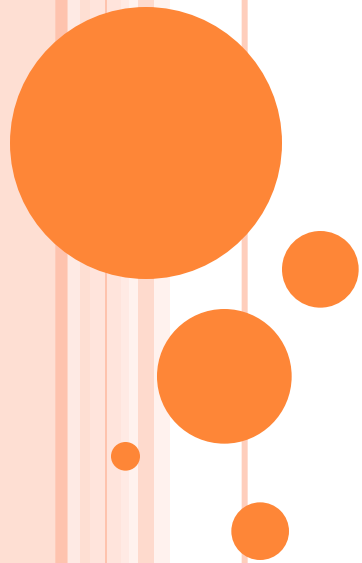


ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ



ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

**Позволяют вычислить значения
тригонометрических функций угла любой четверти
через угол I четверти**



ЗАКОНЧИТЕ ФОРМУЛЫ:

$$\sin^2 50^\circ + \cos^2 50^\circ =$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} =$$

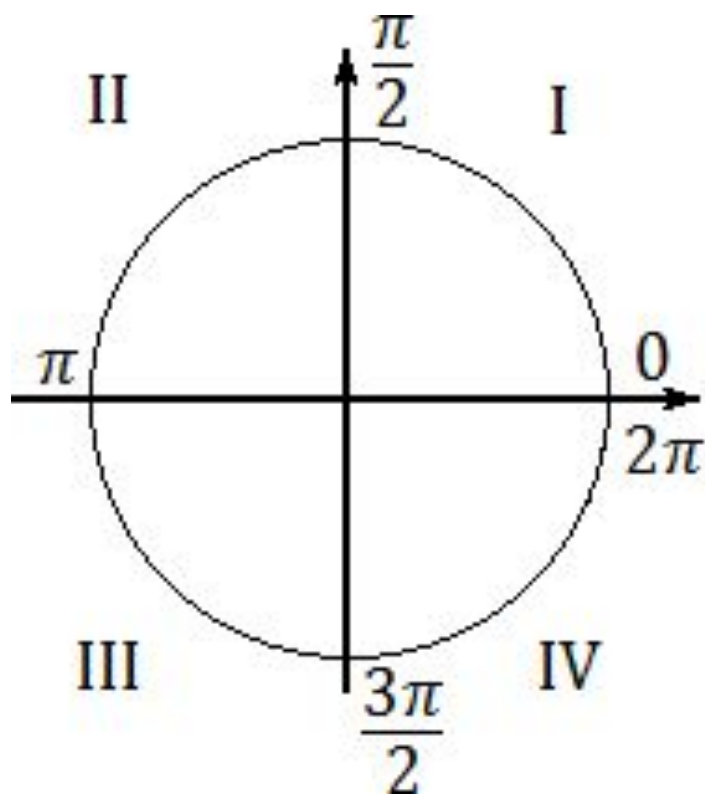
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{-}$$

$$\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta =$$

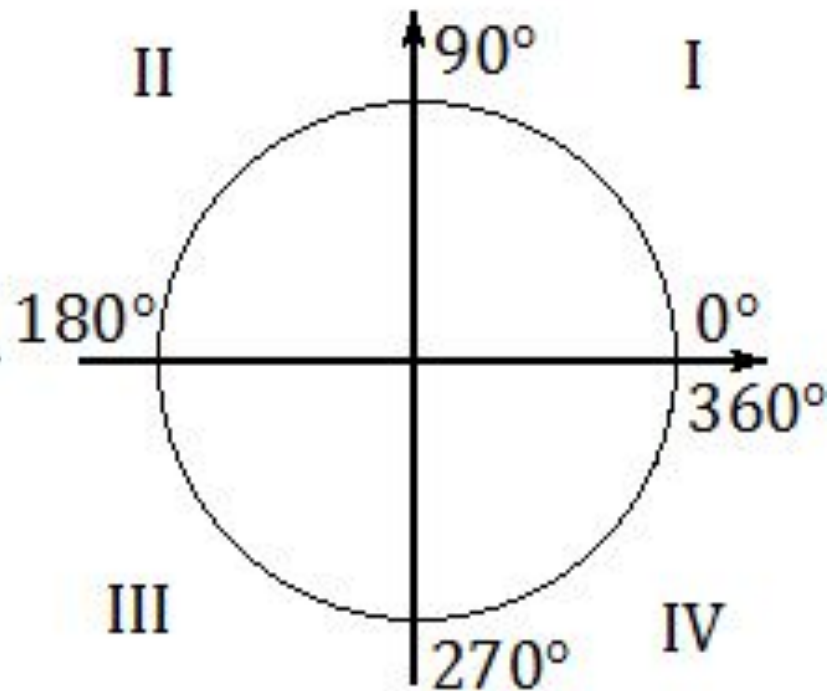
$$\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta =$$



РАССТАВЬТЕ ЗНАКИ:



SIN α



COS α



ОПРЕДЕЛИТЕ ЧЕТВЕРТЬ:

96°

$$\frac{\pi}{2} - \alpha$$

$$\frac{\pi}{2} + \alpha$$

273°

$$\pi - \alpha$$

$$\pi + \alpha$$

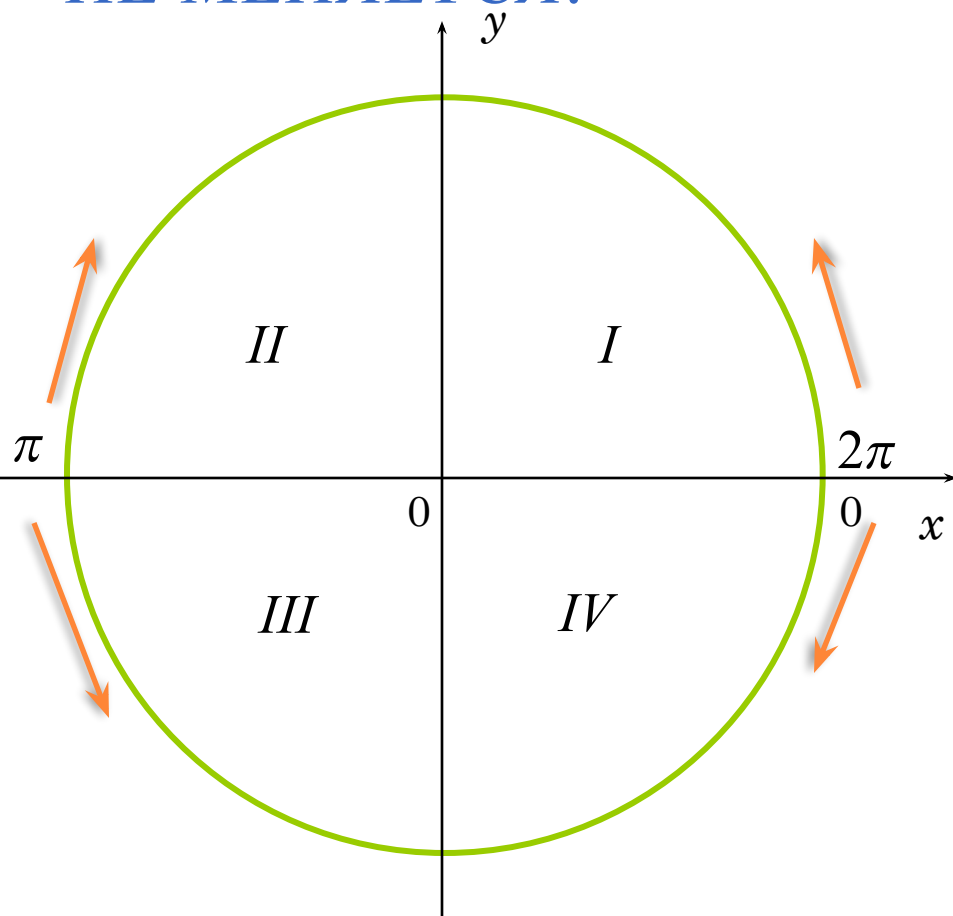
-120°

$$\frac{3\pi}{2} - \alpha$$

$$\frac{3\pi}{2} + \alpha$$



ПРАВИЛО 1. ЕСЛИ УГОЛ α ОТКЛАДЫВАЮТ ОТ ОСИ Ox , ТО НАИМЕНОВАНИЕ ФУНКЦИИ НЕ МЕНЯЕТСЯ.



$$2\pi \pm \alpha$$

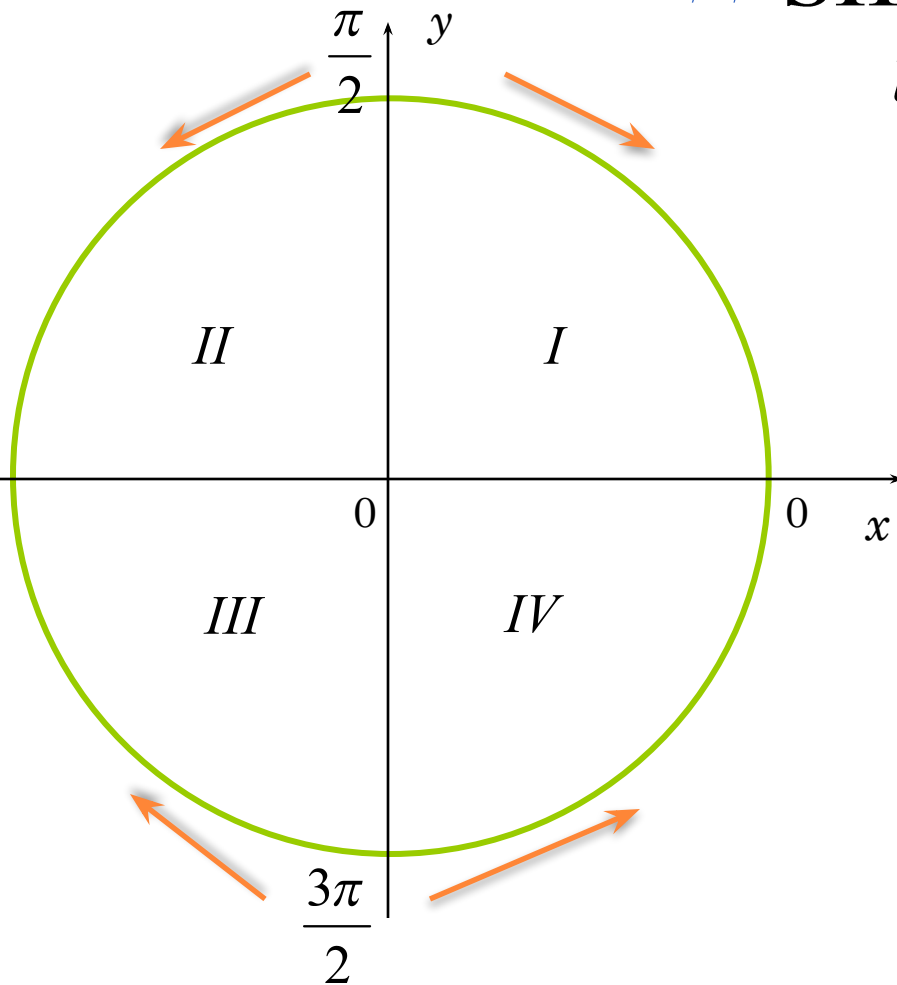
$$\pi \pm \alpha$$



ПРАВИЛО 1. А ЕСЛИ УГОЛ α ОТКЛАДЫВАЮТ ОТ ОСИ OY , ТО НАИМЕНОВАНИЕ ФУНКЦИИ МЕНЯЕТСЯ НА СХОДНОЕ.

$$\sin \alpha \leftrightarrow \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha \leftrightarrow \operatorname{ctg} \alpha$$

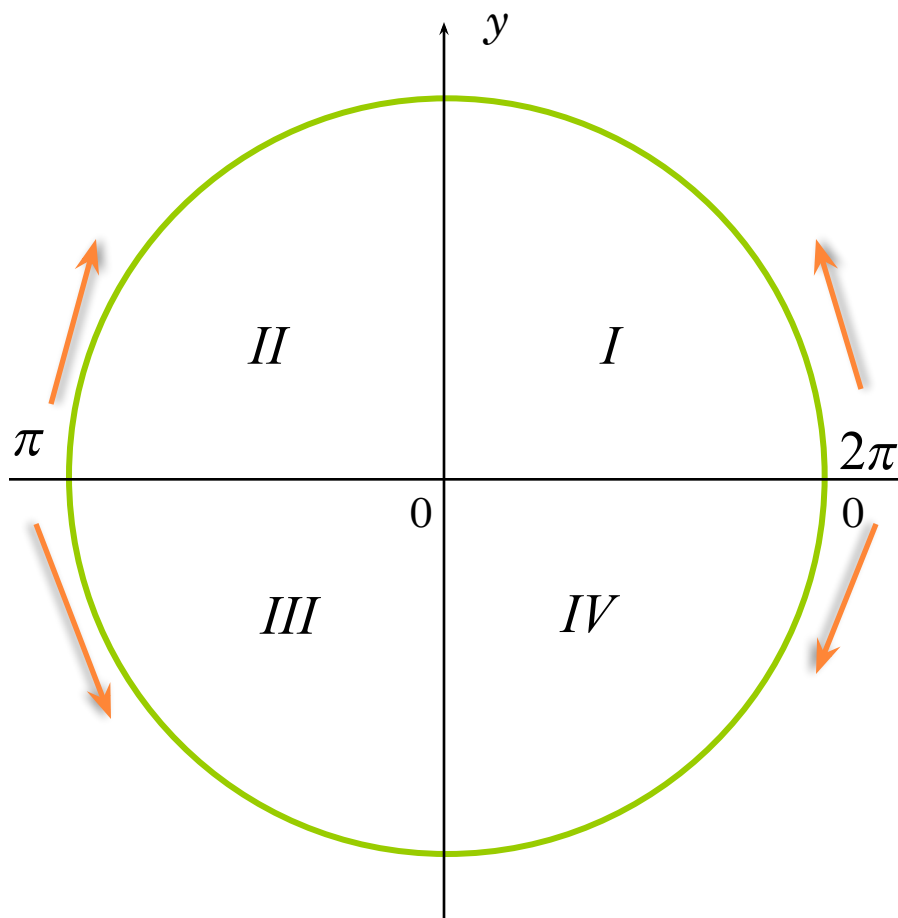


$$\frac{\pi}{2} \pm \alpha$$

$$\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$$



**ПРАВИЛО 2. ЗНАК В ПРАВОЙ ЧАСТИ
ФОРМУЛЫ ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ ПО ЗНАКУ
ФУНКЦИИ В ЛЕВОЙ ЧАСТИ.**



$$\sin(2\pi - \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

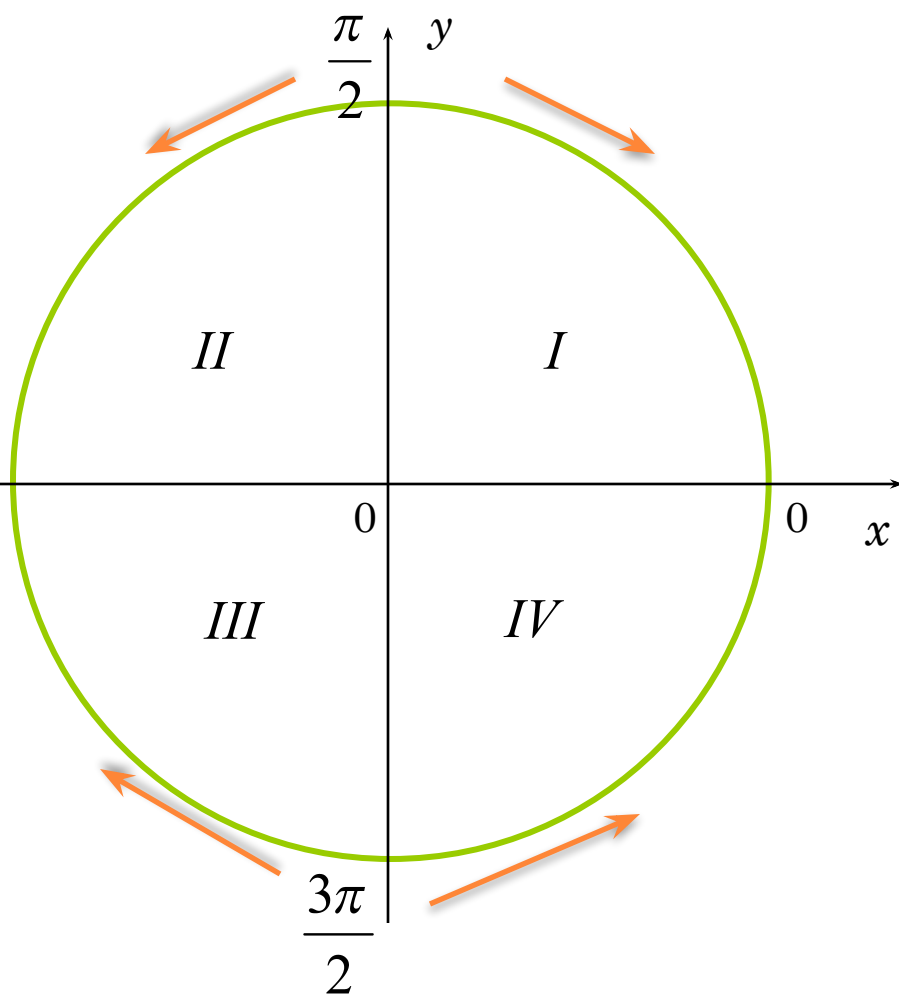
$$\cos(2\pi - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{ctg}(2\pi - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$$



ПРАВИЛО 2. ЗНАК В ПРАВОЙ ЧАСТИ
ФОРМУЛЫ ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ ПО ЗНАКУ
ФУНКЦИИ В ЛЕВОЙ ЧАСТИ.



$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{ctg} \alpha$$

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{tg} \alpha$$

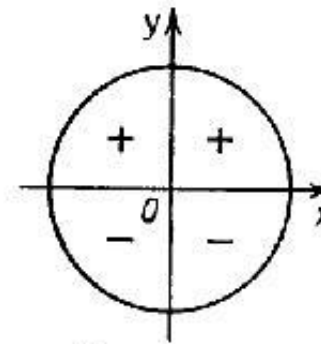


ПРАВИЛА:

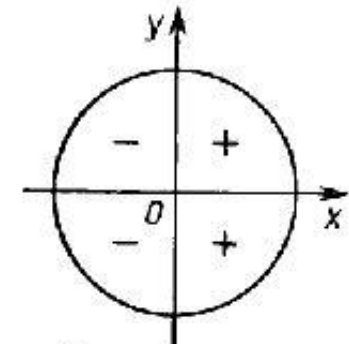
1. ФУНКЦИЯ В ПРАВОЙ ЧАСТИ РАВЕНСТВА БЕРЕТСЯ С ТЕМ ЖЕ ЗНАКОМ, КАКОЙ ИМЕЕТ ИСХОДНАЯ ФУНКЦИЯ, ЕСЛИ $0 < \alpha < \pi/2$.

2. ДЛЯ УГЛОВ, КОТОРЫЕ ОТКЛАДЫВАЕМ ОТ ОСИ OX, $\pi \pm \alpha$, $2\pi \pm \alpha$ НАЗВАНИЕ ИСХОДНОЙ ФУНКЦИИ СОХРАНЯЕТСЯ.

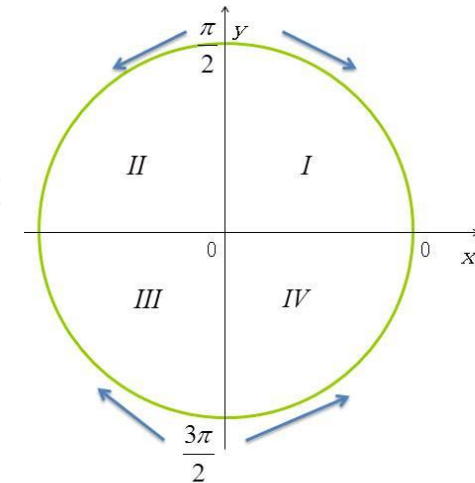
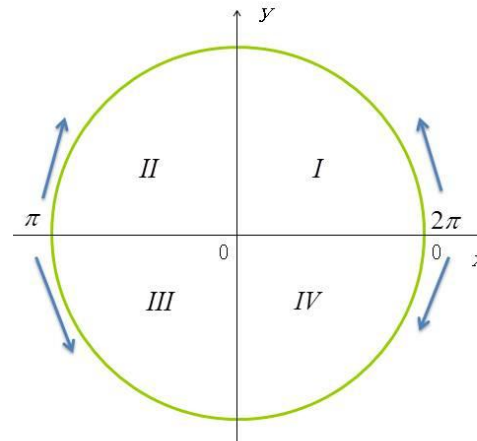
ДЛЯ УГЛОВ, КОТОРЫЕ ОТКЛАДЫВАЕМ ОТ ОСИ OY, $\pi/2 \pm \alpha$, $3\pi/2 \pm \alpha$ НАЗВАНИЕ ИСХОДНОЙ ФУНКЦИИ ЗАМЕНЯЕТСЯ (СИНУС НА КОСИНУС, КОСИНУС НА СИНУС, ТАНГЕНС НА КОТАНГЕНС, КОТАНГЕНС НА ТАНГЕНС).



Знаки синуса



Знаки косинуса



Например: упростить $\cos(\pi - \alpha) =$

1. $\pi - \alpha$ – угол II четверти, косинус – отрицательный, значит ставим «минус».
2. Угол $\pi - \alpha$ откладываем от оси OX, значит название функции (косинус) сохраняется.

Ответ: $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$

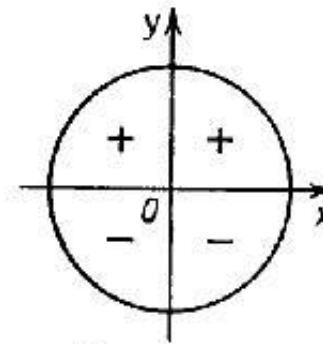


ПРАВИЛА:

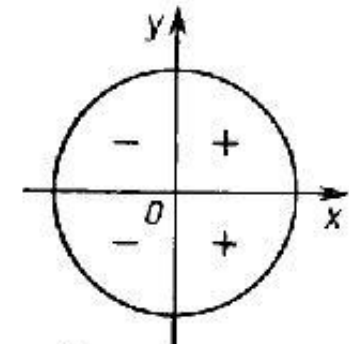
1. ФУНКЦИЯ В ПРАВОЙ ЧАСТИ РАВЕНСТВА БЕРЕТСЯ С ТЕМ ЖЕ ЗНАКОМ, КАКОЙ ИМЕЕТ ИСХОДНАЯ ФУНКЦИЯ, ЕСЛИ $0 < \alpha < \pi/2$.

2. ДЛЯ УГЛОВ, КОТОРЫЕ ОТКЛАДЫВАЕМ ОТ ОСИ ОХ, $\pi \pm \alpha$, $2\pi \pm \alpha$ НАЗВАНИЕ ИСХОДНОЙ ФУНКЦИИ СОХРАНЯЕТСЯ.

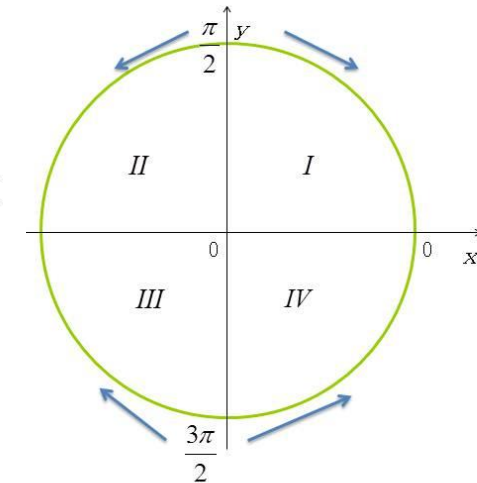
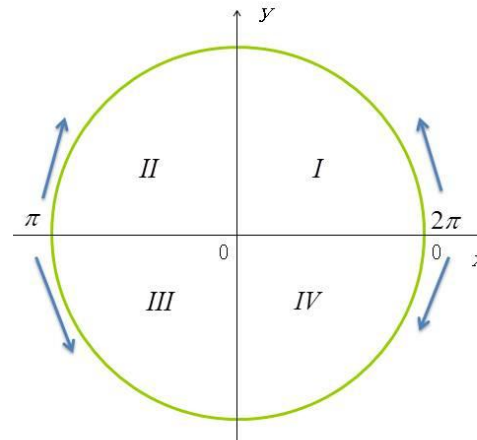
ДЛЯ УГЛОВ, КОТОРЫЕ ОТКЛАДЫВАЕМ ОТ ОСИ ОУ, $\pi/2 \pm \alpha$, $3\pi/2 \pm \alpha$ НАЗВАНИЕ ИСХОДНОЙ ФУНКЦИИ ЗАМЕНЯЕТСЯ (СИНУС НА КОСИНУС, КОСИНУС НА СИНУС, ТАНГЕНС НА КОТАНГЕНС, КОТАНГЕНС НА ТАНГЕНС).



Знаки синуса



Знаки косинуса



Например: упростить $\sin(3\pi/2 + \alpha) =$

1. $3\pi/2 + \alpha$ – угол IV четверти, синус – отрицательный, значит ставим «минус».

2. Угол $3\pi/2 + \alpha$ откладываем от оси ОУ, значит название функции (синус) меняется на косинус.

Ответ: $\sin(3\pi/2 + \alpha) = -\cos \alpha$

Упростить:

□ $\sin (\pi+\alpha) =$

1). $\pi+\alpha$ – угол ... четверти, синус в этой четверти имеет знак ...

2). Угол $\pi+\alpha$ откладываем от оси ..., значит название функции (синус) ...

Ответ: $\sin (\pi+\alpha) = -\sin \alpha$

□ $\cos (3\pi/2+\alpha) =$

1). В какой четверти угол?

2). От какой оси откладываем угол? Менять ли название функции?

Ответ: $\cos (3\pi/2+\alpha) = \sin \alpha$

□ $\sin (3\pi/2-\alpha) =$

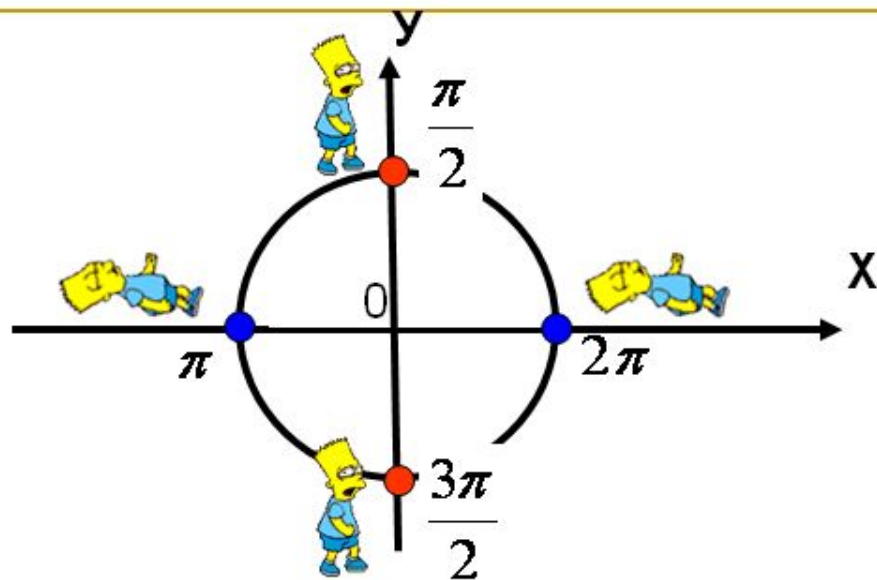
1). В какой четверти угол?

2). От какой оси откладываем угол? Менять ли название функции?

Ответ: $\sin (3\pi/2-\alpha) = -\cos \alpha$



Правило



	Приведение через «рабочие» углы: $\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}; \dots$ 	Приведение через «спящие» углы: $\pi; 2\pi; 3\pi; \dots$ 
Название функции	Меняется на конфункцию	Не меняется
Знак	Определяется по знаку функции в левой части формулы	

Применение формул приведения :

□ Для вычислений:

$$\sin 240^\circ = \sin(180^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 240^\circ = \sin(180^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 300^\circ = \cos(360^\circ - 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 135^\circ = \cos(90^\circ + 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$



Будем считать, что угол α – угол I четверти, т.е. $\alpha < \pi/2$

$\sin(\alpha + 2\pi k) = \sin\alpha$	$\cos(\alpha + 2\pi k) = \cos\alpha$	$\operatorname{tg}(\alpha + \pi k) = \operatorname{tg}\alpha$
$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha$	$\operatorname{ctg}(\alpha + \pi k) = \operatorname{ctg}\alpha$
$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin\alpha$	$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{ctg}\alpha$
$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$	$\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$	$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{ctg}\alpha$
$\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$	$\cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha$	$\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{tg}\alpha$
$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos\alpha$	$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin\alpha$	$\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{tg}\alpha$
$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha$	$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\alpha$	

Эти формулы называются
формулами приведения.



ЗАДАНИЕ 1. ВЫРАЗИТЕ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ЧЕРЕЗ
УГОЛ МЕНЬШЕ 45°.

$$\sin 168^\circ = \sin(180^\circ - 12^\circ) = \sin 12^\circ$$

$$\cos 123^\circ = \cos(90^\circ + 33^\circ) = -\sin 33^\circ$$

$$\operatorname{tg} 174^\circ = \operatorname{tg}(180^\circ - 6^\circ) = -\operatorname{tg} 6^\circ$$

$$\operatorname{tg} 263^\circ = \operatorname{tg}(270^\circ - 7^\circ) = \operatorname{ctg} 7^\circ$$

$$\operatorname{ctg}(-380^\circ) = -\operatorname{ctg}(360^\circ + 20^\circ) = -\operatorname{ctg} 20^\circ$$

$$\cos(-969^\circ) = \cos(270^\circ - 31^\circ) = -\sin 31^\circ$$



**ЗАДАНИЕ 2. УПРОСТИТЕ
ВЫРАЖЕНИЕ.**

$$3 \cos \alpha - 3 \cos(360^\circ - \alpha) + \cos(90^\circ - \alpha) + \sin(\alpha + 90^\circ) =$$

$$3 \cos \alpha - 3 \cos \alpha + \sin \alpha + \sin \alpha = 2 \sin \alpha$$

