Статистические распределения и их основные характеристики

Различия индивидуальных значений признака у единиц совокупности называются ***вариацией признака.***

Она возникает в результате того, что индивидуальные значения складываются под совместным влиянием разнообразных условий (факторов), по разному сочетающихся в каждом отдельном случае.

Вариация, которая не зависит от факторов, положенных в основу выделения групп, называется ***случайной вариацией***.

Изучение вариации в пределах одной группы предполагает использование следующих приемов:

- построение вариационного ряда (ряда распределения);
- графическое изображение;
- исчисление основных характеристик распределения: показателей центра распределения; показателей вариации; показателей формы распределения.

Вариационный ряд -

групповая таблица, построенная по количественному признаку, в сказуемом которой показывается число единиц в каждой группе.

Форма построения вариационного ряда зависит от характера изменения изучаемого признака.

Он может быть построен в форме дискретного ряда или в форме интервального ряда.

Пример 1. Распределение рабочих по тарифному разряду

Тарифный разряд рабочего, х	Число рабочих, имеющих этот разряд, f	Частость W	Накопленная (кумулятивная) частота,S
2	1	1/20=0,05	1
3	5	5/20=0,25	5+1=6
4	8	8/20=0,4	6+8=14
5	4	4/20=0,2	14+4=18
6	2	2/20=0,1	18+2=20
итого	20	1	

Частость расчитывается по формуле

$$W_i = \frac{f_i}{\sum f_i}$$

Замена частот частостями позволяет сопоставить вариационные ряды с различным числом наблюдений.

Средняя квалификация работников

$$\bar{x}_{\text{вз}} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{2*1+3*5+4*8+5*4+6*2}{1+5+8+4+2} \approx 4{,}05$$

- Т.е в среднем рабочие имеют 4 тарифный разряд

Для признака, имеющего непрерывное изменение строится ***интервальный вариационный ряд распределения.***

Определение величины интервала производится

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{m}$$

$$\text{нижняя граница} = \mathrm{x}_{\min}$$

$$\text{верхняя граница} = \mathrm{x}_{\min} + i$$

Показатели центра распределения.

Средняя арифметическая для дискретного ряда расчитывается по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x}_{\text{вз}} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

В интервальном ряду расчет производится по этой же формуле, но в качестве х берется середина интервала. Она определяется так

$$\frac{\text{нижняя граница} + \text{верхняя граница}}{2}$$

Пример 2. Распределение банков по размеру прибыли.

Размер прибыли, млн. крон, x	Середина интервала, x'	Число банко вf	Накоплен-ная частота, S
3,7 - 4,6	(3,17+4,6)/2=4,15	3	3
4,6 - 5,5	(4,6+5,5/2)=5,05	4	3+4=7
5,5 - 6,4	(5,5+6,4)/2=5,95	5	7+5=12
6,4 - 7,3	(6,4+7,3)/2=6,85	6	12+6=18
7,3 - 8,1	(7,3+8,1)/2=7,7	2	18+2=20
итого	-	20	

Средний размер прибыли

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{4{,}15 * 3 + 5{,}05 * 4 + 5{,}95 * 5 + 6{,}85 * 6 + 7{,}7 * 2}{3 + 4 + 5 + 6 + 2} = 5{,}945$$

Мода (Мо)

- наиболее часто встречающееся значение признака.
- В дискретном ряду - это варианта с наибольшей частотой.
- В интервальном ряду сначала определяется модальный интервал, т.е. тот, который имеет наибольшую частоту, а затем расчитывают моду по формуле:

Значение моды определяется по формуле:

$$Mo = x_{Mo} + i_{Mo} \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})}$$

- В примере 1 наибольшую частоту - 8 имеет четвертый тарифный разряд, следовательно значение моды равно 4 тарифному разряду
- В примере 2 модальный интервал 6,4 -7,3 так как такой уровень прибыли имеют наибольшее число банков.

$$Mo = 6{,}4 + (7{,}3 - 6{,}4) * \frac{(6-5)}{(6-5)+(6-2)} = 6{,}58$$

Медиана (Me)

- соответствует варианту, стоящему в середине ранжированного ряда. Положение медианы определяется ее номером:

$$N_{Me} = \frac{n+1}{2}$$

- где n - число единиц в совокупности.

Медиана в дискретном ряду

- По накопленным частотам определяют ее численное значение в дискретном вариационном ряду.
- Медиана тарифного разряда будет найдена следующим образом:

$$N_{Me} = \frac{n+1}{2} = \frac{20+1}{2} = 10{,}5$$

- Следовательно, среднее значение 10-го и 11-го признаков будут соответствовать медиане.

$$M_e = \frac{x_{10} + x_{11}}{2}$$

- По накопленным частотам находим 10-й и 11-й признаки. Их значение соответствует 4-му тарифному разряду, следовательно медиана в данном ряду равна 4.

Медиана в интервальном ряду

- В интервальном ряду распределения по номеру медианы указывают интервал, в кторoм находится медиана.
- Численное значение определяется по формуле:

$$Me = X_{Me} + i_{Me} * \frac{\frac{n+1}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}}$$

расчитаем медиану в интервальном ряду

- По накопленным частотам вышеприведенного примера определяем, что медиана находится в интервале

5,5 - 6,4 так как номер медианы

$$N_{Me} = \frac{n+1}{2} = \frac{20+1}{2} = 10{,}5$$

а это значение включает кумулятивная частота 12.

- Тогда медиана

$$M_e = 5{,}5 + (6{,}4 - 5{,}5) * \frac{\frac{20+1}{2} - 7}{5} = 6{,}13$$

- Таким образом, 50% банков имеют прибыль менее 6,13 млн. крон, а другие 50% - более 6,13.

Квартиль - это значения признака, которые делят ранжированный ряд на четыре равные по численности части.

- Таких величин будет три:

первая квартиль(Q1),

вторая квартиль (Q2),

третья квартиль (Q3).

- Вторая квартиль является медианой.

Сначала определяется положение или место квартили:

$$N_{Q1} = \frac{n+1}{4}$$

$$N_{Q2} = \frac{n+1}{4} * 2 = \frac{n+1}{2}$$

$$N_{Q3} = \frac{n+1}{4} * 3$$

- В дискретном ряду по накопленным частотам определяют численное значение.
- В интервальном ряду распределения сначала указывают интервал, в котором лежит квартиль, затем определяют ее численное значение по формуле:

$$\mathrm{Q} = \mathrm{x}_{\mathrm{Q}} + i\,\frac{\mathrm{N}_{\mathrm{Q}} - S_{(Q-1)}}{f_{Q}}$$

Расчет первой квартили, пример 1.

$$N_{Q1} = \frac{n+1}{4} = \frac{20+1}{4} = 5{,}25$$

Тарифный разряд рабочего, x	Число рабочих, f	Кумулятивная частота
2	1	1
3	5	1+5 = 6
4	8	6+8 = 14
5	4	14+4 = 18
6	2	18+2 = 20
Итого	20	

- Номер квартили показывает, что значение квартили находится между 5 и 6 признаком. Поскольку и 5-й и 6-й признаки имеют значение 3, то первая квартиль равна 3

Расчет первой квартили в интервальном ряду (пример 2)

Размер прибыли, млн. крон, x	Середина интервала, x'	Число банков f	Накоплен-ная частота, S
3,7 - 4,6	4,15	3	3
4,6 - 5,5	5,05	4	7
5,5 - 6,4	5,95	5	12
6,4 - 7,3	6,85	6	18
7,3 - 8,1	7,7	2	20
Итого		20	

Расчет первой квартили в интервальном ряду (пример 2)

- Расчитаем номер первой квартили

$$N_{Q1} = \frac{20+1}{4} = 5,25$$

- Значение признака находится между пятой и шестой вариантой, которые раположены во втором интервале

$$Q_1 = 4,6 + 0,9 * \frac{5,25-3}{4} = 5,11$$

Показатели вариации (колеблемости) признака.

К абсолютным показателям относят:

- Размах колебаний;
- Среднее линейное отклонение;
- Дисперсию;
- Среднее квадратическое отклонение;
- Квартильное отклонение.

Размах колебаний (размах вариации)

- представляет собой разность между максимальным и минимальным значениями признака изучаемой совокупности:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

- Размах вариации зависит только от крайних значений признака, поэтому область его применения ограничена достаточно однородными совокупностями.

Точнее характеризуют вариацию признака показатели, основанные на учете колеблемости всех значений признака.

К таким показателям относят:

- среднее линейное отклонение,
- дисперсию,
- среднее квадратическое отклонение.

Среднее линейное отклонение d

для несгруппированных данных расчитывается по формуле

$$d = \frac{\sum \left| x_i - \bar{x} \right|}{n}$$

Функция в EXCEL

AVEDEV( )

Для n вариационного ряда:

$$d = \frac{\sum \left| x_i - \overline{x} \right| f}{\sum f}$$

Линейное отклонение в дискретном ряду d = 15/20 =0,75 (пример 1)

Тарифный разряд рабочего, x	Число рабочих, f	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert f$
2	1	$\lvert 2-4{,}05 \rvert * 1 = 2{,}05$
3	5	$\lvert 3-4{,}05 \rvert * 5 = 5{,}25$
4	8	$\lvert 4{,}05-4{,}05 \rvert * 8 = 0$
5	4	$\lvert 5-4{,}05 \rvert * 4 = 3{,}8$
6	2	$\lvert 6-4{,}05 \rvert * 2 = 3{,}9$
Итого	20	15

Линейное отклонение в интервальном ряду d = 17,93/20=0,897 (пример 2)

Размер прибыли, млн. крон,x	Середина интервала, x'	Число банков, f	$\lvert x_i' - \bar{x} \rvert f$
3,7 - 4,6	4,15	3	$\lvert 4{,}15 - 5{,}945 \rvert * 3 = 5{,}385$
4,6 - 5,5	5,05	4	$\lvert 5{,}05 - 5{,}945 \rvert * 4 = 3{,}58$
5,5 - 6,4	5,95	5	$\lvert 5{,}95 - 5{,}945 \rvert * 5 = 0{,}025$
6,4 - 7,3	6,85	6	$\lvert 6{,}855 - 5{,}945 \rvert * 6 = 5{,}43$
7,3 - 8,1	7,7	2	$\lvert 7{,}7 - 5{,}945 \rvert * 2 = 3{,}51$
итого		20	17,93

Дисперсия

- - это средняя арифметическая квадратов отклонений каждого значения признака от общей средней.
- Дисперсия обычно называется средним квадратом отклоненй.
- В зависимости от исходных данных дисперсия может вычисляться по средней арифметической простой или взвешенной:

Дисперсия простая

$$\sigma^2 = \frac{\sum\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n}$$

Функция в EXCEL
VARP ( )

Дисперсия взвешенная

$$\sigma^2 = \frac{\sum \left(x_i - \bar{x}\right)^2 f_i}{\sum f_i}$$

Дисперсия в дискретном ряду

$$\sigma^2 = 20{,}90 / 20 = 1{,}05$$

Тарифный разряд рабочего, x	Число рабочих, f	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f$
2	**1**	$(2-4{,}05)^2 = 4{,}20$	$4{,}20 * 1 = 4{,}20$
3	**5**	$(3-4{,}05)^2 = 1{,}10$	$1{,}10 * 5 = 5{,}50$
4	**8**	$(4{,}05-4{,}05)^2 = 0$	$0 * 8 = 0$
5	**4**	$(5-4{,}05)^2 = 0{,}90$	$0{,}90 * 4 = 3{,}60$
6	**2**	$(6-4{,}05)^2 = 3{,}8$	$3{,}8 * 2 = 7{,}60$
Итого	**20**		**20,90**

Дисперсия в интервальном ряду

$$\sigma^2 = 23{,}95/20 = 1{,}197$$

Размер прибыли, млн. крон,x	Середина интер-вала, x'	Число банков f	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f$
3,7 - 4,6	4,15	3	$(4{,}15 - 5{,}95)^2 = 3{,}24$	$(4{,}15 - 5{,}95)^2 * 3 = 9{,}72$
4,6 - 5,5	5,05	4	$(5{,}05 - 5{,}95)^2 = 0{,}81$	$(5{,}05 - 5{,}95)^2 * 4 = 3{,}24$
5,5 - 6,4	5,95	5	$(5{,}95 - 5{,}95)^2 = 0{,}00$	$(5{,}95 - 5{,}95)^2 * 5 = 0{,}00$
6,4 - 7,3	6,85	6	$(6{,}85 - 5{,}95)^2 = 0{,}81$	$(6{,}85 - 5{,}95)^2 * 6 = 4{,}86$
7,3 - 8,1	7,7	2	$(7{,}7 - 5{,}95)^2 = 3{,}06$	$(7{,}7 - 5{,}95)^2 * 2 = 6{,}13$
итого		20		23,945

Другой метод расчета дисперсии

- Дисперсия равна разности средней из квадратов признака и квадрата средней.

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$$

Расчет дисперсии на примере 1. Находим среднюю из квадрата признака:

Тарифный разряд рабочего, x	Число рабочих, f	x^2	$x^2 f$
2	1	2*2 = 4	4*1 = 4
3	5	3*3 = 9	9*5 = 45
4	8	4*4 = 16	16*8 = 128
5	4	5*5 = 25	25*4 = 100
6	2	6*6 = 36	36*2 = 72
Итого	20	-	349

- Средняя из квадратов признака

$$\overline{x^2} = \frac{349}{20} = 17,45$$

- Квадрат средней величины

$$\bar{x}^2 = 4,05 * 4,05 = 16,40$$

- Дисперсия

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 17,45 - 16,40 = 1,05$$

Среднее квадратическое отклонение

- ***стандартное отклонение (Standard Deviation)***

представляет собой корень квадратный из дисперсии

Среднее квадратическое отклонение невзвешенное

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Функция в EXCEL

STDEVP ( )

Среднее квадратическое отклонение взвешенное

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}}$$

Среднее квадратическое отклонение

- Пример 1.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1{,}05} = 1{,}023$$

- Пример 2.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1{,}197} = 1{,}094$$

Другие меры вариации:
Относительные показатели вариации

Применяются для оценки интенсивности вариации и для сравнения ее в разных совокупностях.

- относительный размах вариации (коэффициент осцилляции)

$$K_o = \frac{R}{\bar{x}} * 100\%$$

- Относительное линейное отклонение (отклонение по модулю)

$$K_o = \frac{d}{\bar{x}} * 100\%$$

- Коэффициент вариации

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

- Относительный показатель квартильной вариации (относительное квартильное расстояние)

$$K_Q = \frac{\frac{Q_3 - Q_1}{2}}{\bar{x}} * 100\%$$

- Оценка степени интенсивности вариации возможна только для каждого отдельного признака и совокупности определенного состава.

Предположим вариация производительности труда на предприятиях Эстонии $v < 10\%$ рассматривается как слабая, $10\% < v < 25\%$ - умеренная, сильная при $v > 25\%$.

Однако, если рассматривается вариация роста взрослых людей, то при $v = 4\%$ следует говорить об очень сильной интенсивности

Моменты распределения и показатели его формы.

- Центральные моменты распределения порядка – это средние значения разных степеней отклонений отдельных величин признака от его средней арифметической величины.
- Момент первого порядка равен нулю.
- Второй центральный момент представляет собой дисперсию.
- Третий момент используется для оценки асимметрии
- Четвертый – для оценки эксцесса.

Порядок момента	Формула	
	по несгруппированным данным	по сгруппированным данным
Первый μ_1	$\dfrac{\sum\limits_{(i)}\left(x_i - \overline{x}\right)}{n}$	$\dfrac{\sum\limits_{(j)}\left(x_j - \overline{x}\right)f_j}{\sum\limits_{(j)} f_j}$
Второй μ_2	$\dfrac{\sum\limits_{(i)}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n}$	$\dfrac{\sum\limits_{(j)}\left(x_j - \overline{x}\right)^2 f_j}{\sum\limits_{(j)} f_j}$

Порядок момента	Формула	
	по несгруппированным данным	по сгруппированным данным
Третий μ_3	$\dfrac{\sum\limits_{(i)} \left(x_i - \bar{x}\right)^3}{n}$	$\dfrac{\sum\limits_{(j)} \left(x_j - \bar{x}\right)^3 f_j}{\sum\limits_{(j)} f_j}$
Четвертый μ_4	$\dfrac{\sum\limits_{(i)} \left(x_i - \bar{x}\right)^4}{n}$	$\dfrac{\sum\limits_{(j)} \left(x_j - \bar{x}\right)^4 f_j}{\sum\limits_{(j)} f_j}$

Показатели асимметрии

На основе момента третьего порядка можно построить коэффициент асимметрии

$$\mathrm{A_S} = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$$

или показатель Пирсона

$$A_{\mathrm{Mo}} = \frac{\bar{x} - \mathrm{Mo}}{\sigma}$$

- Если A **>** 0, то асимметрия правосторонняя, а если A **<** 0, то асимметрия левосторонняя, в симметричном распределении − A**=**0.

- В EXCEL используется функция **SKEW ( ).**

Характеристика эксцесса распределения

$$E = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$$

- В нормальном распределении *E* = 0, поэтому, если *E* > 0, то эксцесс выше нормального (островершинная кривая),

E < 0, эксцесс ниже нормального (плосковершинная кривая).

- В EXCEL используется функция

KURT ( ).

- По значению показателей асимметрии и эксцесса можно судить о близости распределения к нормальному.
- Если $\dfrac{\mathrm{As}}{\sigma_{\mathrm{as}}} \leq 2$ и $\dfrac{Ex}{\sigma_{ex}} \leq 2$

то распределение можно считать нормальным

Средние квадратические отклонения ассиметрии и эксцесса

$$\sigma_{as} = \sqrt{\frac{6(n-1)*n}{(n-2)*(n+1)*(n+3)*(n+3)}}$$

$$\sigma_{ex} = \sqrt{\frac{24n(n-1)^2}{(n-3)*(n-2)*(n+3)*(n+5)}}$$

Оценка диапазона изменения статистической переменной

По теореме Чебышева:

- в интервале (μ - 2σ, μ +2σ) находится 75 % значений,
- в интервале (μ - 3σ, μ +3σ) находится 89 % значений.

“ *правило трех сигм*”:

справедливо для нормального распределения

- в интервале (μ - σ, μ + σ) находится 68% значений,
- в интервале (μ - 2σ, μ +2σ) находится 95.4% значений,
- в интервале (μ - 3σ, μ +3σ) находится 99.7% значений.

Закон (правило) сложения дисперсий.

$$\sigma_o^2 = \delta^2 + \overline{\sigma}^2$$

- σ_o^2 - величина общей дисперсии
- δ^2 - межгрупповая дисперсия
- $\overline{\sigma}^2$ - средняя внутригрупповая дисперсия

Межгрупповая дисперсия

$$\delta^2 = \frac{\sum \left(\overline{x}_i - \overline{x}\right)^2}{n}; \qquad \delta^2 = \frac{\sum \left(\overline{x}_i - \overline{x}\right)^2 \cdot f}{\sum f}$$

Средняя внутригрупповая дисперсия

$$\overline{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma_i^2}{n}; \qquad \overline{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 \cdot f}{\sum f}$$

Имеются следующие данные о времени простоя автомобиля под разгрузкой:

№ пункта разгрузки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число грузчиков	3	4	4	3	3	4	4	4	3	4
Время простоя мин.	12	10	8	15	19	12	8	10	18	8

Вспомогательная таблица для расчета общей дисперсии.

Время простоя под разгрузкой мин., x	Число выполненных разгрузок, f	x*f	x - □x_0	(x-□x_0)^2	(x-□x_0)^{2}f
8	3	24	-4	16	48
10	2	20	-2	4	8
12	2	24	0	0	0
15	1	15	3	9	9
18	1	18	6	36	36
19	1	19	7	49	49
итого	10	120	-	-	150

- Среднее время простоя

$$\bar{x} = \frac{120}{10} = 12\,мин$$

- Общая дисперсия

$$\sigma_o^2 = \frac{150}{10} = 15$$

Расчет внутригрупповой дисперсии по первой группе (число грузчиков, участвующих в разгрузке, 3 чел)

Время простоя под разгрузкой, мин., x	Число выполнен-ных разгрузок, f	x*f	$x - \bar{x}_1$	$(x - \bar{x}_1)^2 f$
12	1	12	-4	16
15	1	15	-1	1
18	1	18	2	4
19	1	19	3	9
итого	4	64	-	30

Дисперсия первой группы

$$\bar{x}_1 = \frac{64}{4} = 16\,\text{мин}$$

$$\sigma_1^2 = \frac{30}{4} = 7{,}5$$

Расчет внутригрупповой дисперсии по второй группе (число грузчиков, участвующих в разгрузке, - 4)

Время простоя под разгрузкой, мин., x	Число выполненных разгрузок, f	x*f	$x - \bar{x}_2$	$(x - \bar{x}_2)^2 f$
8	3	24	-1,33	5,31
10	2	20	0,67	0,90
12	1	12	2,67	7,13
итого	6	56	-	13,37

Дисперсия второй группы

$$\bar{x}_2 = \frac{56}{6} = 9{,}33\ \text{мин}$$

$$\sigma_2^2 = \frac{13{,}37}{6} = 2{,}23$$

Средняя из внутригрупповых дисперсий

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{7{,}5 * 4 + 2{,}23 * 6}{4 + 6} = 4{,}3$$

Межгрупповая дисперсия

$$\delta^2 = \frac{\sum \left(\overline{x}_i - \overline{x}\right)^2 \cdot f}{\sum f} = \frac{(16-12)^2 * 4 + (9{,}33-12)^2 * 6}{4+6} = 10{,}7$$

Общая дисперсия

$$\sigma_o^2 = 4,3 + 10,7 = 15,0$$

Пример 3. Расчет средней производительности труда рабочими предприятия

Произведено продукции одним рабочим за смену, шт, x	Число рабочих f	xf
8	7	56
9	10	90
10	15	150
11	12	132
12	6	72
	50	500

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f}{\sum f} = \frac{500}{50} = 10$$

- Средняя производительность труда составила 10 изделий

Среднее линейное отклонение d = 48/50 = 0,96

Произведено продукции одним рабочим за смену, шт, x	Число рабочих f	$x - \bar{x}$	$\lvert x - \bar{x} \rvert f$
8	7	8 - 10 = -2	|8 - 10|*7 = 14
9	10	9 - 10 = -1	|9 -10|*10 =10
10	15	10 - 10 = 0	|10-10|*15 = 0
11	12	11 - 10 = 1	|11-10|*12=12
12	6	12 - 10 = 2	|12-10|*6 = 12
	50		48

Дисперсия производительности труда = 74/50 =1,48

Произведено продукции одним рабочим, шт, x	Число рабочих f	x - □x	$(x_i-\bar{x})^2$	$(x_i-\bar{x})^2 f_i$
8	**7**	**8-10= -2**	$-2^2=4$	**4*7 = 28**
9	**10**	**9-10= -1**	$-1^2=1$	**1*10 = 10**
10	**15**	**10-10= 0**	$0^2=0$	**0**
11	**12**	**11-10= 1**	$1^2=1$	**1*12 = 12**
12	**6**	**12-10= 2**	$2^2=4$	**4*6 = 24**
итого	**50**			**74**

Расчет средней из квадратов признака

Произведено продукции одним рабочим, шт, x	Число рабочих f	x^2	$x^2 f$
8	7	8*8=64	64*7=448
9	10	9*9=81	81*10=810
10	15	10*10=100	100*15=1500
11	12	11*11=121	121*12=1452
12	6	12*12=144	144*6=864
итого	50	510	5074

- Средняя из квадратов признака

$$\overline{x^2} = \frac{5074}{50} = 101{,}48$$

- Квадрат средней величины

$$\bar{x}^2 = 10 * 10 = 100$$

- дисперсия

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 101{,}48 - 100 = 1{,}48$$

Среднее квадратическое отклонение будет равно

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1{,}48} = 1{,}22$$

- Это означает, что отклонение от средней производительности составило 1,2 шт.