

## Лекция. ПОГРЕШНОСТИ. ИЗМЕРЕНИЯ

Е.В. Феськова,  
канд. пед. наук, доцент кафедры «Инженерный бакалавриат CDIO»

Красноярск 2022

# ИЗМЕРЕНИЯ

**Измерение** – это нахождение значения физической величины опытным путём с помощью специальных технических средств

**Измерение** – совокупность операций для определения отношения одной измеряемой величины к другой однородной величине, принятой за единицу

**Измерением** называется сравнение измеряемой величины с другой величиной, принятой за единицу измерения – эталон

# ИЗМЕРЕНИЯ

Измерение подразумевает сравнение величин или включает счет объектов. Измеряемая величина может быть соотнесена с другой эталонной величиной, принятой за единицу измерения

**Эталон** — средство измерений (или комплекс средств измерений), обеспечивающее воспроизведение, а также передачу её размера и утверждённое в качестве образца в установленном порядке

**Точность измерений** – характеристика, отражающая близость результатов измерений к истинному значению измеряемой величины. Высокая точность измерений соответствует малым погрешностям результата

**Результат измерения** – значение величины, полученное путем её измерения

# ИЗМЕРЕНИЯ

1136 г. Великий Новгород –  
утверждён устав «О церковных  
судах, и о людях, и о мерах  
торговли»



Эталоны торговли: пуд медовый,  
гривенка рублевая, локоть Иваньский



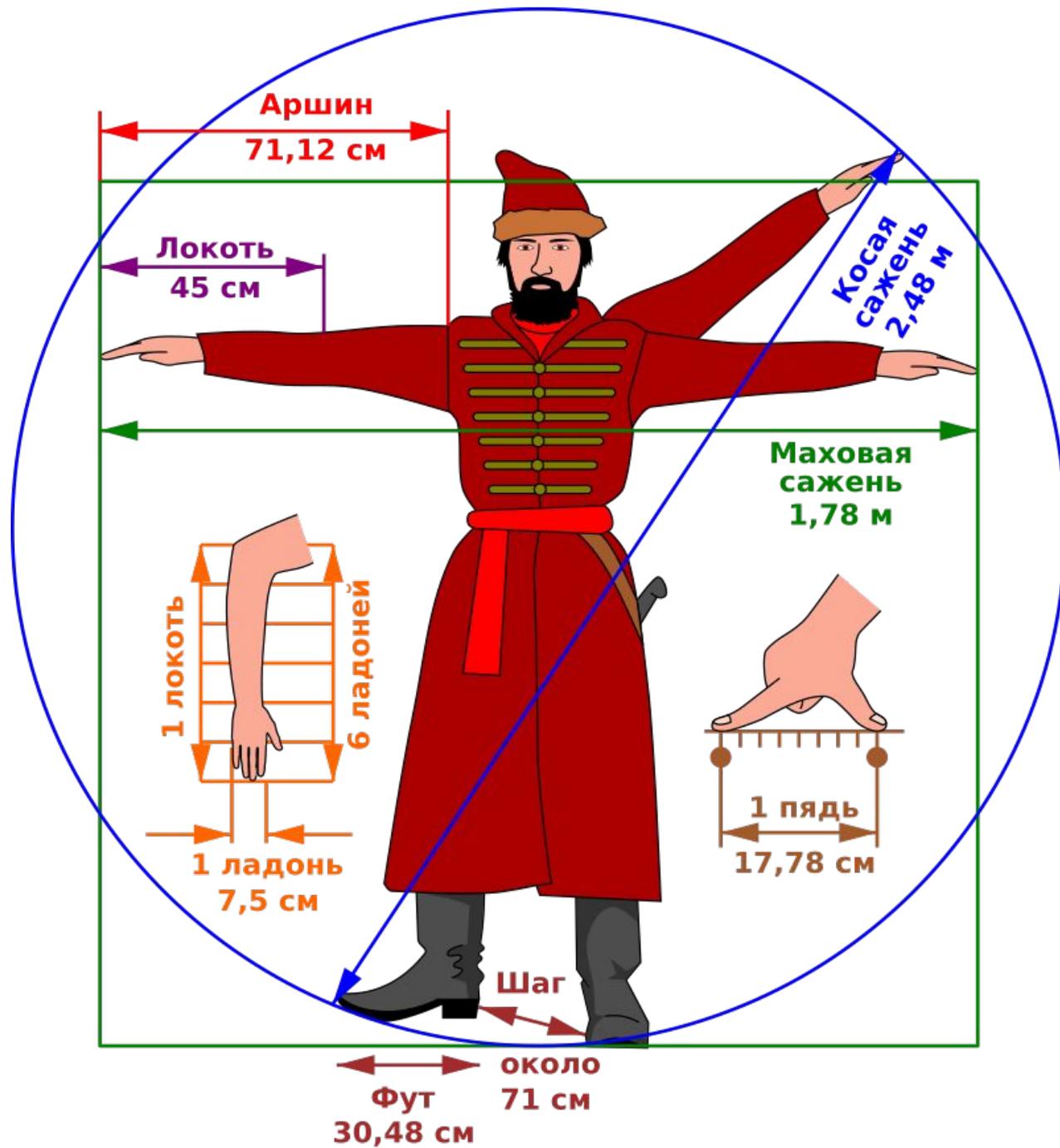
Берковец – 10 пудов =  
400 фунтов = 163,8 кг  
= 400 гривен  
1 пуд = 16 кг



гривенка рублевая



локоть Иваньский

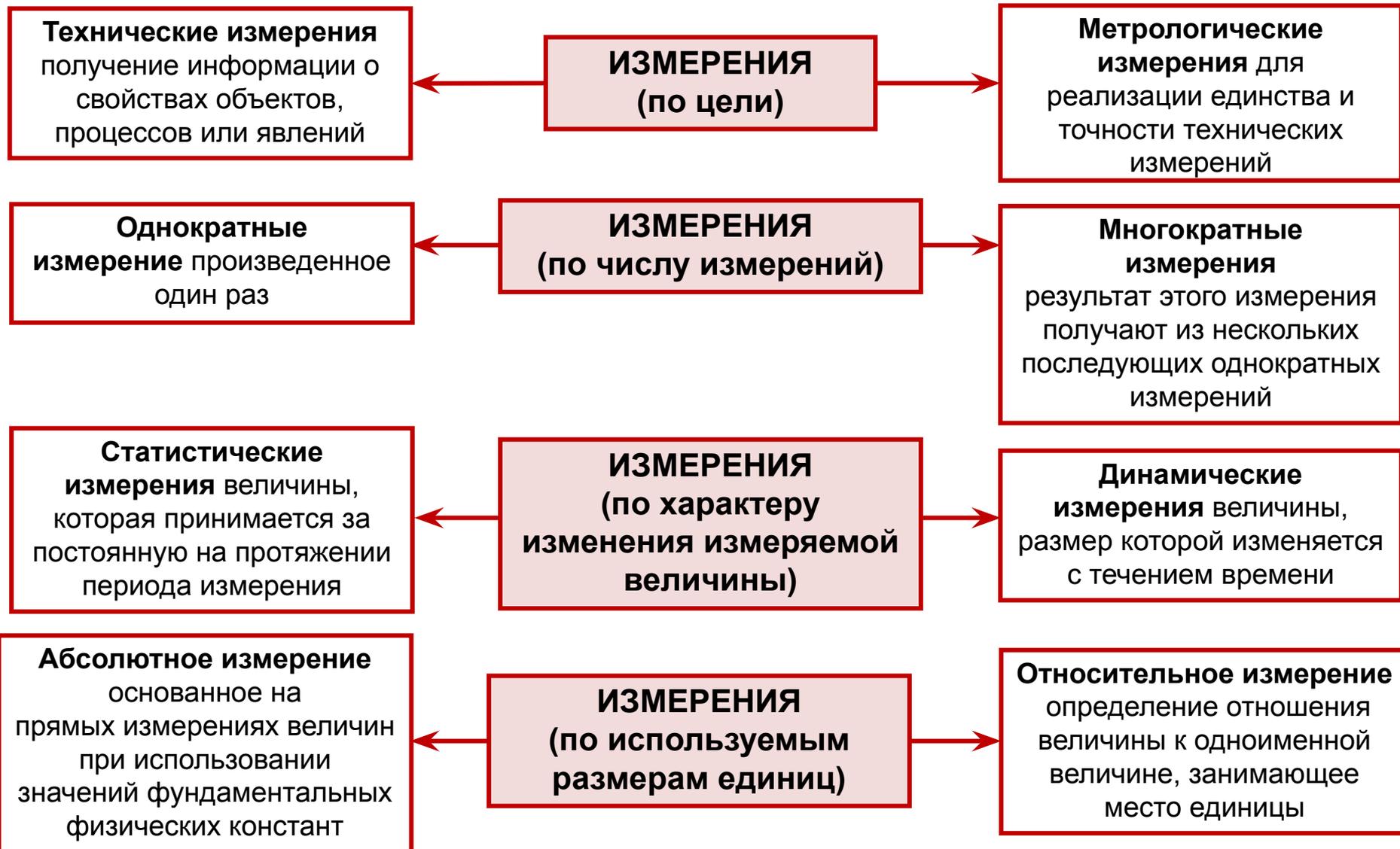


# ИЗМЕРЕНИЯ

Конец XIX века царская Россия – создана Главная палата мер и весов, заказаны в Англии государственные эталоны длины и массы, согласованные с международными

С развитием науки и техники появились эталоны: частоты, времени, температуры, напряжения и т. д..  
Повышалась точность имеющихся эталонов. Метр в настоящее время определён как длина пути, проходимого светом в вакууме за  $(1 / 299\,792\,458)$  секунды

# ИЗМЕРЕНИЯ



# ИЗМЕРЕНИЯ (по видам)

```
graph TD; A[ИЗМЕРЕНИЯ (по видам)] --> B[Прямые]; A --> C[Косвенные]; A --> D[Совместные]
```

## Прямые

измерение, выполнимые с помощью измерительных приборов. Например, измерение длины линейкой, промежутка времени секундомером, силы тока амперметром, напряжения вольтметром, температуры термометром и т.д. Значение величины находят как непосредственное показание прибора

## Косвенные

измерения, при которых искомое значение величины находят на основании известной зависимости этой величины от других величин, полученных прямым измерениям. Например, измерение мощности, нахождение плотности однородного тела, расчет скорости тела

## Совместные

измерения позволяют получать пары чисел, необходимые для построения графиков. Например, для данного сопротивления электрической цепи каждому значению напряжения соответствует свое значение силы тока.

# ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

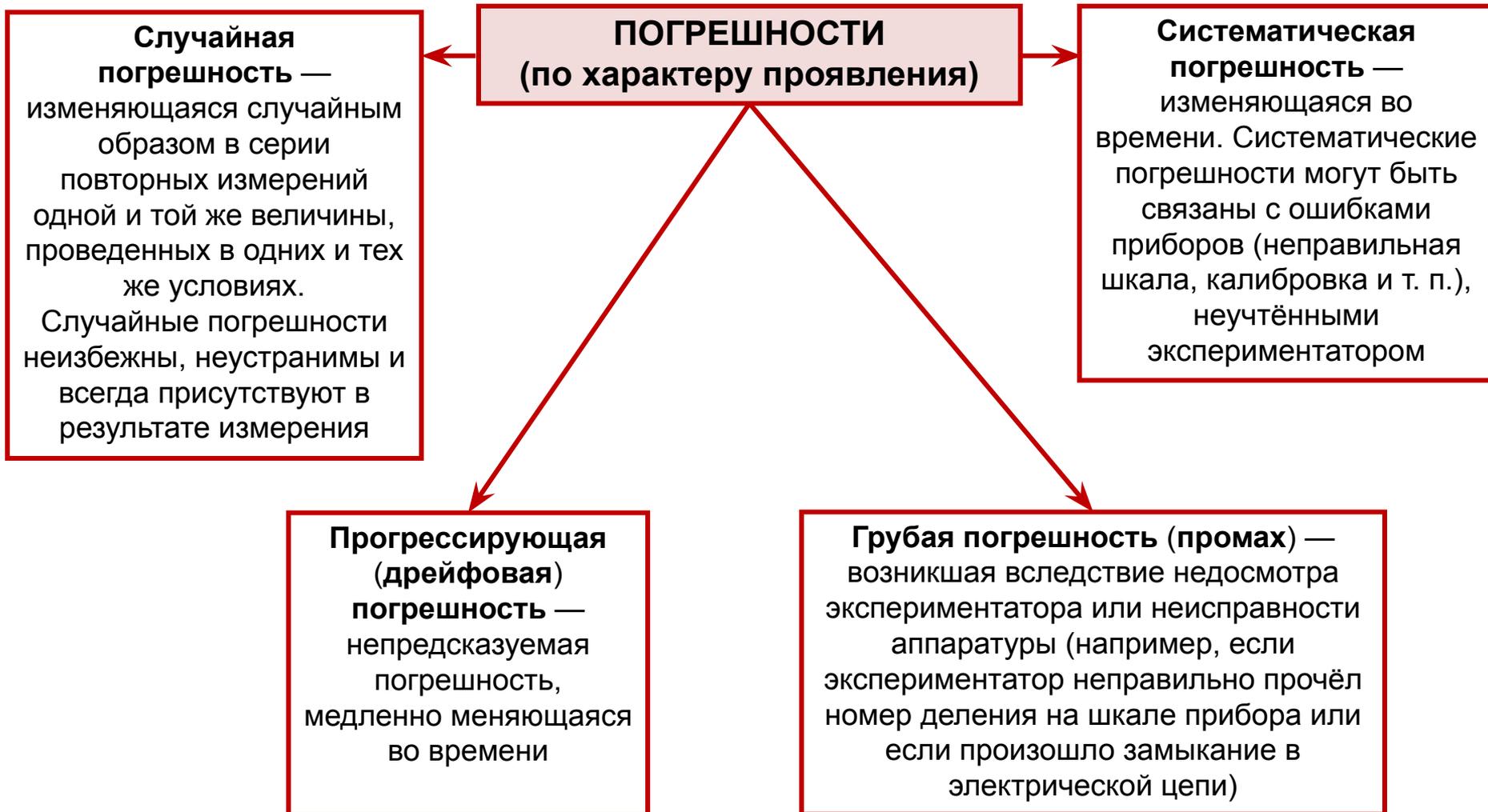
**Погрешность** – отклонение измеряемой величины от истинной

**Задача измерений** - получить искомую величину, указать границы её возможных значений и вероятность попадания её в эти границы

**Причины возникновения погрешностей:**

1. непостоянство внешних условий;
2. неточность приборов измерения;
3. неполное соответствие объекта модели;
4. неточность метода измерений;
5. некорректные действия со стороны экспериментатора.

# ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ



# ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ



# ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

## ПОГРЕШНОСТИ (по форме представления)

**Абсолютная погрешность** является оценкой абсолютной ошибки измерения.

абсолютная погрешность не отражает качества измерений

**Относительная погрешность** — отношение абсолютной погрешности измерения к опорному значению измеряемой величины, в качестве которого может выступать, в частности, её истинное или действительное значение

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}} 100\%$$

**Приведенная погрешность** - равна отношению абсолютной погрешности к предельному значению величины, которую можно измерить по шкале данного прибора

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x_{норм}} 100\%$$

$x_{норм}$  = пределу измерения прибора

По величине приведенной погрешности приборы делят на классы точности

относительная погрешность показывает — на сколько процентов мы ошиблись при проведении измерений

# ПОГРЕШНОСТИ

**Деление шкалы прибора** – это промежуток между двумя соседними отметками штрихами шкалы

**Цена деления шкалы** – это значение измеряемой величины, соответствующее одному делению

$$C = \frac{A}{n} \quad A - \text{диапазон шкалы; } n - \text{число делений в данном диапазоне}$$

Чем меньше цена деления на шкале прибора, тем меньше абсолютная погрешность результата измерения.

**Цена деления и абсолютная погрешность численно не равны.**

Это объясняется тем, что точность измерения зависит не только от цены деления, но и от других причин

# ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Провести  $n$  измерений искомой величины  $x$ . Составить таблицу измеренных величин  $x_n$

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$$

2. Найти среднее значение измеренных величин:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad n - \text{число измерений}$$

3. Определить разности  $(x_n - \bar{x})$ , возвести каждую разность в квадрат и найти сумму квадратов этих разностей:

$$(x_n - \bar{x})^2$$

4. Определить абсолютную погрешность  $\Delta x$  по формуле:

$$\Delta x = t_\alpha \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad n - \text{число измерений}$$

# ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Значение коэффициента Стьюдента  $t_\alpha$  берется из таблицы с доверительной вероятностью (например,  $\square = 0,95$ ).

Значение коэффициента Стьюдента  $t_\alpha$  зависит от числа измерений и абсолютной погрешности

КОЭФФИЦИЕНТЫ СТЬЮДЕНТА					
Число измерений	Доверительная вероятность				
	0,1	...	0,9	0.95	0.99
1			6.314	12.706	63.619
3			2.353	3.182	5.841
...					
5			2.015	2.571	4.032
10			1.812	2.228	3.169

Поправочный коэффициент  $t_\alpha$ , предложен английским математиком Госсетом (псевдоним – Стьюдент)

Для лабораторных работ  
 $\alpha=0,95$  или 95%  
т.е. 95% результатов от общего числа учтено в представленном ответе

# ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

6. Вычислить относительную погрешность

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{\bar{x}} 100\%$$

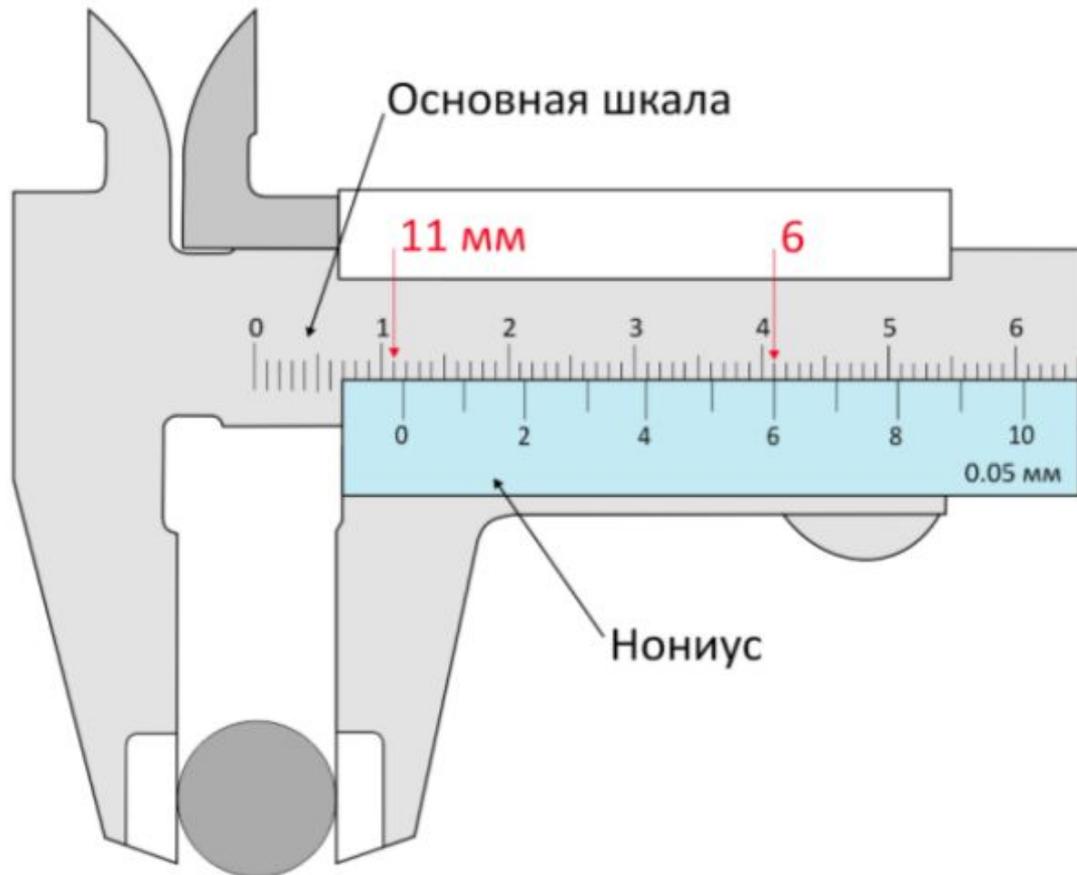
7. Запись результата

$$(\bar{x} - \Delta x) \div (\bar{x} + \Delta x); \quad \alpha = \dots\dots; \quad n = \dots\dots; \quad \varepsilon = \dots\dots\%$$

$\bar{x}$  – среднее значение; полуширина доверительного интервала  $\Delta x$ ;  $\alpha$  - доверительная вероятность;  $\varepsilon$ - относительная погрешность.

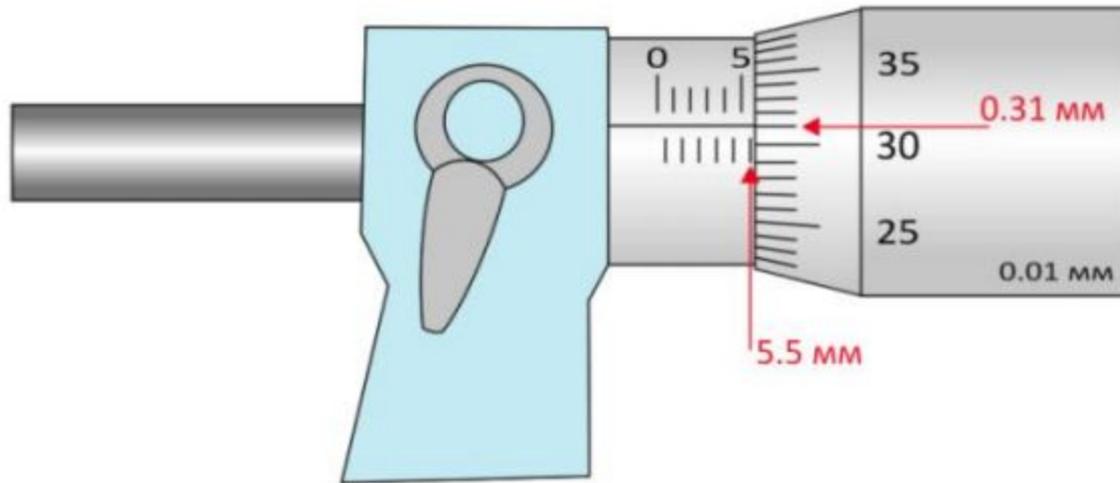
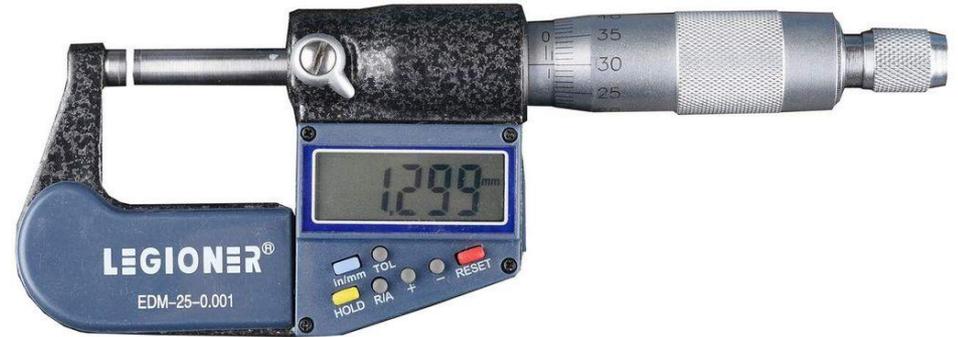
# ИЗМЕРЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ РАЗМЕРОВ

Для измерения линейных размеров предмета с помощью штангенциркуля его зажимают между клювовидными выступами



$$\text{Итог} = 11 \text{ мм} + 6 \cdot 0.05 \text{ мм} = 11 \text{ мм} + 0.3 \text{ мм} = 11.3 \text{ мм}$$

# МИКРОМЕТР



$$\text{Итог} = 5.5 \text{ мм} + 31 \cdot 0.01 \text{ мм} = 5.81 \text{ мм}$$

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.

## Определение плотности тела цилиндрической формы известной массы

**Цель работы:** косвенное измерение плотности материала тела.

**Оборудование:** измеряемое тело, штангельциркуль, весы.

### Порядок выполнения работы

1. Измерить высоту/ диаметр внешний/ диаметр внутренний цилиндра штангенциркулем (5-7 раз).
2. Вычисляем среднее значение высоты/ диаметра внешнего/ диаметра внутреннего цилиндра:

$$\bar{h} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_i$$

$$\bar{D} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i$$

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i$$

3. Определить разности, возвести каждую разность в квадрат и найти сумму квадратов этих разностей:

$$(h_n - \bar{h})$$

$$(D_n - \bar{D})$$

$$(d_n - \bar{d})$$

$$(h_n - \bar{h})^2$$

$$(D_n - \bar{D})^2$$

$$(d_n - \bar{d})^2$$

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.

## Определение плотности тела цилиндрической формы известной массы

4. Результаты измерений и значения погрешностей измерений занести в таблицу.

№	h, см	$(h_n - \bar{h})^2$	D, см	$(D_n - \bar{D})^2$	d, см	$(d_n - \bar{d})^2$
1						
2						
3						
4						
5						
<b>t□</b>	$\bar{h}$	$\sum (h_n - \bar{h})^2$	$\bar{D}$	$\sum (D_n - \bar{D})^2$	$\bar{d}$	$\sum (d_n - \bar{d})^2$

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.

### Определение плотности тела цилиндрической формы известной массы

5. Определить абсолютную погрешность  $\Delta x$  по формуле высоты/ диаметра внешнего/ диаметра внутреннего цилиндра:

$$\Delta h = t_{\alpha} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (h_i - \bar{h})^2}{n(n-1)}} \text{ измерения; } - \text{ число измерений}$$

$$\Delta D = t_{\alpha} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2}{n(n-1)}} \text{ измерения; } - \text{ число измерений}$$

$$\Delta d = t_{\alpha} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n(n-1)}} \text{ измерения; } - \text{ число измерений}$$

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.

### Определение плотности тела цилиндрической формы известной массы

6. Вычислить относительную погрешность высоты/ диаметра внешнего/ диаметра внутреннего цилиндра

$$\varepsilon_h = \frac{\Delta h}{\bar{h}} 100\% \quad \varepsilon_D = \frac{\Delta D}{\bar{D}} 100\% \quad \varepsilon_d = \frac{\Delta d}{\bar{d}} 100\%$$

Запись результата

$$(\bar{h} - \Delta h) \div (\bar{h} + \Delta h); \quad \alpha = \dots\dots\dots; \quad n = \dots\dots\dots; \quad \varepsilon = \dots\dots\dots\%$$

$$(\bar{D} - \Delta D) \div (\bar{D} + \Delta D); \quad \alpha = \dots\dots\dots; \quad n = \dots\dots\dots; \quad \varepsilon = \dots\dots\dots\%$$

$$(\bar{d} - \Delta d) \div (\bar{d} + \Delta d); \quad \alpha = \dots\dots\dots; \quad n = \dots\dots\dots; \quad \varepsilon = \dots\dots\dots\%$$

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.

### Определение плотности тела цилиндрической формы известной массы

#### **Выводы:**

1. Изучили теорию погрешностей.
2. Проведен расчет абсолютной погрешности высоты/ диаметра внешнего/ диаметра внутреннего цилиндра.
3. Научились проводить измерения штангенциркулем