

Развертки поверхностей

Поверхность называется **развертывающейся**, если она путем изгиба может быть совмещена с плоскостью без образования складок и разрывов.

Плоская фигура, полученная в результате совмещения поверхности с плоскостью, называется **развёрткой**.

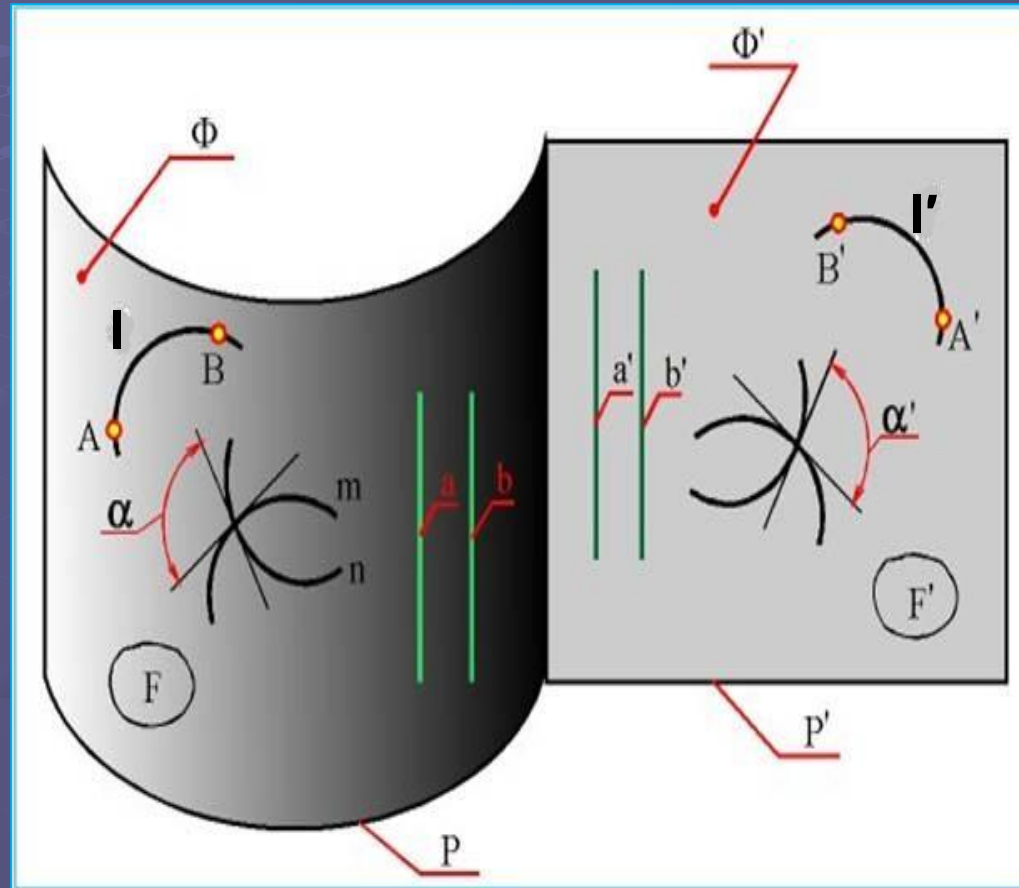
Свойством развёртываемости обладают:

- многогранные поверхности,
- конические,
- цилиндрические.

Между поверхностью и её развёрткой существует взаимно–однозначное соответствие.

Свойства разверток

- Длина участка AB линии l на поверхности равна длине участка $A'B'$ соответствующей линии l' на развертке.
- Прямой линии на поверхности соответствует прямая на развертке.
- Параллельным прямым на поверхности соответствуют параллельные прямые на развертке.
- Углы между линиями равны.
- Площадь поверхности равна площади развертки.



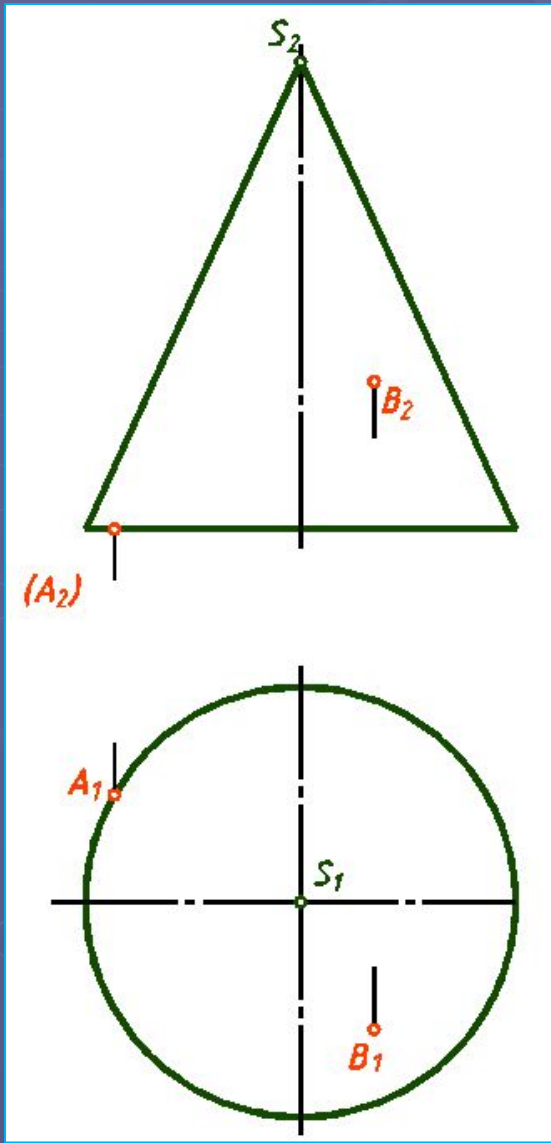
Не всякой прямой линии на развертке (Φ') соответствует прямая на поверхности (Φ).

Задача. Построить боковую развертку усеченного цилиндра и нанести на нее точки **A** и **B**, принадлежащие поверхности цилиндра.



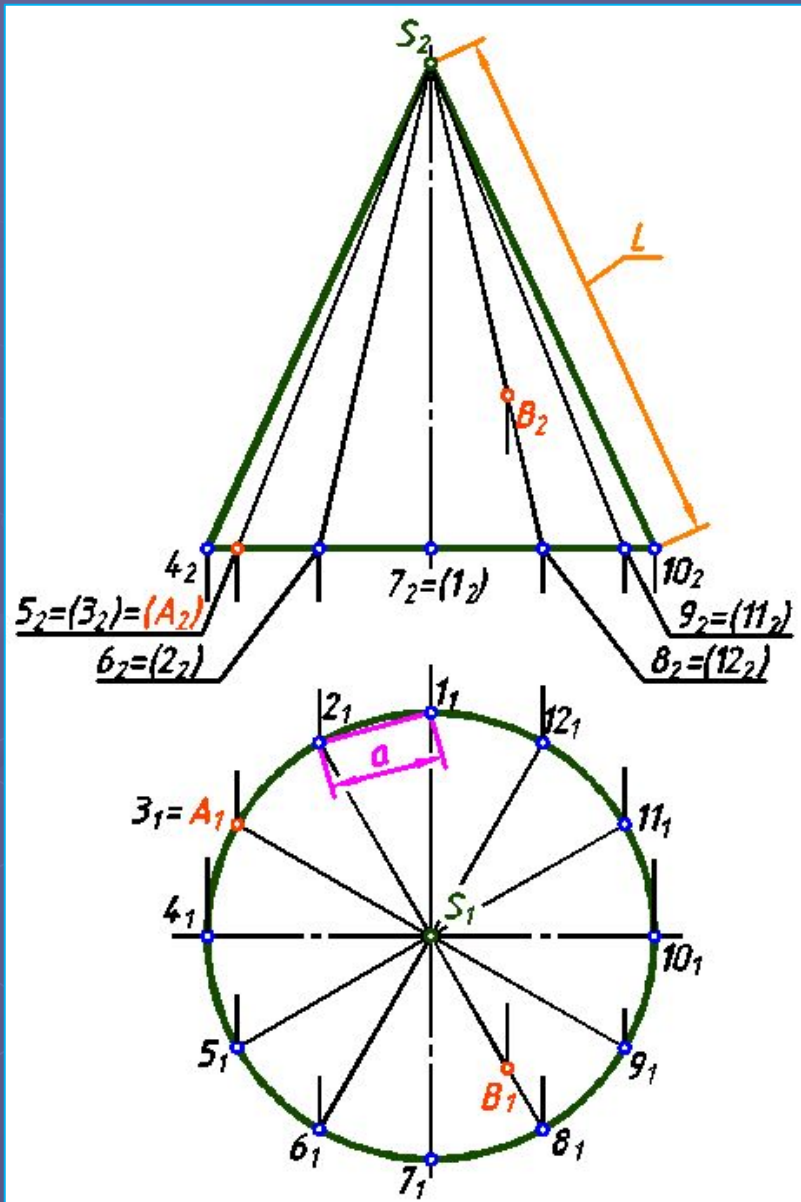
Разделим окружность горизонтальной проекции цилиндра на 12 частей. Построим соответствующие образующие цилиндра. Начертим горизонтальную прямую. Зафиксируем точку 1. Отложим 12 отрезков **a**. Из концов отрезков проведём вертикальные прямые. Отложим на них высоту соответствующих образующих цилиндра. Найденные точки соединим плавной кривой. Нанесём на развёртку точки **A** и **B**.

Задача. Определить кратчайшее расстояние между точками **A** и **B** по поверхности конуса. Построить проекции линии, соединяющей точки **A** и **B**.



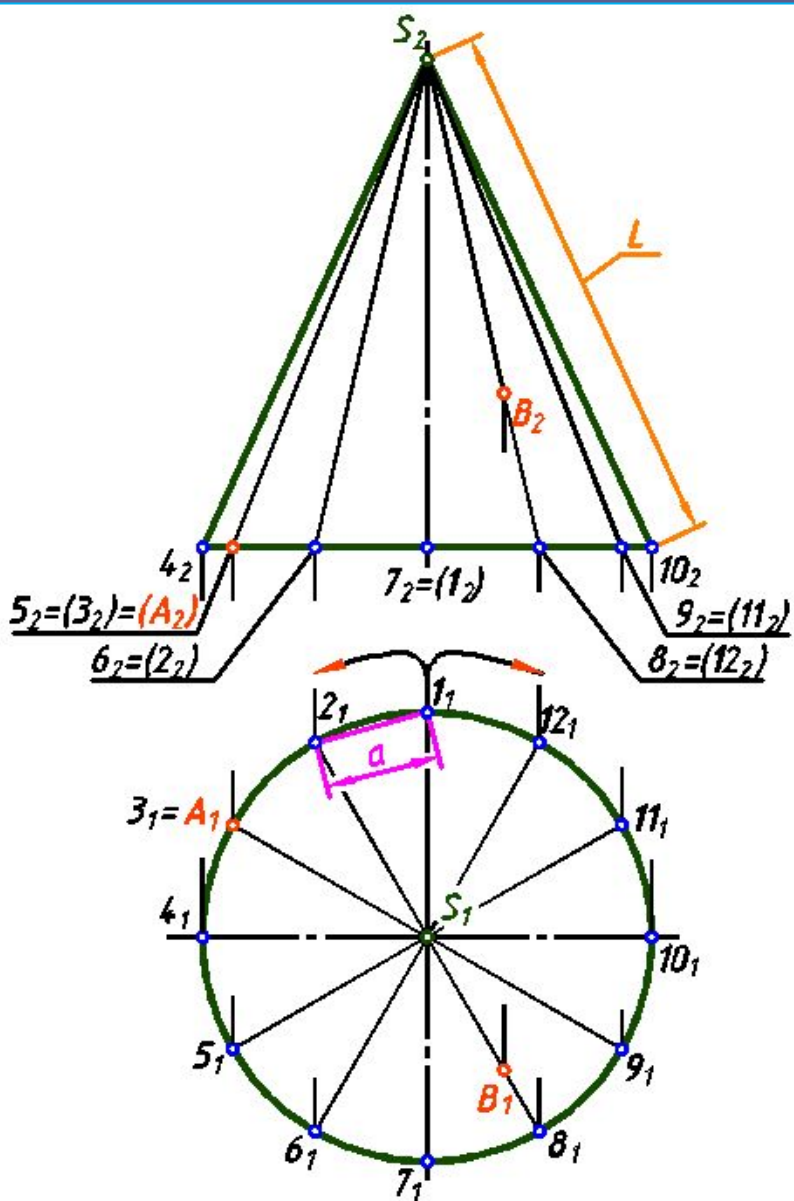
- Кратчайшее расстояние между точками на поверхности конуса равно длине отрезка **AB** на развёртке.
- Следует построить ту часть развёртки, на которой будет расположен отрезок **[AB]**.
- Расстояние от точки **A** до точки **B**, измеренное **против часовой стрелки короче**, чем по часовой.

Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



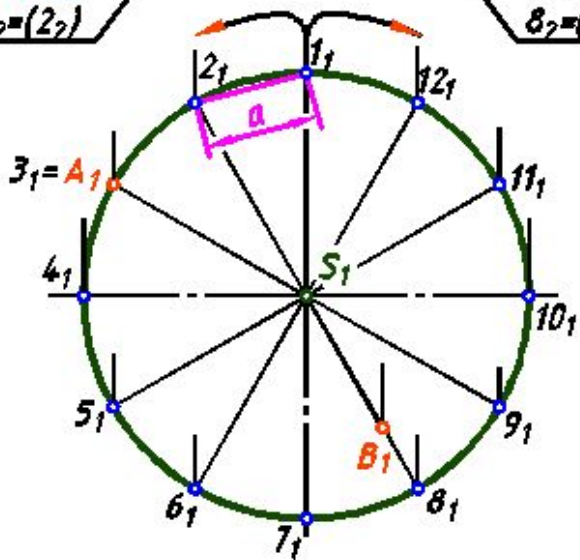
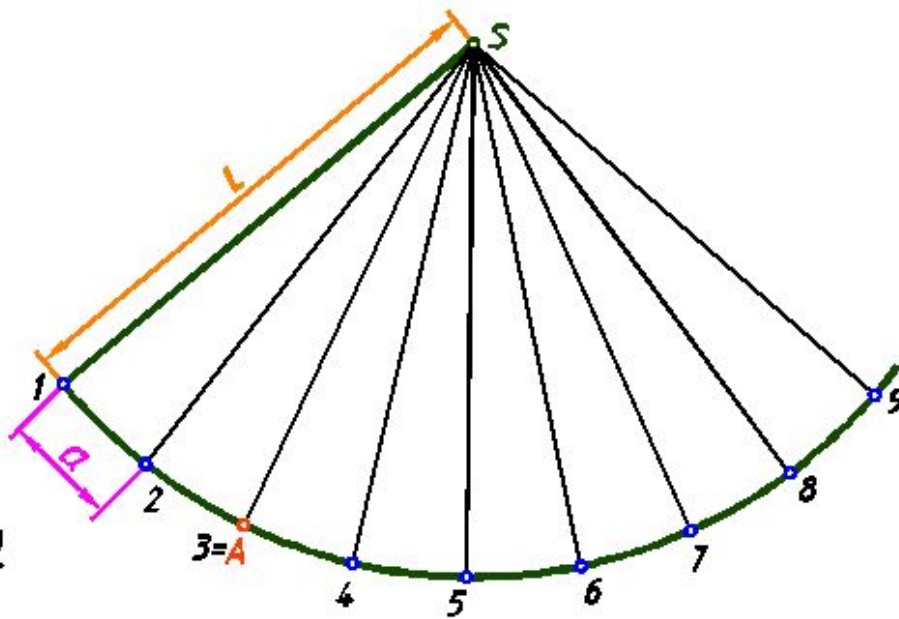
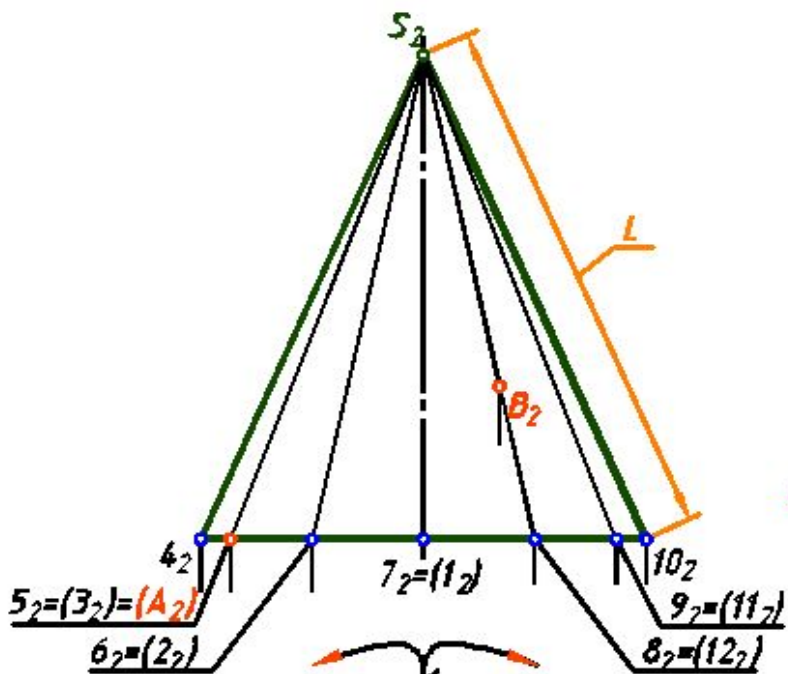
- **Делим** окружность основания конуса на достаточное количество частей (чем больше, тем точнее развертка), например, на двенадцать.
- **Строим** соответствующие образующие конуса.

Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



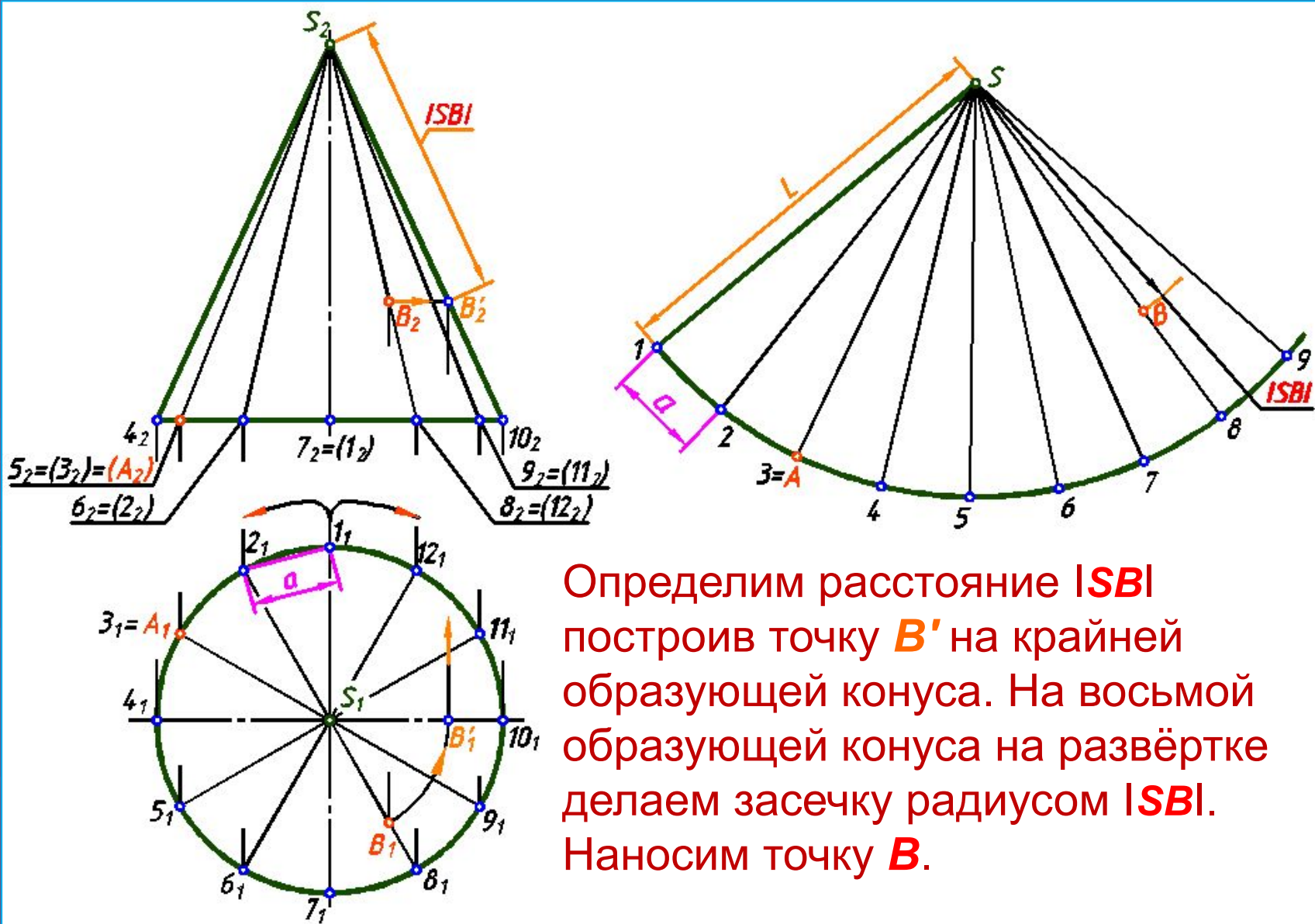
Построение развертки.
Из точки S радиусом L проводим дугу. Фиксируем точку 1 .
Строим образующую $S-1$, длина L которой равна длине очерковой образующей на Π_2 .

Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



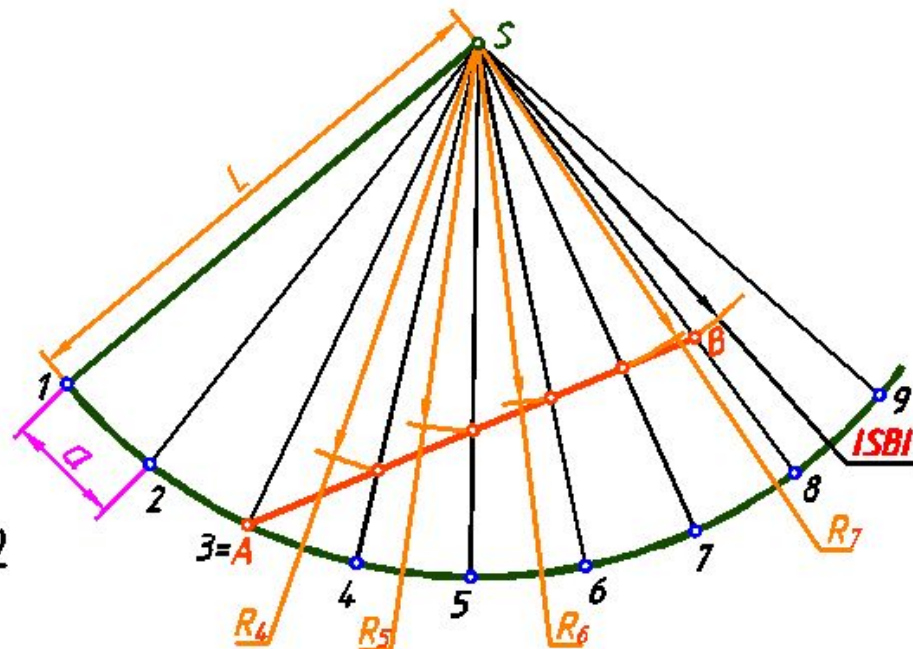
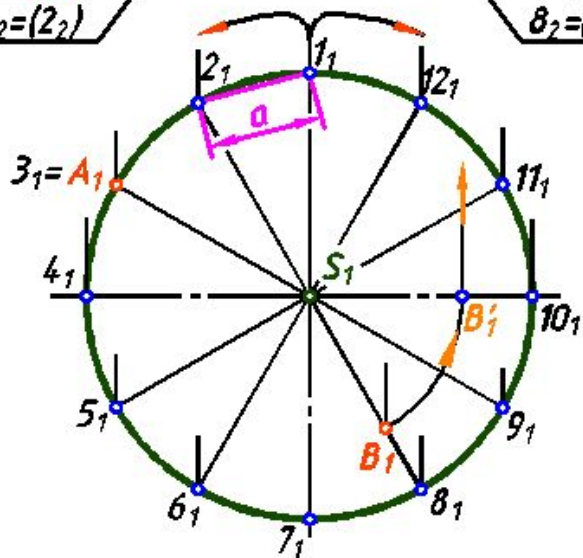
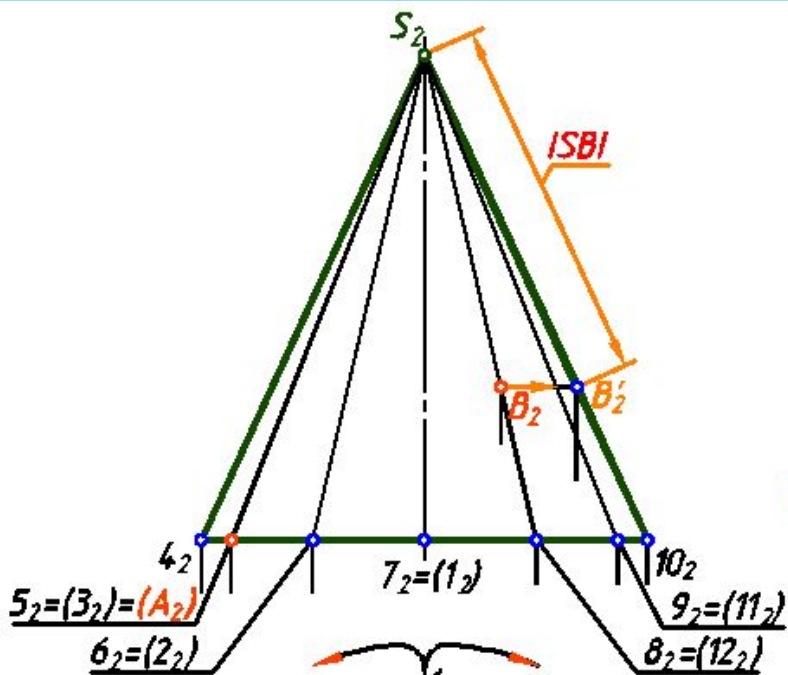
Откладываем на дуге длину хорды $|a|$ восемь раз. Строим образующие конуса **S-2, S-3, S-4...** на развёртке. Наносим точку **A**.

Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



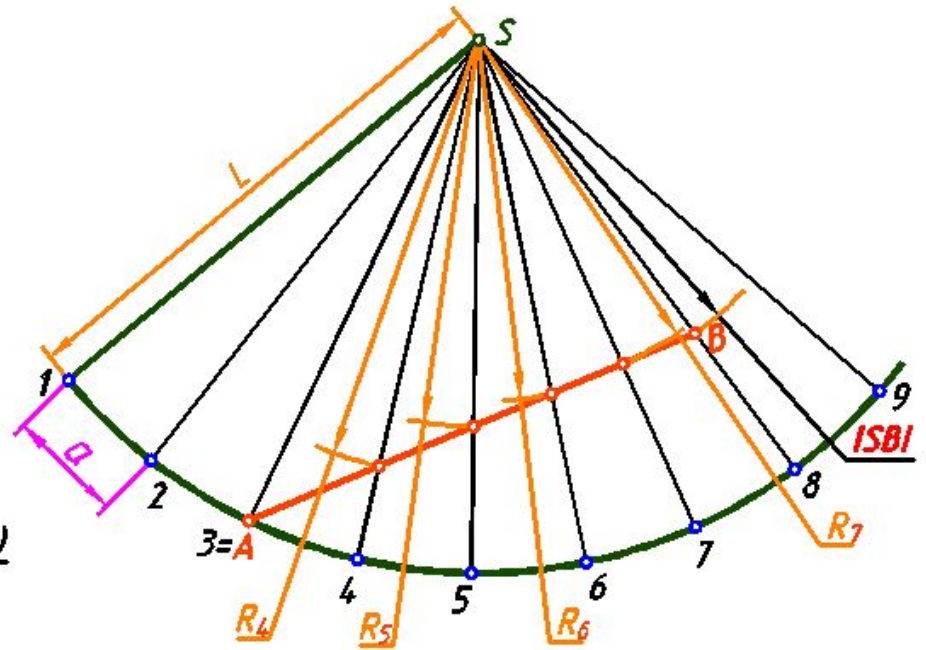
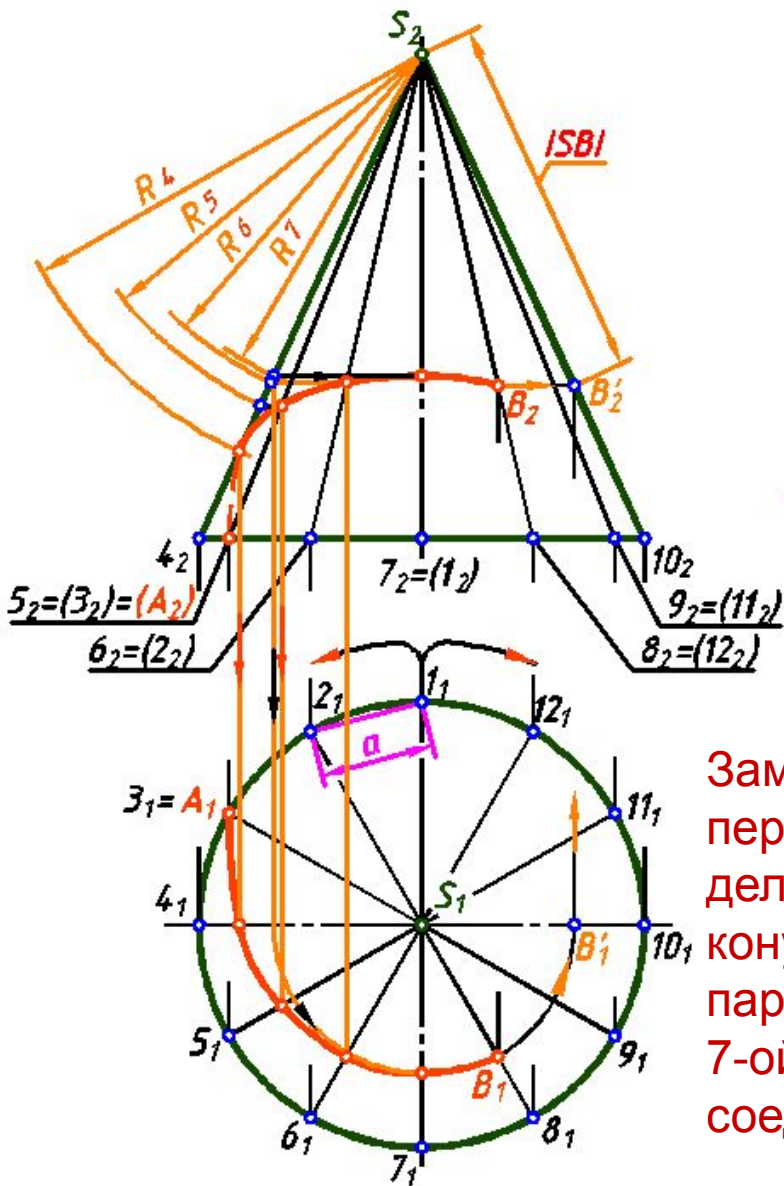
Определим расстояние **ISBI** построив точку **B'** на крайней образующей конуса. На восьмой образующей конуса на развёртке делаем засечку радиусом **ISBI**. Наносим точку **B**.

Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



Соединив точки **A** и **B** получим отрезок **AB** - кратчайшее расстояние между точками **A** и **B** по поверхности конуса. Для построения проекций этого отрезка определим точки пересечения образующих конуса с отрезком **AB** на развёртке.

Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



Замеряем расстояние от точки **S** до точки пересечения, например, R_7 . Этим радиусом делаем засечку на крайней образующей конуса. Из этой точки проводим отрезок, параллельный основанию до пересечения с 7-ой образующей и т. д. Полученные точки соединим плавной кривой.

Спасибо за
внимание!