

# Развертки поверхностей

Поверхность называется **развертывающейся**, если она путем изгиба может быть совмещена с плоскостью без образования складок и разрывов.

**Плоская фигура**, полученная в результате совмещения поверхности с плоскостью, называется **развёрткой**.

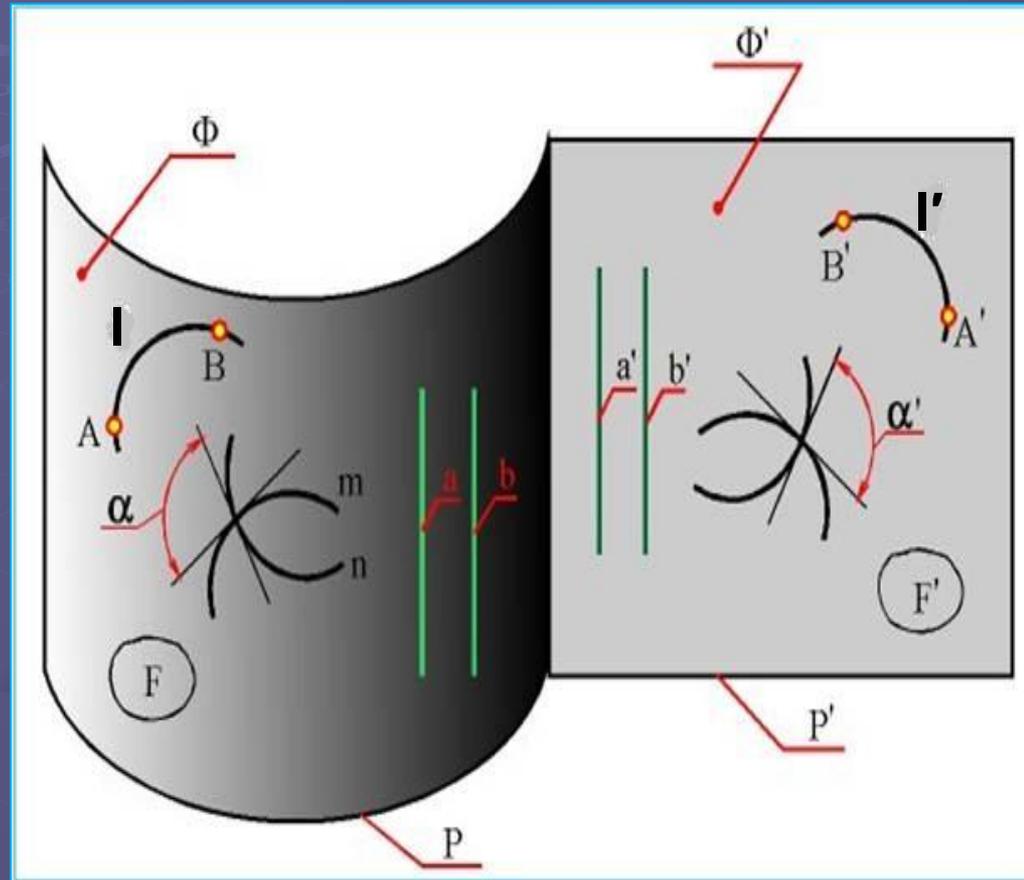
Свойством развёртываемости обладают:

- многогранные поверхности,
- конические,
- цилиндрические.

Между поверхностью и её развёрткой существует взаимно–однозначное соответствие.

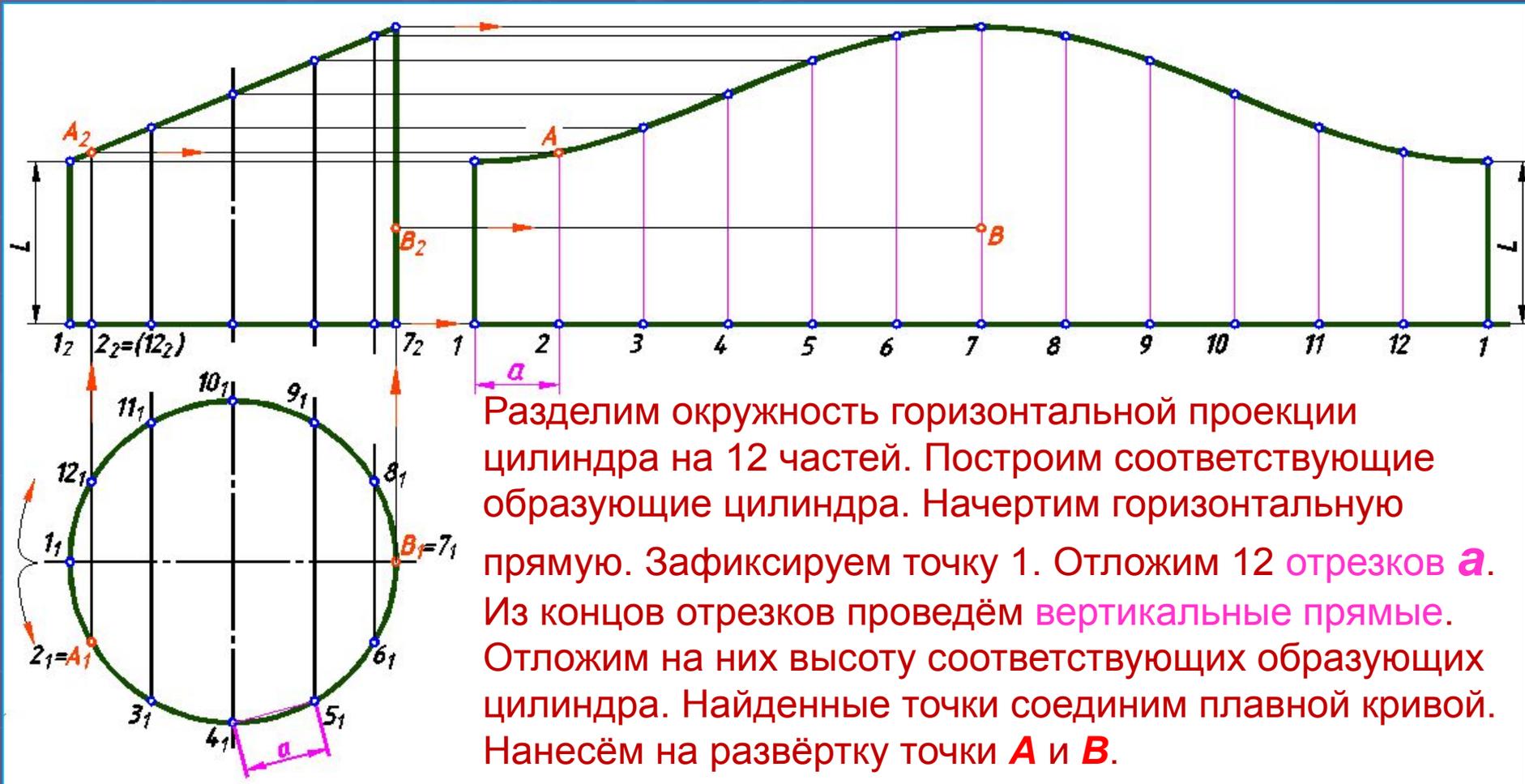
# Свойства разверток

- Длина участка  $AB$  линии  $l$  на поверхности равна длине участка  $A'B'$  соответствующей линии  $l'$  на развертке.
- Прямой линии на поверхности соответствует прямая на развертке.
- Параллельным прямым на поверхности соответствуют параллельные прямые на развертке.
- Углы между линиями равны.
- Площадь поверхности равна площади развертки.



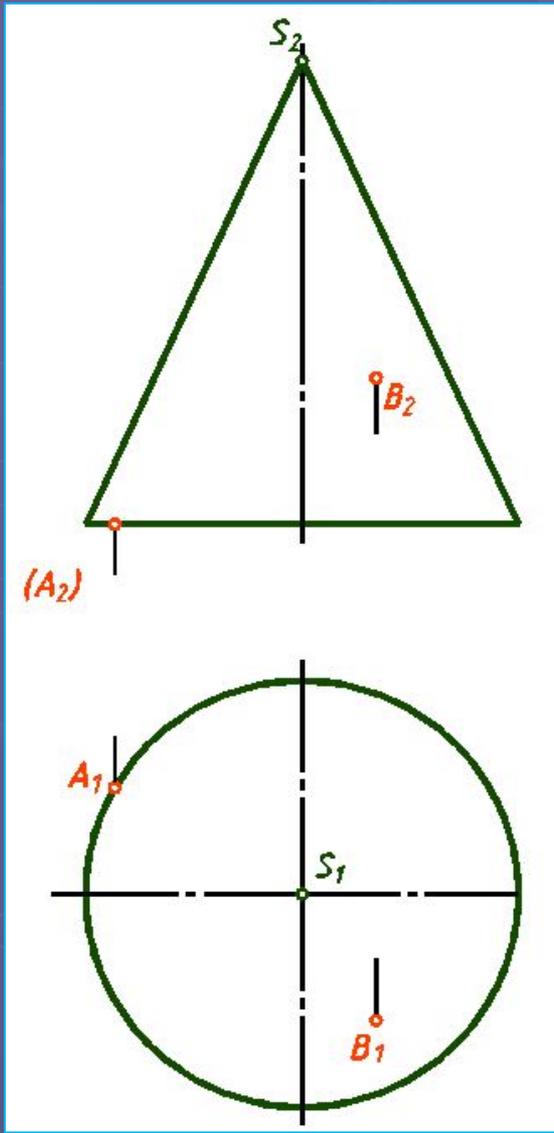
Не всякой прямой линии на развертке ( $\Phi'$ ) соответствует прямая на поверхности ( $\Phi$ ).

Задача. Построить боковую развертку усеченного цилиндра и нанести на нее точки **A** и **B**, принадлежащие поверхности цилиндра.



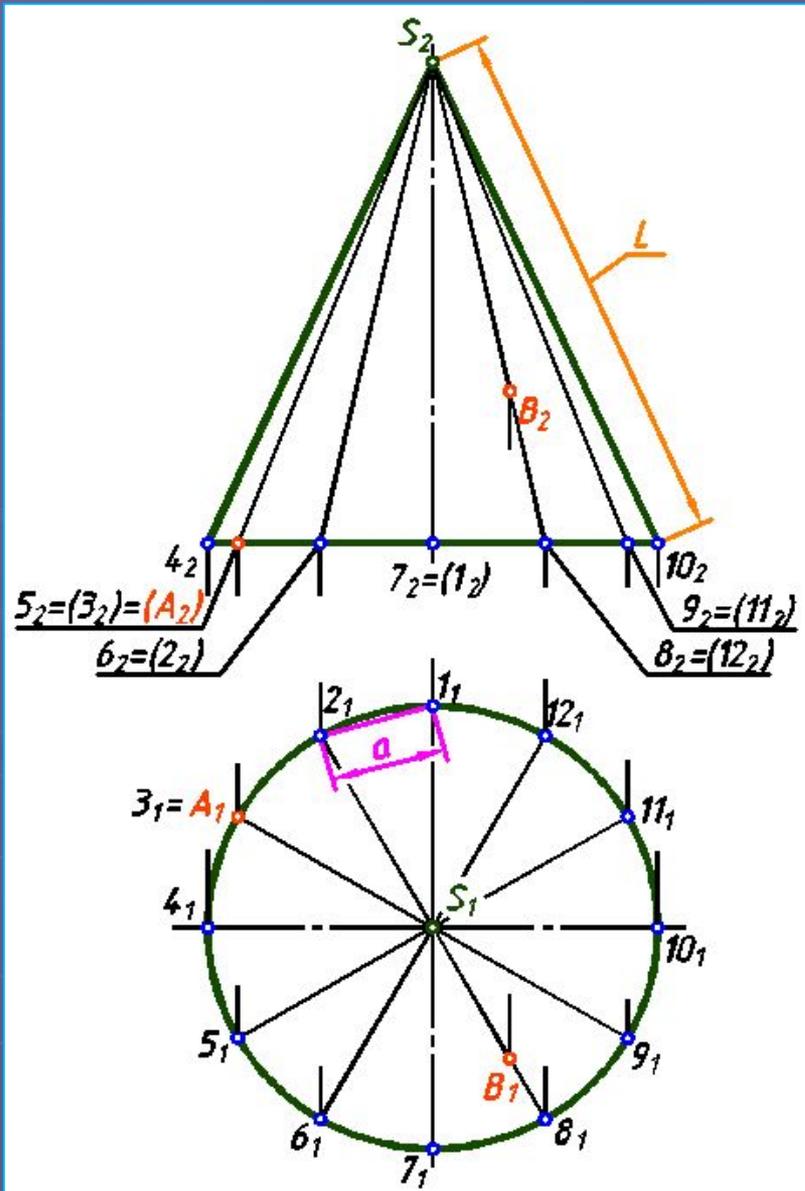
Разделим окружность горизонтальной проекции цилиндра на 12 частей. Построим соответствующие образующие цилиндра. Начертим горизонтальную прямую. Зафиксируем точку 1. Отложим 12 отрезков **a**. Из концов отрезков проведём вертикальные прямые. Отложим на них высоту соответствующих образующих цилиндра. Найденные точки соединим плавной кривой. Нанесём на развёртку точки **A** и **B**.

Задача. Определить кратчайшее расстояние между точками **A** и **B** по поверхности конуса. Построить проекции линии, соединяющей точки **A** и **B**.



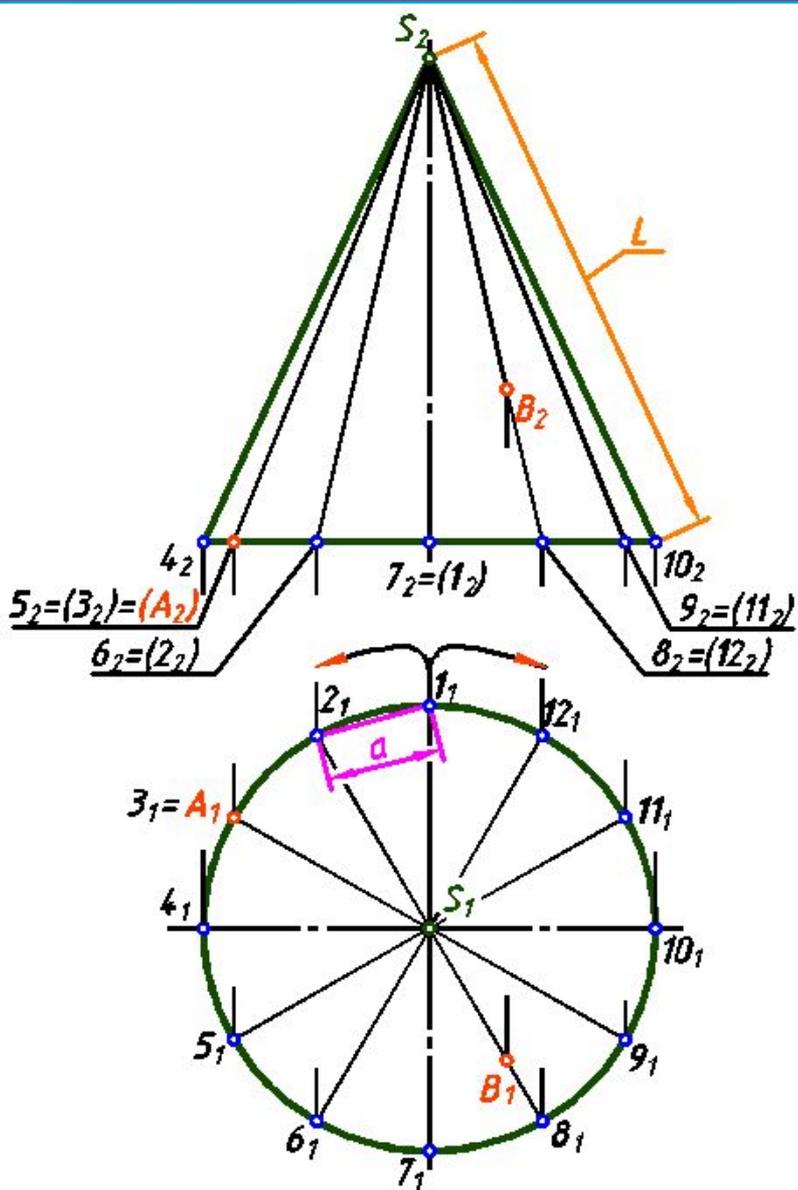
- Кратчайшее расстояние между точками на поверхности конуса равно длине отрезка **AB** на развёртке.
- Следует построить ту часть развёртки, на которой будет расположен отрезок **[AB]**.
- Расстояние от точки **A** до точки **B**, измеренное **против часовой стрелки короче**, чем по часовой.

# Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



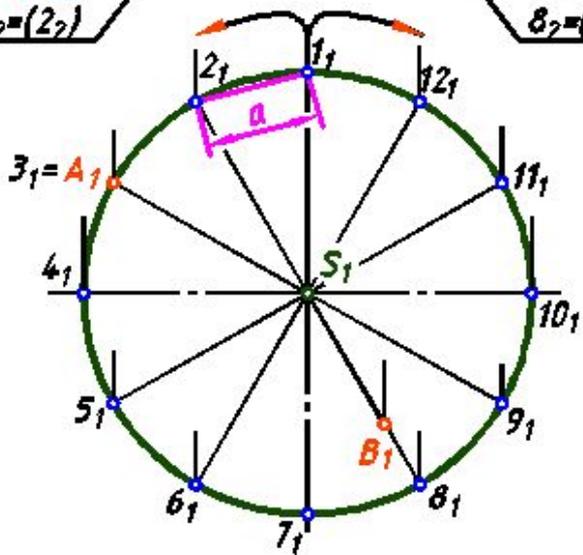
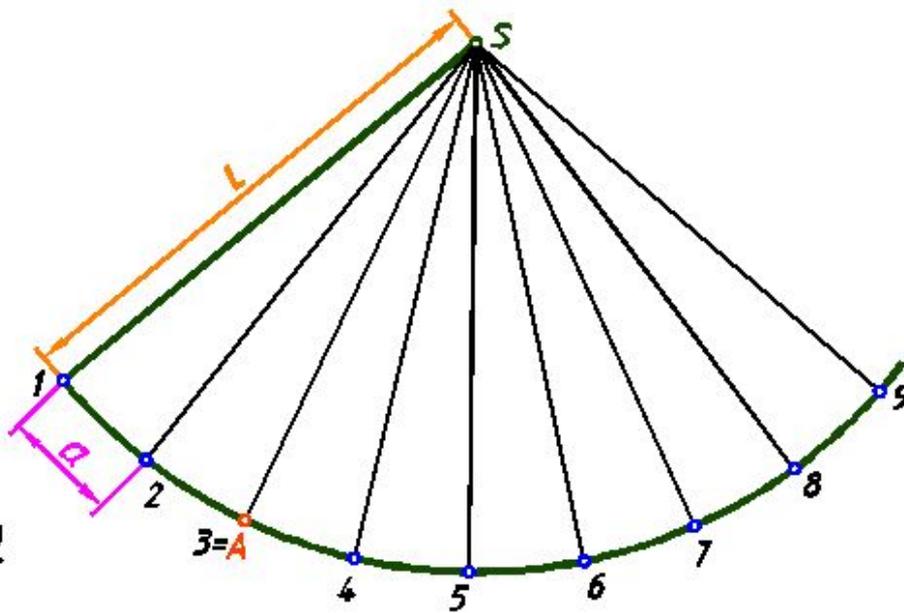
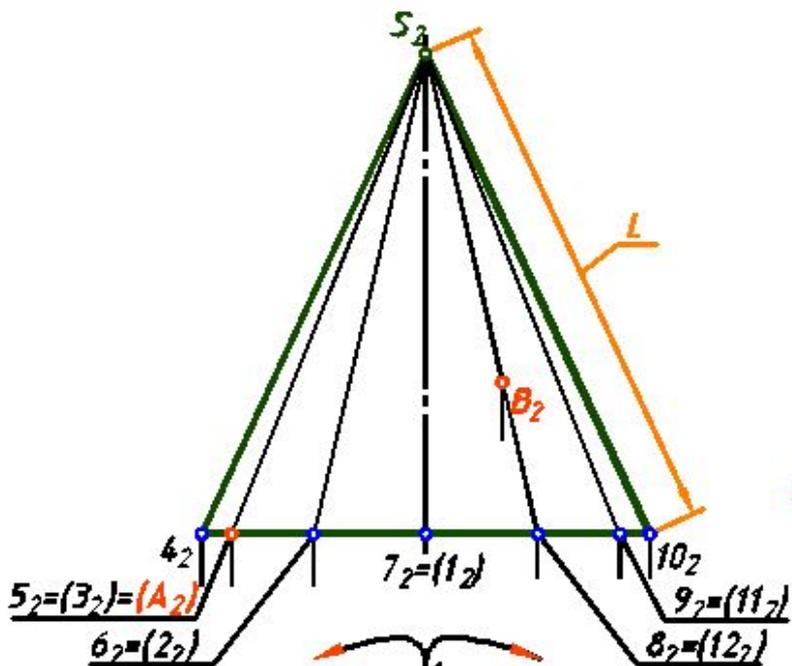
- **Делим** окружность основания конуса на достаточное количество частей (чем больше, тем точнее развертка), например, на двенадцать.
- **Строим** соответствующие образующие конуса.

# Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



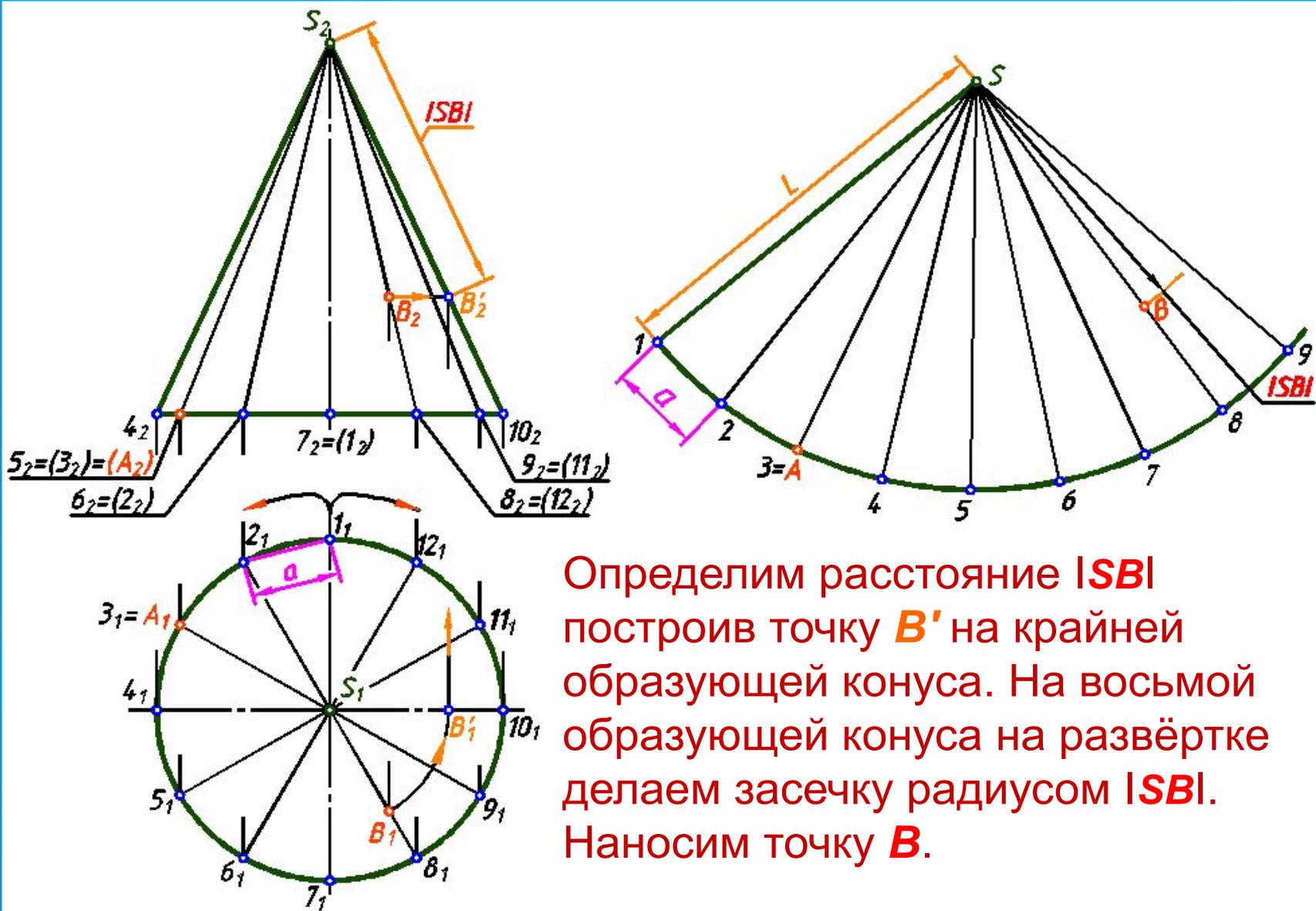
Построение развертки.  
 Из точки  $S$  радиусом  $L$  проводим дугу. Фиксируем точку  $1$ .  
 Строим образующую  $S-1$ , длина  $L$  которой равна длине очерковой образующей на  $\Pi_2$ .

# Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



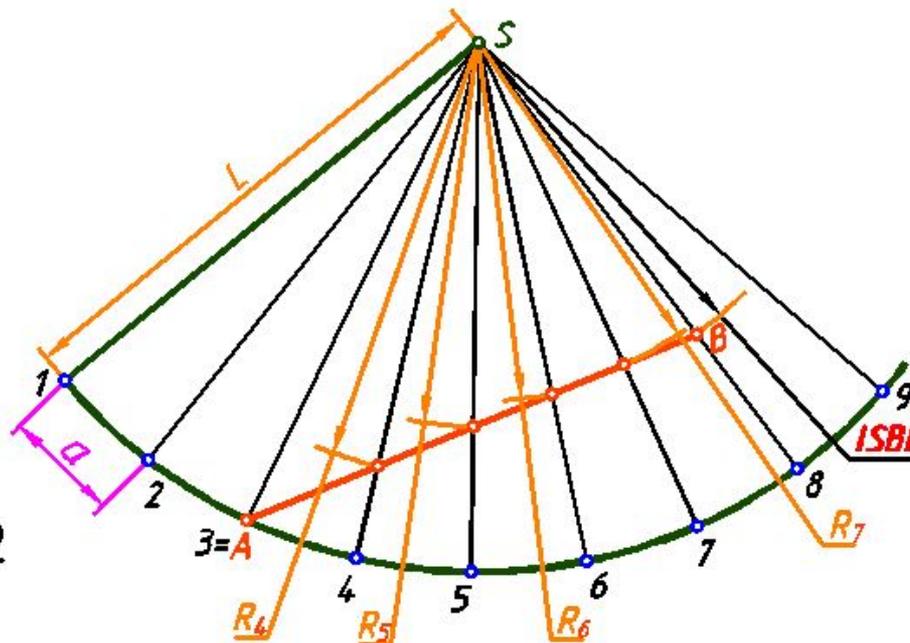
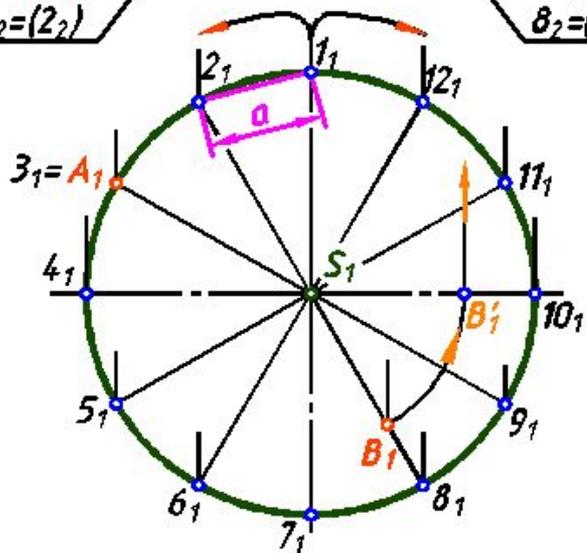
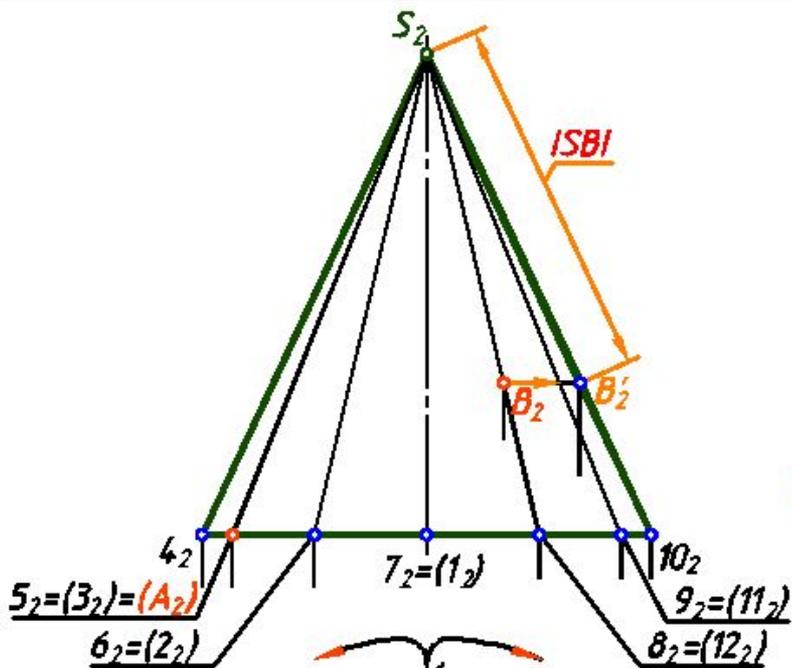
Откладываем на дуге длину хорды  $|a|$  восемь раз. Строим образующие конуса **S-2, S-3, S-4...** на развёртке. Наносим точку **A**.

# Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



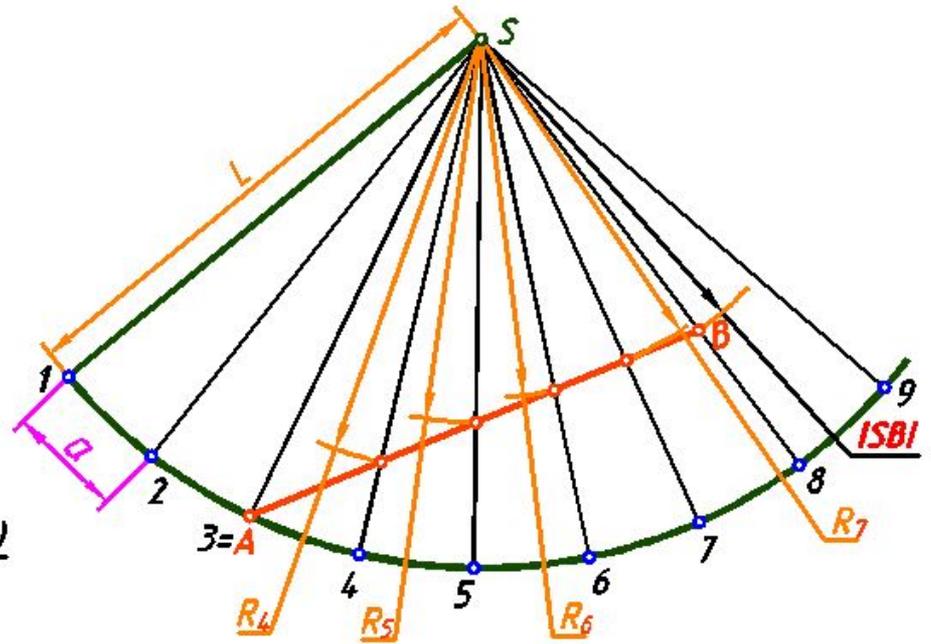
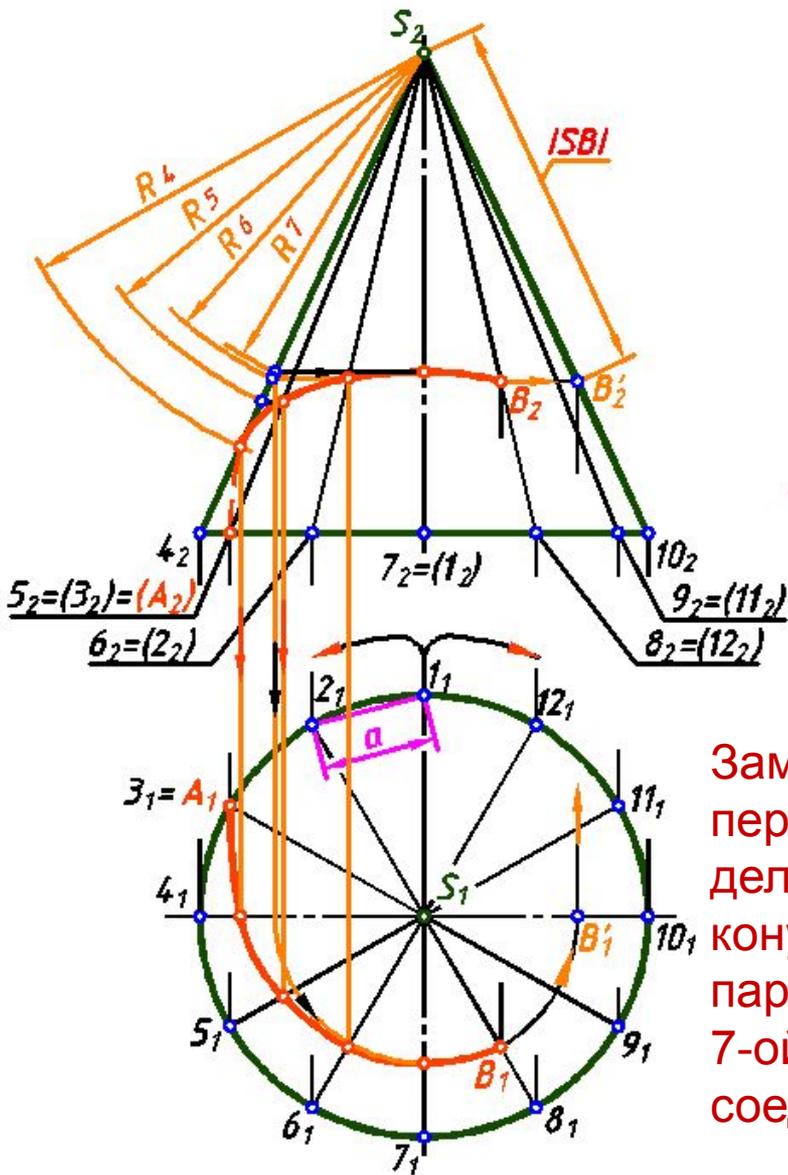
Определим расстояние  $ISBI$  построив точку **B'** на крайней образующей конуса. На восьмой образующей конуса на развёртке делаем засечку радиусом  $ISBI$ . Наносим точку **B**.

# Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



Соединив точки **A** и **B** получим отрезок **AB** - кратчайшее расстояние между точками **A** и **B** по поверхности конуса. Для построения проекций этого отрезка определим точки пересечения образующих конуса с отрезком **[AB]** на развёртке.

# Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



Замеряем расстояние от точки **S** до точки пересечения, например,  $R_7$ . Этим радиусом делаем засечку на крайней образующей конуса. Из этой точки проводим отрезок, параллельный основанию до пересечения с 7-ой образующей и т. д. Полученные точки соединим плавной кривой.

Спасибо за  
внимание!