

# Лекція № 2

*Основні види моделювання.*

*Формальні методи побудови моделей*

## § 1. Основні види моделювання

Єдина класифікація видів моделювання неможлива через багатозначність поняття моделі в науці, техніці, суспільстві.

**Найбільш широко відомими видами моделювання є:**

математичне (аналітичне);

імітаційне;

статистичне.

**Для аналітичного (математичного) моделювання** характерне те, що процеси функціонування елементів системи записуються у вигляді деяких функціональних співвідношень. При цьому слід зазначити, що під час використання аналітичних моделей багато що залежить від способу подання як моделі, так і результатів моделювання.

**Імітаційне моделювання** – це метод конструювання моделі системи і проведення експериментів. Проте під таке визначення підпадають майже всі види моделювання. Тому потрібно виділити суттєві особливості імітаційного моделювання.

Перш за все, слід ввести в модель структуру системи, тобто загальний опис елементів і зв'язків між ними, потім визначити засоби відтворення в моделі поведінки системи.

Переважно поведінку системи описують за допомогою її станів і моментів переходів між ними. Стан системи у момент часу визначають як множину значень певних параметрів (змінних) системи в один і той же момент часу. Будь-яку зміну цих значень можна розглядати як перехід до іншого стану. І, нарешті, імітаційна модель повинна відображати властивості середовища, в якому функціонує досліджувана система. Зовнішнє середовище задають вхідними впливами на модель.

Вся інформація про імітаційну модель взагалі має логіко-математичний характер і подається у вигляді сукупності алгоритмів, що описують процес функціонування системи.

Отже, більшою мірою імітаційною моделлю є її програмна реалізація на комп'ютері, а імітаційне моделювання зводиться до проведення експериментів з моделлю шляхом багаторазового прогону програми з деякою множиною даних – середовищем системи.

Під час імітаційного моделювання можуть бути задіяні не лише програмні засоби, але і технічні засоби, люди та реальні системи.

З математичної точки зору імітаційну модель можна розглядати як сукупність рівнянь, що розв'язують з використанням чисельних методів у разі кожної зміни модельного часу. Окремі рівняння можуть бути простими, але їх кількість і частота розв'язання – дуже великими.

Розв'язання таких рівнянь під час імітаційного моделювання означає встановлення хронологічної послідовності подій, що виникають у системі і відображають послідовність її станів.

Таким чином, імітаційна модель функціонує так само, як система.

За наявності в моделі випадкових факторів виникає необхідність статистичного оцінювання результатів моделювання, що виконується за допомогою метода статистичного моделювання (методу Монте-Карло).

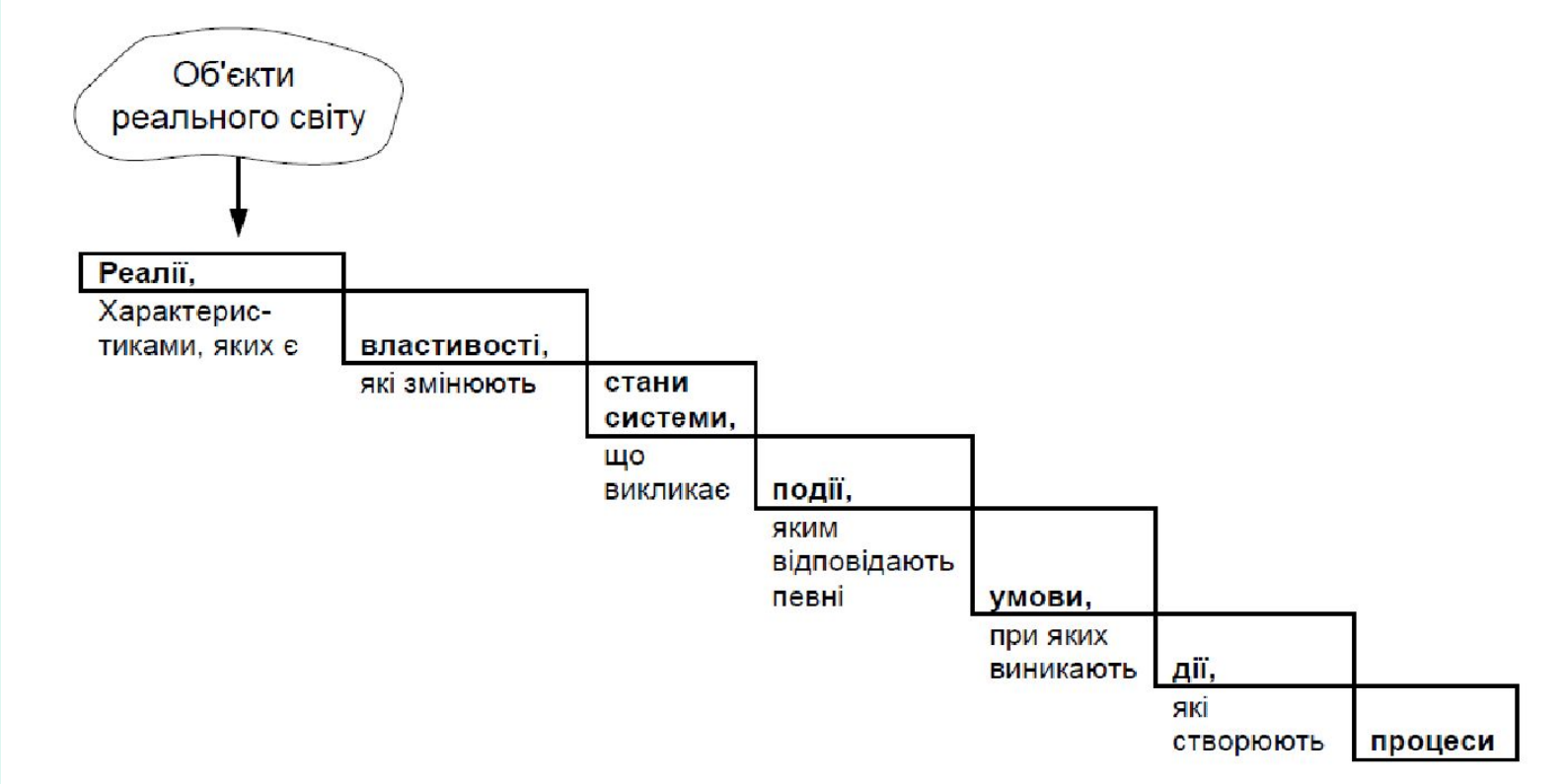
**Статистичне моделювання** є самостійним видом моделювання, яке включається в імітаційне моделювання лише за необхідності моделювання ймовірнісних систем і процесів, таким чином, статистичне моделювання використовується при імітаційному моделюванні лише за необхідності врахування випадкових факторів.

Процес, який під час моделювання системи описує її функціонування, визначається послідовністю станів, зв'язок між якими задається функцією дії і початковим станом системи. Тобто, послідовність розташованих у порядку збільшення часу пар визначає процес і описує поведінку системи.

У разі побудови моделей динамічних систем такі системи описуються у вигляді множини деяких реалій, які можна описувати і моделювати за допомогою властивостей, що змінюють стани системи.

Зміна станів системи спричиняє події, яким відповідають певні умови.

Виникнення певних умов призводить до дій, які утворюють конкретні процеси.



## § 2. Формальні методи побудови моделей

Аналіз сфер застосування моделей, можна констатувати, що за допомогою моделі можна досягти **двох основних цілей**:

**описової**, якщо модель призначена для пояснення і кращого розуміння об'єкта;

**приписуючої**, коли модель дає можливість передбачити або відтворити характеристики об'єкта чи визначити його поведінку.

Таким чином, модель є описовою, якщо вона призначена зображати поведінку (функціонування) або властивості існуючої чи типової системи (наприклад, масштабна модель або письмовий опис, який дає можливість знайомити потенційних користувачів з фізичними і робочими характеристиками комп'ютера).

Протилежність – приписуюча модель, яка відображає необхідну поведінку або властивості запропонованої системи (наприклад, масштабна модель або письмовий опис, представлений постачальникові комп'ютерів, з фізичними і робочими характеристиками потрібного замовникові комп'ютера).

Приписуюча модель може бути описовою, але не навпаки.

Тому існує різний ступінь корисності моделей, які використовуються в технічних і соціальних науках.

Це значною мірою залежить від методів і засобів, застосовуваних під час побудови моделей, а також від кінцевої мети.

У соціальних науках моделі призначені для пояснення існуючих систем, а в техніці вони є допоміжними засобами для створення нових або досконаліших моделей.

Модель, яка придатна для досягнення цілей розробки системи, повинна також пояснювати (тлумачити) її.

При побудові моделей застосовуються фундаментальні закони природи, варіаційні принципи, аналогії, ієрархічні ланцюжки.

**Процес створення моделі включає такі етапи.**

1. Словесно-смісловий опис об'єкта або явища – формулювання описової моделі, призначеної для сприяння кращому розумінню об'єкта моделювання.
2. Числове вираження модельованої реальності для виявлення кількісної міри і меж відповідних якостей ( з цією метою ведеться математико-статистична обробка емпіричних даних, пропонується кількісне формулювання якісно встановлених фактів і узагальнень).
3. Перехід до вибору або формулювання моделей явищ і процесів (варіаційного принципу, аналогії і т. п.) і його запису у формалізованій формі (це рівень структурних теоретичних схем, таких, як системи масового обслуговування, мережі Петрі, скінченні або імовірнісні автомати, діаграми фонд-потік тощо).
4. Завершення формулювання моделі її "оснащенням" – задавання початкового стану і параметрів об'єкта.
5. Вивчення моделі за допомогою доступних методів (зокрема із застосуванням різних підходів і обчислювальних методів).

У результаті дослідження моделі досягається поставлена мета.

У цьому випадку повинна бути встановлена всіма можливими способами (шляхом порівняння з практикою, порівнянням з іншими підходами) її адекватність, тобто відповідність об'єкта сформульованим умовам.

При побудові моделей зазвичай використовують такі формальні підходи: кібернетичний, системна динаміка, теоретико-множинний.

## **Кібернетичний підхід**

Систему можна вивчати й аналізувати, змінюючи вхідні впливи і спостерігаючи за виходами. Це кібернетичний підхід, згідно з яким система розглядається як "чорний ящик".

Метод "чорного ящика" широко використовується під час моделювання систем, коли для дослідника важливо отримати інформацію про поведінку системи, а не про її будову.

Дослідник не може зробити однозначний висновок про структуру "чорного ящика", спостерігаючи лише за його входами і виходами, оскільки поведінка модельованої системи нічим не відрізняється від поведінки ізоморфних їй систем.

Для побудови моделі використовуються методи теорії ідентифікації.

## **Системна динаміка**

Для формального представлення моделей неперервних систем Дж. Форрестер у 1960 році запропонував підхід, названий системною динамікою, який дає можливість будувати моделі динамічних взаємозв'язаних систем за допомогою причинних діаграм циклів і схем виду "фонд-потік".

Він же запропонував для чисельного моделювання таких систем мову Динамо.

Модель будується як система диференціально-різницевих рівнянь, а мова Динамо дає можливість автоматизувати процес їх написання. Практично всі сучасні засоби неперервного і неперервно-дискретного моделювання базуються на цій мові для побудови моделей.

На відміну від математичного розв'язання системи таких рівнянь у замкнутому вигляді використовується чисельне розв'язання з дискретним кроком часу, що дає можливість моделювати на деякому проміжку часу динамічні зміни фондів, пов'язаних з точкою часу, і потоків. Фонди і потоки пов'язані між собою через змінні.

**Фонд** можна трактувати як деяку кількість чого-небудь, що вимірюється в певних одиницях (наприклад, фізичних, грошових та ін.).

Фонди можуть акумулювати одиниці фонду.

Краще всього їх представляти як резервуари, ресурси або буфера.

Фонди поповнюються через вхідні потоки і спорожняються через вихідні.

Як буфер фонд може використовуватися для забезпечення балансування швидкості накопичення і витрачання.

**Потік** – це процес, що протікає неперервно в часі, оцінити який можна в деяких кількісних одиницях за певний проміжок часу.

Залежно від характеристики використання потоки діляться на: обмежені і необмежені, одно- і двонаправлені, конвертовані і неконвертовані.

Потік, як правило, обмежується фондом.

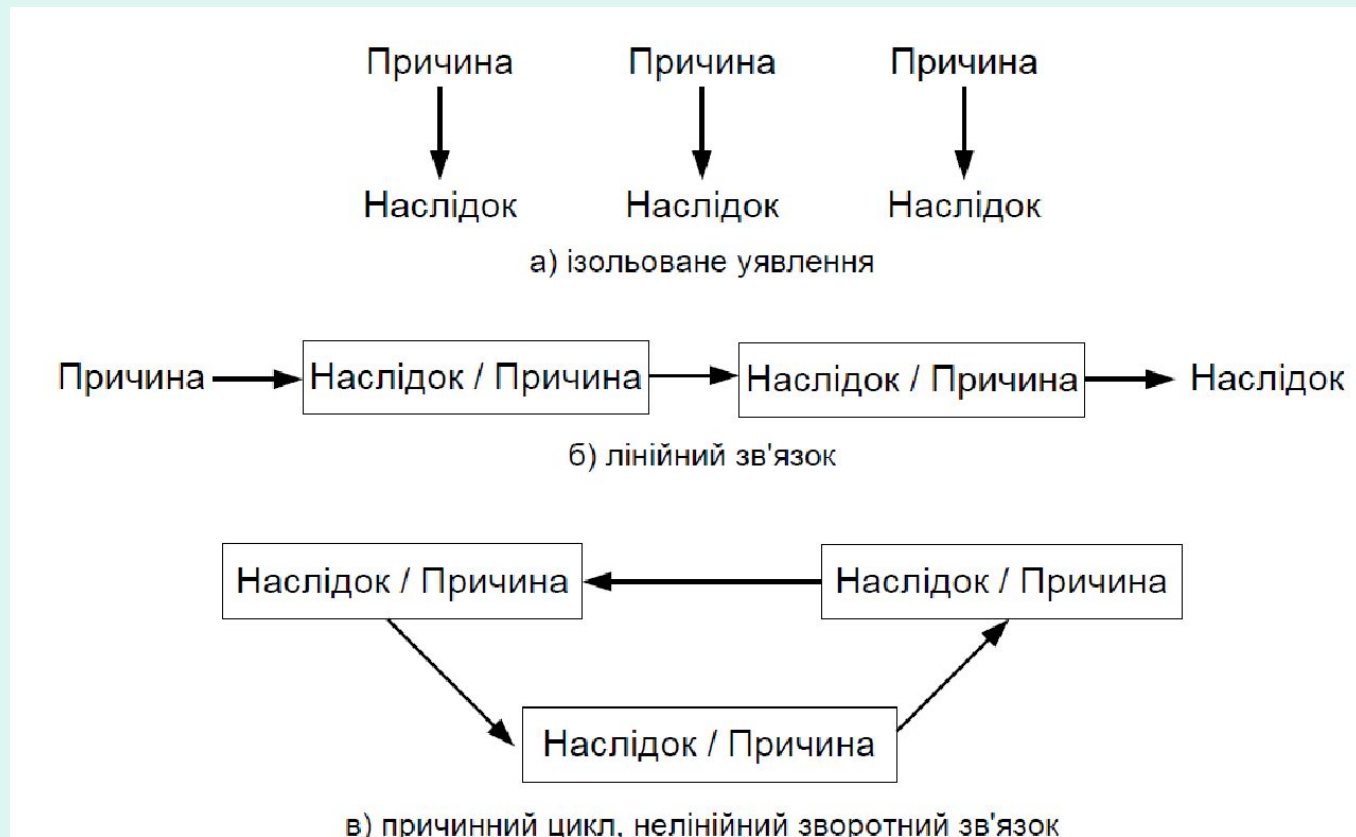
Потоком можна керувати, тобто збільшувати або зменшувати його інтенсивність за допомогою деяких виразів алгебри.



Існує багато різних способів пов'язувати в динамічних моделях причини і наслідки, не розглядаючи конкретні методи.

В їх основі лежить декілька підходів.

Розглянемо три з них, наведених на схемі:



**Перший підхід (ізольоване уявлення)** полягає в тому, що наслідок виникає з деякої причини і взаємозв'язок між різними причинами відсутній.

Такий підхід, наприклад, використовують економісти під час розрахунків.

Як правило, для цього застосовують статичні і статистичні моделі.

**Другий підхід (лінійний зв'язок)** передбачає, що між причинами і наслідками існує лінійний зв'язок у вигляді ланцюжка.

Такий підхід підтримують інженери і науковці, які вважають, що всі події у всесвіті залежать одна від одної. Маючи достатню кількість інформації, можна побудувати залежності в часі для всіх подій у майбутньому.

Системні мислителі, які застосовують цю парадигму, користуються діаграмами впливу і моделями лінійних рівнянь та вважають, що завжди можна логічно прослідкувати, "що є на вході і що буде на виході".

Згідно з **третім підходом (причинний цикл)** всесвіт розглядається як система з зворотними зв'язками, тобто ланцюжки причин і наслідків циклічно пов'язані між собою.

Таке уявлення підтримують кібернетики, прибічники нелінійної динаміки і хаосу.

Вони вважають, що всесвіт значною мірою хаотичний, і передбачити майбутнє, враховуючи його минуле, неможливо.

Ці системні мислителі використовують циклічні причинні моделі, нелінійні рівняння в кінцевих різницях.

Часто поведінка таких моделей далека від реальності й інтуїтивного уявлення і може бути де в чому неочікуваною для дослідника.

## Теоретико-множинний підхід

Згідно з теоретико-множинним підходом формальна модель динамічної системи має такий вигляд:

$$M = (T, X, Y, Z, z(t), P)$$

де  $T$  – модельний час;  $X, Y$  – множина значень відповідно вхідних і вихідних змінних;  $Z$  – простір станів моделі;  $z(t)$  – функція станів,  $t \in T$ ;  $P$  – множина процесів, яка визначається як множина впорядкованих у часі пар елементів  $p = (x, z, \tau, t)$ , де  $x \in X$ ,  $z \in Z$ ,  $t \in T$ , а  $\tau$  – початковий момент модельного часу для процесу.

Таке визначення задає модель системи у **вигляді схеми процесів**, в якій множина процесів може існувати паралельно в модельному часі  $T$ .

Вважається, що деяка подія з множини подій  $C$  зумовлює зміну стану системи, якщо починається певний процес  $p \in P$  або закінчується деякий процес  $p_j \in P$ . У протилежному випадку стан системи не змінюється.

Тоді можна задати **подієву схему** моделі:

$$M = (T, X, Y, Z, z(t), C)$$

де  $C$  – множина подій, яка визначається як множина впорядкованих у часі пар елементів, де  $c = (j, d[\tau, t_j])$ ,  $c \in C$ ,  $d[\tau, t_j]$  – функція дії для процесу  $p_j \in P$ ;  $t \in T$ , а  $\tau$  – початковий момент модельного часу  $T$ .

У цій схемі процес моделювання описується як послідовність подій, які відбуваються в моделі.

Припустимо, що завдяки виконанню деякої умови  $u$  з множини  $U$  почне виконуватися певна дія  $d[\tau, t_j]$  з множини  $D$  для деякого процесу  $p_j \in P$ .

Тоді можна задати модель системи у вигляді **схеми дій**:

$$M = (T, X, Y, Z, z(t), D)$$

У цій схемі процес моделювання описується як перевірка всіх умов у разі кожної зміни модельного часу, щоб знайти умову, яка розпочне певну дію з множини  $D$ .

Зміна часу  $t$  може відбуватися з постійним або змінюваним від події до події кроком.

Якщо припустити, що виконання деякої множини процесів  $P$  може привести до зміни станів  $z \in Z$  і виникнення нових процесів, що послужить причиною появи деякої множини ситуацій  $L$ , тобто  $z(t) : P_z \rightarrow L$ , то отримаємо **ситуаційну або причинно-наслідкову схему**:

$$M = (T, X, Y, Z, z(t), L)$$

У ній потрібно описати множину ситуацій і множину правил (алгоритмів), за якими визначають виконуваний процес.

Поведінка моделі в таких системах зображується у вигляді ланцюга

$$\{\text{ситуація}\} \rightarrow \{\text{правило}\} \rightarrow \{\text{процес}\}.$$

Під час ситуаційного моделювання, як правило, повний опис всіх можливих ситуацій замінюється деякою множиною узагальнених ситуацій, кожна з яких з певною мірою ймовірності відтворює один з можливих станів системи.

Для кожної ситуації існує набір правил дії. Вибір того або іншого правила може здійснюватися за деяким критерієм або за допомогою таблиць прийняття рішень, а в простіших випадках – згідно з заданою ймовірністю.

Моделювання виконується шляхом програвання різних ситуацій за певним сценарієм, яким в окремому випадку може бути алгоритм моделювання.

Таким чином, створюють різні ігри, наприклад ділові, військові, економічні, розважальні.

Гра – це спрощене відтворення реального процесу, яке переважно використовується для навчання, прийняття рішень, проведення досліджень або розваг.

Визначити систему можна не тільки як сукупність елементів, але і як сукупність відношень, спостерігаючи за їх змінами.

Перш за все, це стосується взаємодії між різними динамічними системами, кожна з яких досить складна.

Прикладом можуть бути екологічні і соціальні системи. Під час вивчення таких систем дослідник, базуючись на системному аналізі, вивчає й описує впливи однієї системи на іншу.

## Контрольні питання за матеріалами лекції № 2:

1. Основні види моделювання.
2. Характеристика аналітичного (математичного) моделювання.
3. Характеристика імітаційного моделювання.
4. Характеристика статистичного моделювання.
5. Аналіз певних умов, що призводить до дій, які утворюють конкретні процеси.
6. Цілі, що досягаються за допомогою моделі.
7. Етапи процесу створення моделі.
8. Кібернетичний підхід при створенні моделі.
9. Підхід – системна динаміка при створенні моделі.
10. Теоретико-множинний підхід при створенні моделі.
11. Характеристика подієвої схеми моделі.
12. Характеристика схеми дій моделі.
13. Характеристика ситуаційної або причино наслідкової схеми моделі.