	2 1 0
Число	1 F 3 ₁₆ = 1*16²+15*16¹+3*16⁰ = 499 ₁₀ .

2.4. Частные случаи преобразования

информации из двоичной системы счисления в восьмеричную, шестнадцатеричную и обратно.

Основные процессы преобразования информации.

Запись первых двух десятков целых чисел:

10-я	2-я	8-я	16-я
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9

10-я	2-я	8-я	16-я
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12
19	10011	23	13

2.4.1. Арифметические операции в позиционных системах счисления

- Основные арифметические операции:
 - сложение,
 - вычитание,
 - умножение,
 - деление.
- Правила выполнения десятичной системы — сложение, вычитание, умножение столбиком и деление углом применимы и ко всем другим позиционным системам счисления.

2.4.2. Сложение

- Двоичная система
- Восьмеричная система
- Шестнадцатеричная система

+	0	1
0	0	1
1	1	10

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

2.4.2. Сложение. Пример

- Сложим числа 15 и 6.

Десятичная: $15_{10} + 6_{10}$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 15 \\ + 6 \\ \hline 21 \end{array}$$

$5+6=11=10+1$
 $1+1=2$

Двоичная: $1111_2 + 110_2$

$$\begin{array}{r} 111 \\ + 1111 \\ + 0110 \\ \hline 10101 \end{array}$$

$1+0=1$
 $1+1=2=2+0$
 $1+1+1=3=2+1$
 $1+1=2=2+0$

Восьмеричная: $17_8 + 6_8$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 17 \\ + 6 \\ \hline 25 \end{array}$$

$7+6=13=8+5$
 $1+1=2$

- Шестнадцатеричная: $F_{16} + 6_{16}$
- Ответ: $15+6=21_{10} = 10101_2 = 25_8 = 15_{16}$
- Проверка. Преобразуем полученные суммы к десятичному виду:
- $10101_2 = 2^4 + 2^2 + 2^0 = 16 + 4 + 1 = 21,$
- $25_8 = 2 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 16 + 5 = 21, 15_{16} = 1 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0 = 16 + 5 = 21.$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + F \\ + 6 \\ \hline 15 \end{array}$$

$15+6=21=16+5$

2.4.2. Сложение. Пример

- $F+1=10_{16}$
- $FF+1=100_{16}$
- $7+1=10_8$
- $17+1=20_8$

2.4.3. Вычитание

- $10-1=F$ или 9 или 7 или 1 или ?
- $100-1=FF$ или 99 или 77 или 11 или ?

2.4.4. Умножение

- Выполняя умножение многозначных чисел в различных позиционных системах счисления, можно использовать обычный алгоритм перемножения чисел в столбик

- **Таблицы умножения для двоичной и восьмеричной систем**

*	0	1
0	0	0
1	0	1

*	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

- Умножение в двоичной системе сводится к сдвигам множимого и сложениям

2.4.4.

- Умножение в 16-й с/с

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	0	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	0	3	6	9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	0	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	0	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	0	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	0	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	0	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	0	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	0	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	0	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	0	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	0	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3
E	0	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	D2
F	0	F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1

2.4.4. Умножение. Пример

- Перемножим числа 115 и 51.

Десятичная: $115_{10} \cdot 51_{10}$	Двоичная: $1110011_2 \cdot 110011_2$	Восьмеричная: $163_8 \cdot 63_8$
$\begin{array}{r} 115 \\ \times 51 \\ \hline 115 \\ 575 \\ \hline 5865 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1110011 \\ \times 110011 \\ \hline 1110011 \\ 1110011 \\ \hline 1110011 \\ 1110011 \\ \hline 1011011101001 \end{array}$	$\begin{array}{r} 163 \\ \times 63 \\ \hline 531 \\ 1262 \\ \hline 13351 \end{array}$

- Ответ: $115 \cdot 51 = 5865_{10} = 1011011101001_2 = 13351_8$.
- Проверка. Преобразуем полученные произведения к десятичному виду:
 $1011011101001_2 = 2^{12} + 2^{10} + 2^9 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^3 + 2^0 = 5865$;
- $13351_8 = 1 \cdot 8^4 + 3 \cdot 8^3 + 3 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = 5865$.

2.4.5. Деление

- Деление в любой позиционной системе счисления производится по тем же правилам, как и деление углом в десятичной системе.
- Пример. Разделим число 30 на число 6.

Десятичная: $30_{10} : 6_{10}$

$$\begin{array}{r} - \quad 30 \mid 6 \\ \quad 30 \mid 5 \\ \hline \quad \quad 0 \end{array}$$

Двоичная: $11110_2 : 110_2$

$$\begin{array}{r} - \quad 11110 \mid 110 \\ \quad 110 \mid 101 \\ \hline \quad \quad 110 \\ \quad \quad 110 \\ \hline \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

Восьмеричная: $36_8 : 6_8$

$$\begin{array}{r} - \quad 36 \mid 6 \\ \quad 36 \mid 5 \\ \hline \quad \quad 0 \end{array}$$

- Ответ: $30:6=5_{10}=101_2=5_8$.

2.4.5. Деление. Пример

- Разделим число 35 на число 14.

Десятичная: $35_{10} : 14_{10}$

$$\begin{array}{r} - 35 \overline{) 14} \\ \underline{28} \\ 70 \\ \underline{70} \\ 0 \end{array}$$

Двоичная: $100011_2 : 1110_2$

$$\begin{array}{r} - 100011 \overline{) 1110} \\ \underline{1110} \\ 0 \end{array}$$

- Восьмеричная: $43_8 : 16_8 = 2,4_8$

- Ответ: $35:14=2,5_{10}=10,1_2=2,4_8$

- Проверка. Преобразуем полученные частные к десятичному виду:

- $10,1_2=2^1+2^{-1}=2,5$; $2,4_8=2 \cdot 8^0+4 \cdot 8^{-1}=2,5$.

Хитрости арифметики

$9 \times 1 =$	0	9
$9 \times 2 =$	1	8
$9 \times 3 =$	2	7
$9 \times 4 =$	3	6
$9 \times 5 =$	4	5
$9 \times 6 =$	5	4
$9 \times 7 =$	6	3
$9 \times 8 =$	7	2
$9 \times 9 =$	8	1
$9 \times 10 =$	9	0

Хитрости арифметики

$$1 \times 1 = 1$$

$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12321$$

$$1111 \times 1111 = 1234321$$

$$11111 \times 11111 = 123454321$$

$$111111 \times 111111 = 12345654321$$

$$1111111 \times 1111111 = 1234567654321$$

$$11111111 \times 11111111 = 123456787654321$$

$$111111111 \times 111111111 = 12345678987654321$$

$$1 \times 8 + 1 = 9$$

$$12 \times 8 + 2 = 98$$

$$123 \times 8 + 3 = 987$$

$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$

$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$

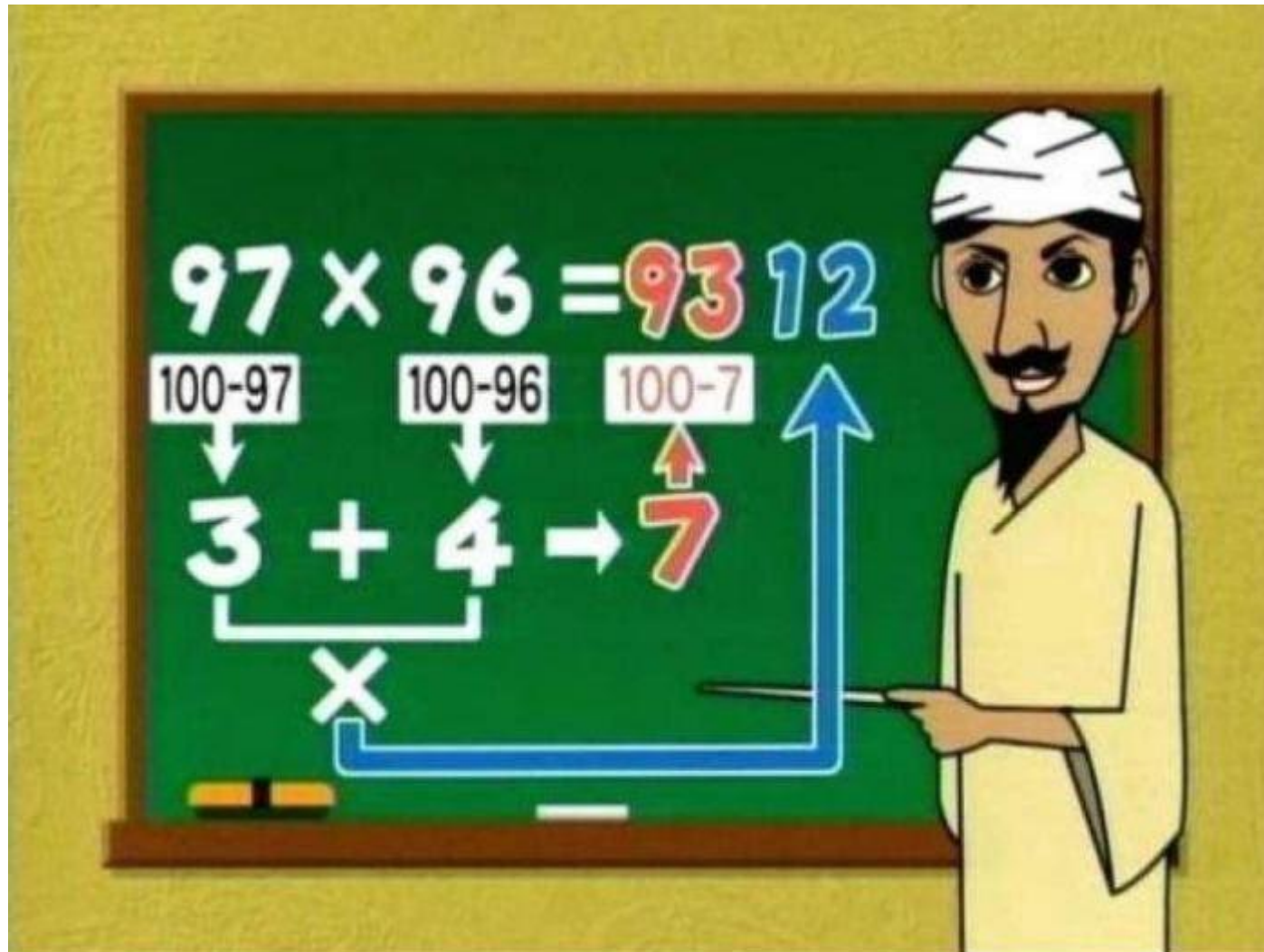
$$123456 \times 8 + 6 = 987654$$

$$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$$

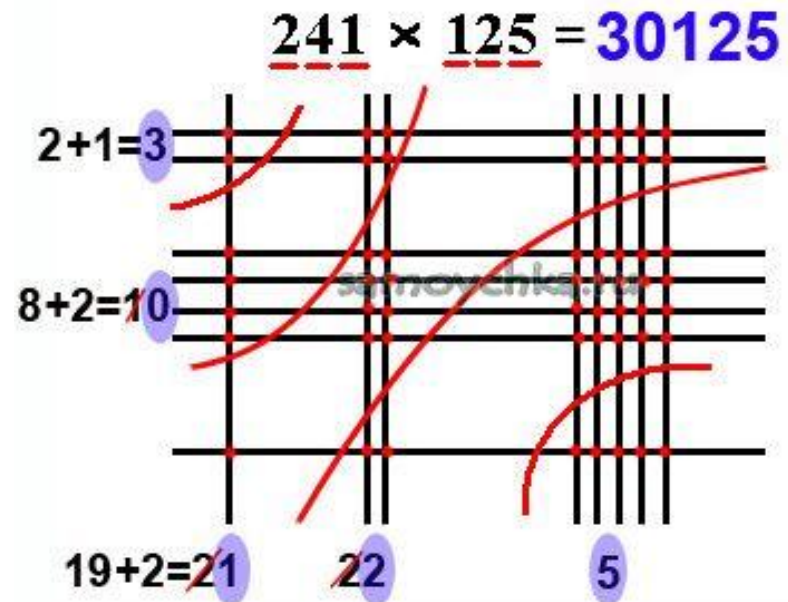
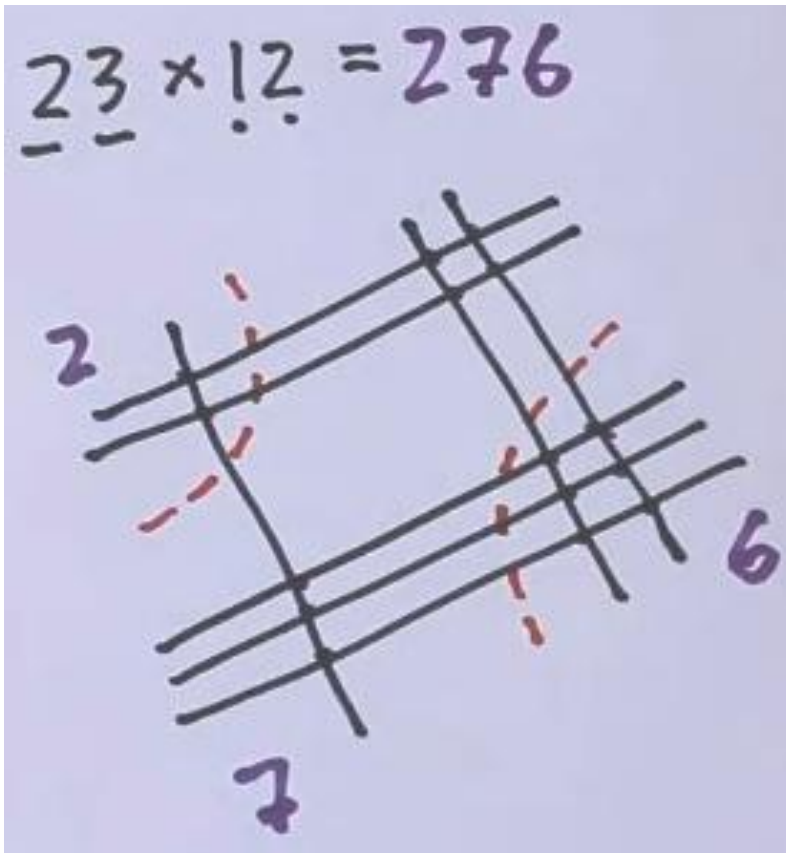
$$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$$

$$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$$

Хитрости арифметики



Хитрости арифметики



Русская деревенская школа конца XIX века во время урока арифметики Сергея Александровича Рачинского



$$\frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365}$$

Н. Богданов-Бельский.
Устный счет



Контрольный вопрос

- Для решения каких задач использовались самые большие числа в древней Руси, древнем Риме, древнем

