

«Методы и алгоритмы
цифровой обработки сигналов
на базе MATLAB»

*Методы непараметрического
спектрального анализа.*

Метод периодограмм

Бартлетта

Клионский Д.М. — к.т.н., доцент кафедры
математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)

ПЕРИОДОГРАММА БАРТЛЕТТА

- 1) Метод назван по имени **ученого Бартлетта** (аналогично методу **периодограмм Даньелла**).
- 2) **Сглаживание** осуществляется путем разбиения исходной последовательности **длины N** на **неперекрывающиеся фрагменты длины L** (без **перекрытия**).
- 3) В методе **периодограмм Уэлча** используется разбиение на **фрагменты с перекрытием**. Остальное совпадает с методом **периодограмм Бартлетта**.
- 4) **Количество фрагментов** может задаваться.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЕРИОДОГРАММЫ БАРТЛЕТТА (1)

Разбиение исходной последовательности на фрагменты

$$x^{(p)}(n) = x(n + pL), \quad n = 0, \dots, L-1; \quad p = 0, \dots, P-1$$

p – номер фрагмента;

$P = N/L$ – общее количество фрагментов;

N – длина последовательности;

L – длина фрагмента.

Вычисление периодограмм каждого фрагмента

$$\hat{S}_{BARTLETT}^{(p)}(\omega) = \hat{S}^{(p)}(\omega), \quad p = 0, \dots, P-1$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЕРИОДОГРАММЫ БАРТЛЕТТА (2)

Определение немодифицированной (исходной) периодограммы

$$\hat{S}(\omega) = \frac{|X(e^{j\omega T})|^2}{Nf_{\text{д}}} \quad X(e^{j\omega T}) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\omega Tn}$$

**Вычисление периодограммы Бартлетта путем усреднения
периодограмм фрагментов**

$$\hat{S}_{\text{BARTLETT}}(\omega) = \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} \hat{S}_{\text{BARTLETT}}^{(p)}(\omega)$$

Размерность периодограмм фрагментов должна быть равна N
(длина последовательности), т.к. в противном случае станет
невозможным сравнение различных непараметрических
оценок СПМ.

ОСОБЕННОСТИ ПЕРИОДОГРАММЫ БАРТЛЕТТА (1)

5

- 1) **Периодограмма Бартлетта является асимптотически несмещенной оценкой СПМ.**
- 2) **Периодограмма Бартлетта является состоятельной оценкой СПМ (в отличие от немодифицированной периодограммы и периодограммы Даньелла).**

$$R(\tau) \approx 0 \quad | \quad m > L$$

- 3) **В этом случае периодограммы фрагментов считаются независимыми.**

D дисперсия периодограммы Бартлетта

ОСОБЕННОСТИ ПЕРИОДОГРАММЫ БАРТЛЕТТА (2)

6

- 1) **Периодограмма Бартлетта** является менее осциллирующей, чем **периодограмма Даньелла**.
- 2) **Метод Бартлетта** является более распространенным, чем **метод Даньелла**.
- 3) Чем **больше L** , тем эффективнее сглаживание, но при этом ухудшается **разрешение по частоте Δf** .

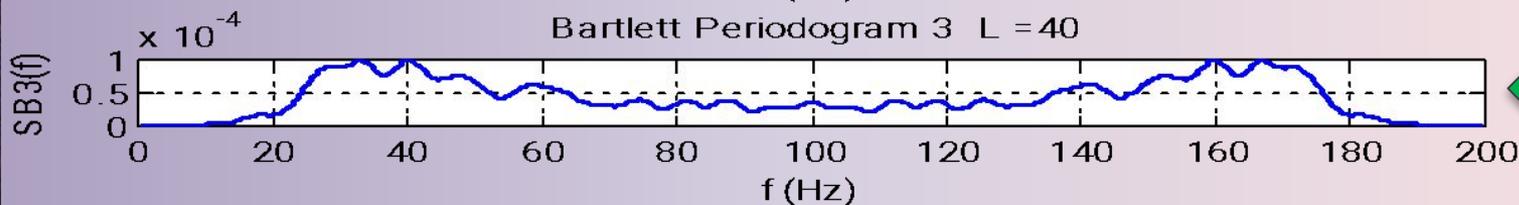
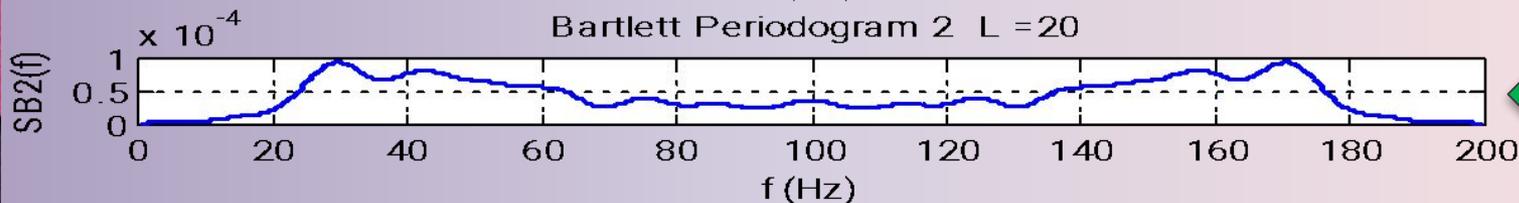
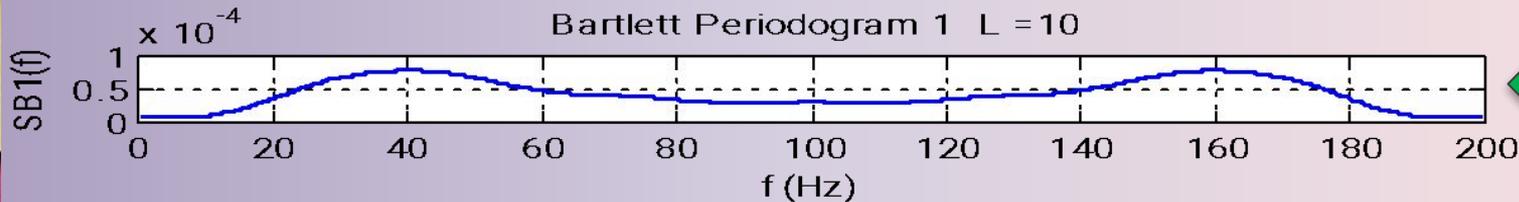
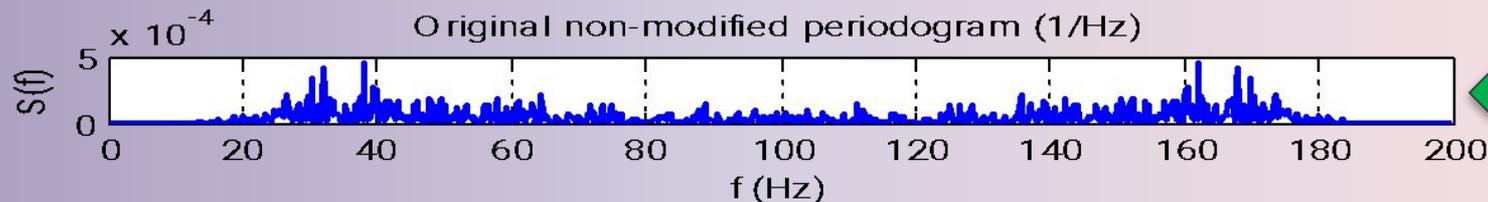
$\Delta f = f_d / L$ – разрешение по частоте

f_d – частота дискретизации

L – длина фрагмента

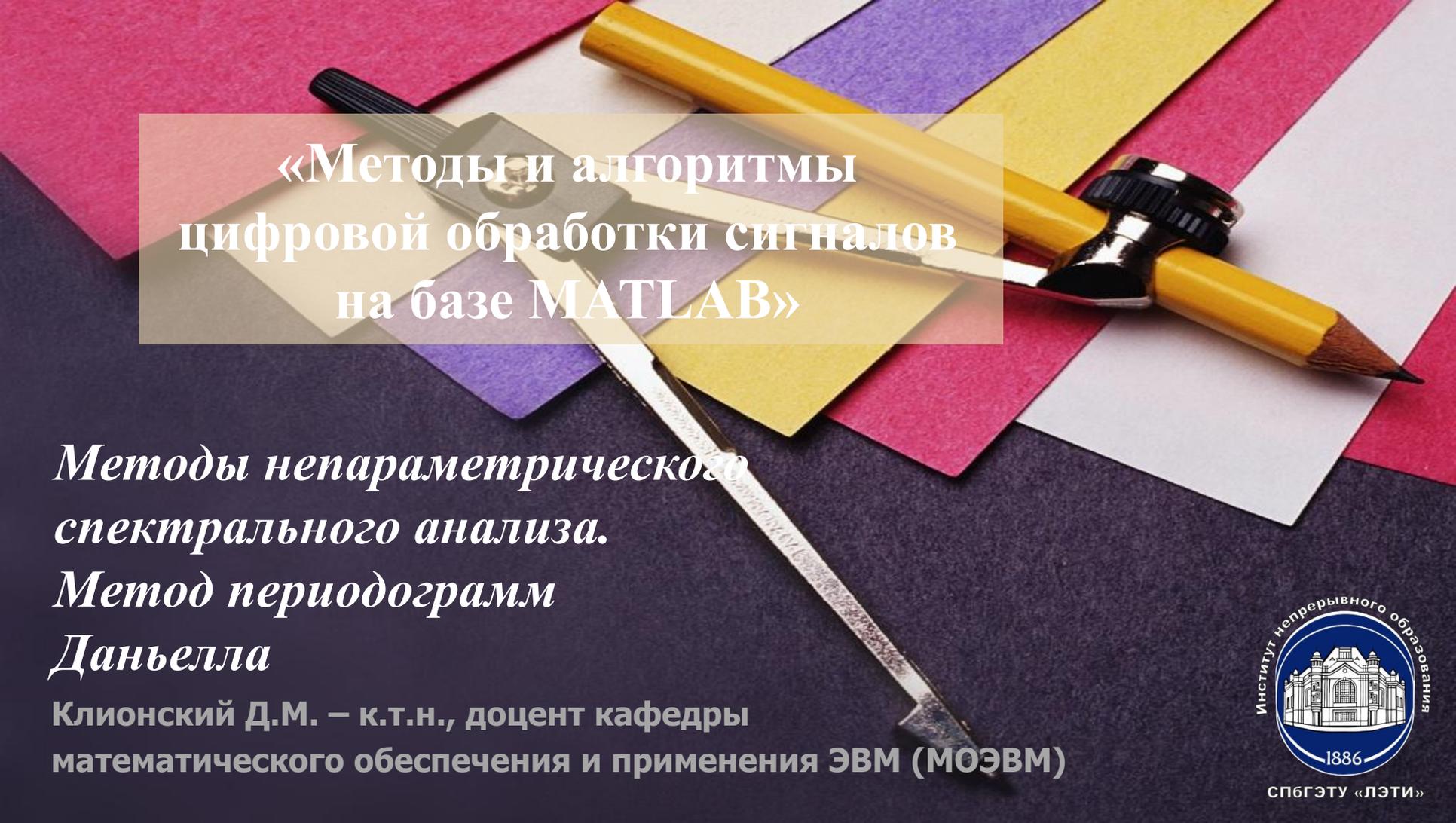


ГРАФИЧЕСКИЙ ПРИМЕР



ОСОБЕННОСТИ ПЕРИОДОГРАММЫ БАРТЛЕТТА (3)

- 1) **Периодограмма Бартлетта** – частный случай **периодограммы Уэлча**.
- 2) При вычислении в **MATLAB** используется встроенная **функция pwelch**.
- 3) **Прямой способ** вычисления **периодограммы Бартлетта** (длины **N**):
 - а) вычисление **периодограммы длины N** **неперекрывающихся фрагментов длины L**;
 - б) **усреднение** **периодограмм фрагментов длины L**.



«Методы и алгоритмы
цифровой обработки сигналов
на базе MATLAB»

*Методы непараметрического
спектрального анализа.*

Метод периодограмм

Даньелла

Клионский Д.М. — к.т.н., доцент кафедры
математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)