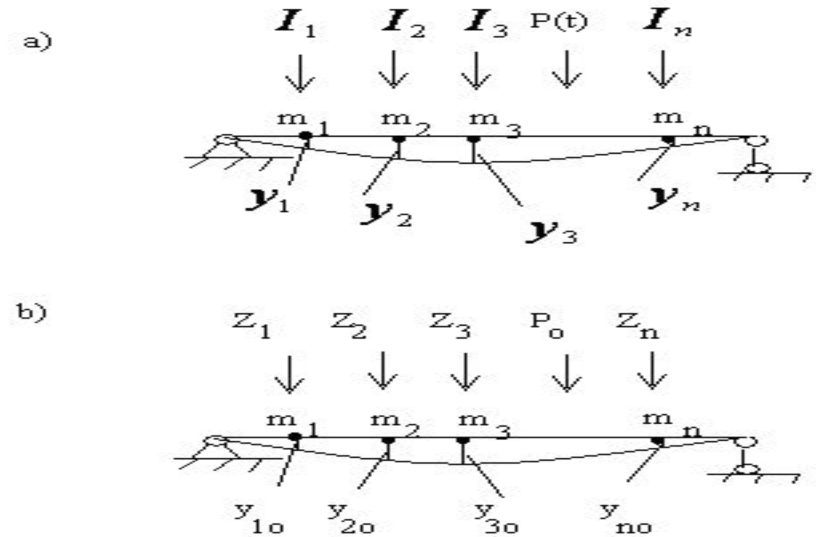
Вынужденные колебания системы с конечным числом степеней свободы. Динамический расчет рам

Содержание

Амплитудные значения инерционных сил



$$P(t) = P_o Sin\theta t$$

P_o – амплитудное значение внешней нагузки,
θ – частота.

$$y_i = y_i(t) = y_{io} Sin\theta t$$

(i=1,2,…n)

$$I_1 = m_1 y_{1o} \theta^2 Sin\theta t = Z_1 Sin\vartheta t,$$

$$I_2 = m_2 y_{2o} \theta^2 Sin\theta t = Z_2 Sin\vartheta t,$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots,$$

$$I_n = m_n y_{no} \theta^2 Sin\theta t = Z_n Sin\vartheta t$$

Амплитудные значения инерционных сил

$$I_1 = m_1 y_{1o} \theta^2 Sin\theta t = Z_1 Sin\vartheta t,$$

$$I_2 = m_2 y_{2o} \theta^2 Sin\theta t = Z_2 Sin\vartheta t,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

$$I_n = m_n y_{no} \theta^2 Sin\theta t = Z_n Sin\vartheta t$$

- Z1 , Z2 , Z n – амплитудные значения инерционных сил

$$Z_1 = m_1 \theta^2 y_{10}, \ldots Z_n = m_n \theta^2 y_{n0} \qquad y_i = y_i(t) = y_{io} Sin\theta t$$

i=1,2,…n, где y_{io} – амплитуда колебаний.

$$y_1 = I_1\delta_{11} + I_2\delta_{12} + \ldots.. + I_n\delta_{1n} + P(t)\delta_{1p},$$

$$y_2 = I_1\delta_{21} + I_2\delta_{22} + \ldots.. + I_n\delta_{2n} + P(t)\delta_{2p},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

$$y_n = I_1\delta_{n1} + I_2\delta_{n2} + \ldots.. + I_n\delta_{nn} + P(t)\delta_{np}$$

Формулы для определения перемещений от единичных инерционных сил

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{M_1 M_1^0 dx}{EI}; \qquad \delta_{12} = \sum \int \frac{M_1 M_2^0 dx}{EI} \quad \ldots\ldots\ldots \qquad \delta_{1n} = \sum \int \frac{M_1 M_n^0 dx}{EI};$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\delta_{n1} = \sum \int \frac{M_n M_1^0 dx}{EI}; \qquad \delta_{n2} = \sum \int \frac{M_n M_2^0 dx}{EI}; \qquad \ldots\ldots \qquad \delta_{nn} = \sum \int \frac{M_n M_n^0 dx}{EI};$$

$$\delta_{1p} = \sum \int \frac{M_p M_1^0 dx}{EI}; \qquad \delta_{2p} = \sum \int \frac{M_p M_2^0 dx}{EI}; \qquad \ldots\ldots\ldots \qquad \delta_{np} = \sum \int \frac{M_p M_n^0 dx}{EI};$$

- Mi – изгибающий момент от единичного значения i-ой инерционной силы в заданной статически неопределимой системе, Moi - изгибающий момент от единичного значения i-ой инерционной силы в любой статически определимой системе, полученной из заданной, а Mp - изгибающий момент от внешней нагрузки «Po» в заданной статически неопределимой системе.

Уравнения для амплитудных значений перемещений

$$m_1\theta^2 y_{1o}(\delta_{11} - \frac{1}{m_1\theta^2}) + m_2\delta_{12}\theta^2 y_{2o} + \ldots + m_n\delta_{1n}\theta^2 y_{no} + P_o\delta_{1p} = 0,$$

$$m_1\delta_{21}\theta^2 y_{1o} + m_2\theta^2 y_{2o}(\delta_{22} - \frac{1}{m_2\theta^2}) + \ldots + m_n\delta_{2n}\theta^2 y_{no} + P_o\delta_{2p} = 0,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots,$$

$$m_1\delta_{n1}\theta^2 y_{1o} + m_2\delta_{n2}\theta^2 y_{2o} + \ldots + m_n\theta^2 y_{no}(\delta_{nn} - \frac{1}{m_n\theta^2}) + P_o\delta_{np} = 0$$

Вводим следующие обозначения,

$$\delta_{11}^* = \delta_{11} - \frac{1}{m_1\theta^2}; \quad \delta_{22}^* = \delta_{22} - \frac{1}{m_2\theta^2}; \quad \ldots\ldots \quad \delta_{nn}^* = \delta_{nn} - \frac{1}{m_n\theta^2}.$$

Амплитудное значение динамического изгибающего момента

$$Z_1\delta^*{}_{11} + Z_2\delta_{12} + ... + Z_n\delta_{1n} + P_o\delta_{1p} = 0,$$

$$Z_1\delta_{21} + Z_2\delta^*{}_{22} + ... + Z_n\delta_{2n} + P_o\delta_{2p} = 0,$$

$$..,$$

$$Z_1\delta_{n1} + Z_2\delta_{n2} + ... + Z_n\delta^*{}_{nn} + P_o\delta_{np} = 0$$

$$M = M_o Sin\theta t,$$

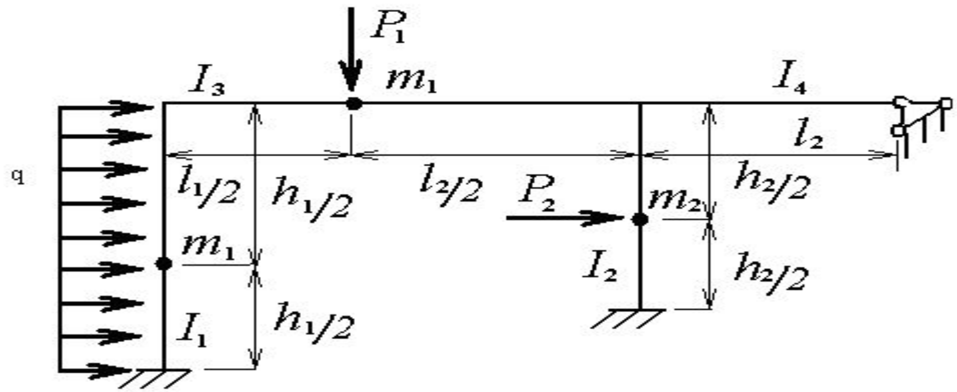
$$M_o = M_{P_o} + \sum_{i=1}^{n} M_i Z_i$$

M0 – амплитудное значение динамического изгибающего момента, Mi – изгибающий момент от единичного значения i-ой инерционной силы в заданной системе, приложенный к i –ой массе, а Мро - изгибающий момент от внешней нагрузки «Ро» в заданной системе. Под «Ро» понимаем амплитудные значения любой внешней нагрузки, включая распределенные.

Действие произвольной нагрузки, изменяющейся во времени и приложенной к различным массам

- При решении такой задачи можно использовать следующий метод:
  1. определить собственные частоты и формы собственных колебаний;
  2. заданную нагрузку необходимо перегруппировать между массами или разложить по собственным формам (число групп = числу степени свободы);
  3. после выполнения указанных операций в дальнейшем выполняются расчеты для каждой категории нагрузки по известным формулам из теории колебаний системы с одной степенью свободы, причем частота собственных колебаний в этих формулах соответствует или равна той, которой соответствует данная категория нагрузки;
  4. частные решения от каждой категории нагрузки суммируют и получают окончательное решение.

Алгоритм динамического расчета рамы



1. Определяем частоты собственных колебаний, проверка на резонанс;
2. Строим статическую эпюру изгибающих моментов от амплитудных значений внешней нагрузки $M_{стат}$;
3. Определяем амплитудные значения инерционных сил;
4. Строим динамическую эпюру изгибающих моментов $M_{дин}$;
5. Определяем динамический коэффициент

$$\mu = \frac{M_{дин}}{M_{стат}};$$