ЕГЭ

ОФИЦИАЛЬНЫЙ ИНФОРМАЦИОННЫЙ ПОРТАЛ ЕДИНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА

Решение заданий типа №6

“Мало иметь хороший ум, главное – хорошо его применять.”

Р. Декарт

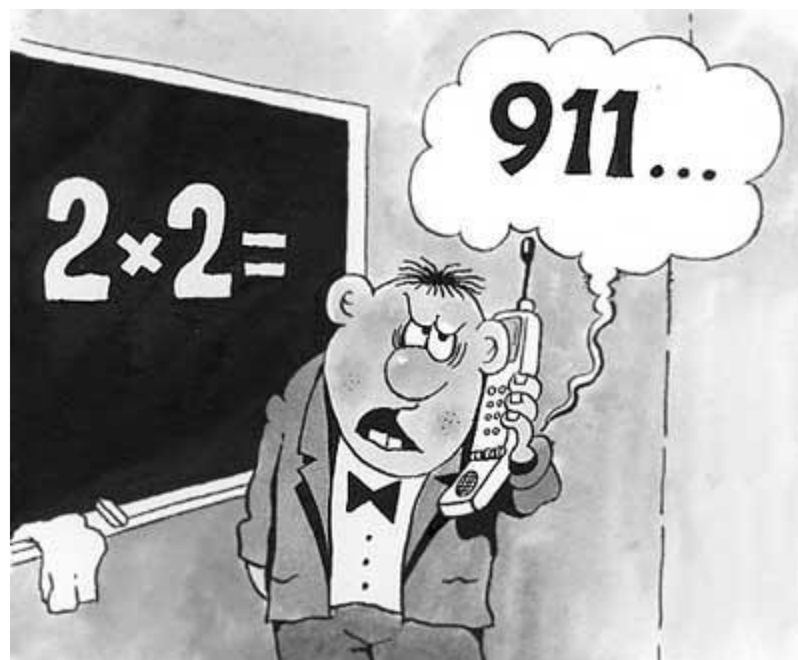
Задание №6.

Основы геометрии. Чаще
всего встречаются задания на решение треугольников, но знать надо все фигуры планиметрии. Необходимые знания: виды треугольников; понятия биссектрисы, медианы, высоты; тригонометрические функции и их значения; основное тригонометрическое тождество; формулы приведения; теорема Пифагора.

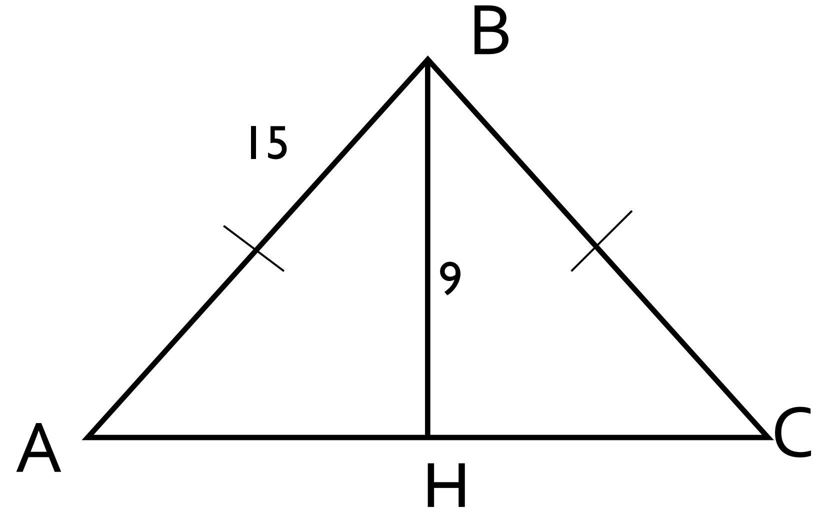
При правильном решении ответ получается точно без корня.

Задача 1

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC боковая сторона AB равна 15,а высота, проведенная к основанию, равна 9. Найдите косинус угла А.



Решение



Т.к $\cos\alpha = \dfrac{AH}{AB}$

(прилеж. катета/ гипотенузу)

Найдем АН.

По т.Пифагора из Δ АВН:

$$AH = \sqrt{AB^2 - AH^2}$$

$$AH = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12$$ *, следовательно*

$$\cos A = \frac{12}{15} = 0{,}8$$

<u>Ответ: 0,8</u>

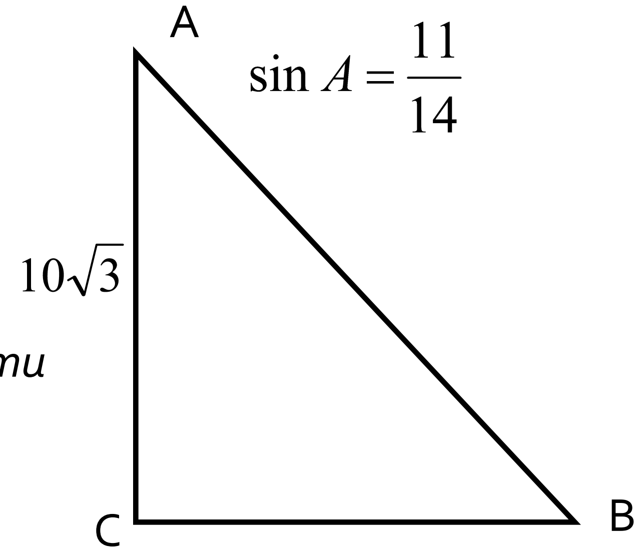
Задача 2

В треугольнике ABC угол C равен 90°,

$\sin A = \frac{11}{14}$, $AC = 10\sqrt{3}$.

Найти AB.

Решение



Нам известен прилежащий катет, следовательно зная синус угла А можно найти его косинус.
По основному тригонометрическому тождеству:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$$

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{196}{196} - \frac{121}{196}} = \sqrt{\frac{75}{196}} = \frac{5\sqrt{3}}{14}$$

По определению косинуса: $\cos A = \frac{AC}{AB}$; $AB = \frac{AC}{\cos A}$

$$AB = \frac{10\sqrt{3}}{\frac{5\sqrt{3}}{14}} = 10\sqrt{3}\cdot\frac{14}{5\sqrt{3}} = 28$$

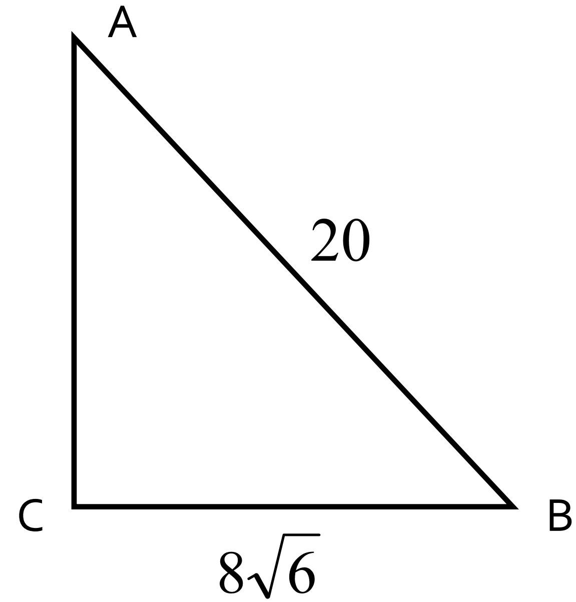
Ответ: 28

Задача 3

В треугольнике ABC угол C равен 90°, BC= $8\sqrt{6}$,AB=20.

Найдите sinB.

Решение



Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.

Следовательно $\sin B = \dfrac{AC}{AB}$

Найдем отрезок AC из ΔABC:

$$AC = \sqrt{400 - 64 \cdot 6} = 4$$

Отсюда $\sin B = \dfrac{4}{20} = 0{,}2$

Ответ: 0,2

Типичные ошибки при решении задания №6 в ЕГЭ

- *выпускник чаще всего может перепутать катет с гипотенузой;*
- *выпускник чаще всего не знает или неверно записывает отношение сторон при использовании тригонометрических функций;*

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$tg\alpha = \frac{a}{b}$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

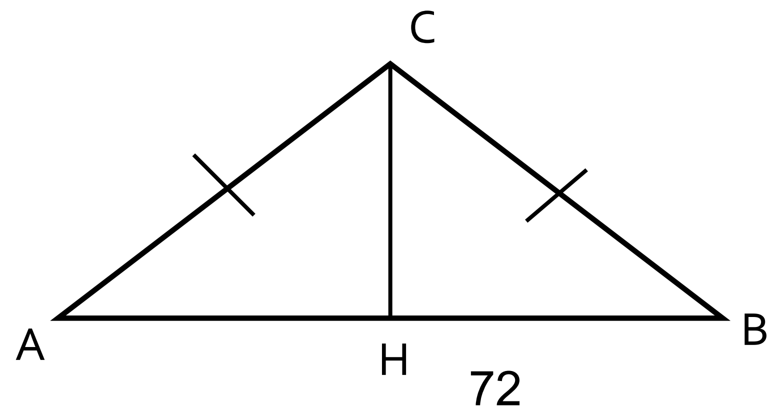
Задача 4

В треугольнике ABC AC=BC,

AB=72, $\cos A = \dfrac{12}{13}$,CH–высота.

Найдите CH.

Решение



AH=36 (по свойству высоты равнобед. треугол.)
Следовательно, по определению косинуса, найдем AC.

$$AC = \frac{AH}{\cos A} = \frac{36}{\frac{12}{13}} = 39$$

По т. Пифагора:

$$CH = \sqrt{39^2 - 36^2} = \sqrt{225} = 15$$

Ответ: 15

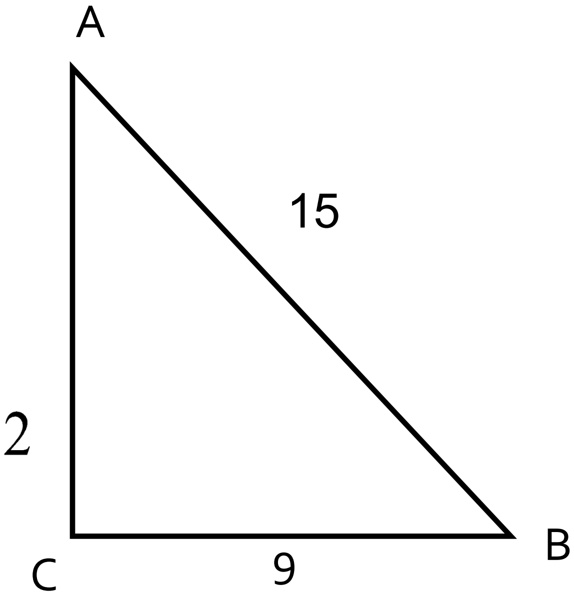
Задача 5

В треугольнике ABC угол C равен 90°, AB=15 , BC=9.

Найти cos A.

Решение

По т.Пифагора из Δ ABC, найдем AC.



$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12$$

Отсюда, $\cos A = \frac{AC}{AB}$

$$\cos A = \frac{12}{15} = 0{,}8$$

Ответ: 0,8

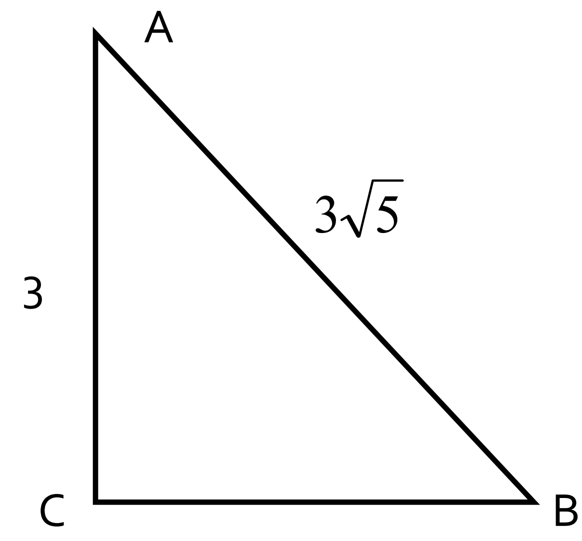
Задача 6

В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 3\sqrt{5}$, AC=3.

Найдите tgA.

Решение

$$tgA = \frac{CB}{AC}$$

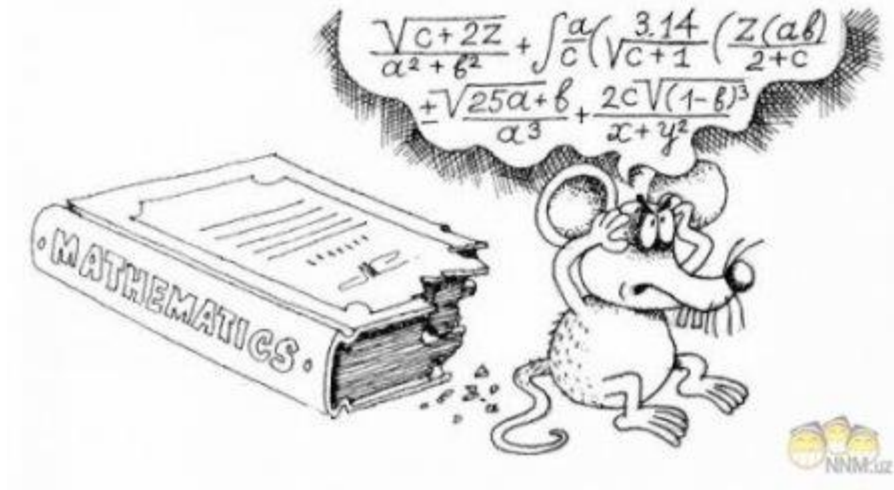


$$CB = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{9 \cdot 5 - 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$tgA = \frac{6}{3} = 2$$

<u>Ответ: 2</u>

Задача 7



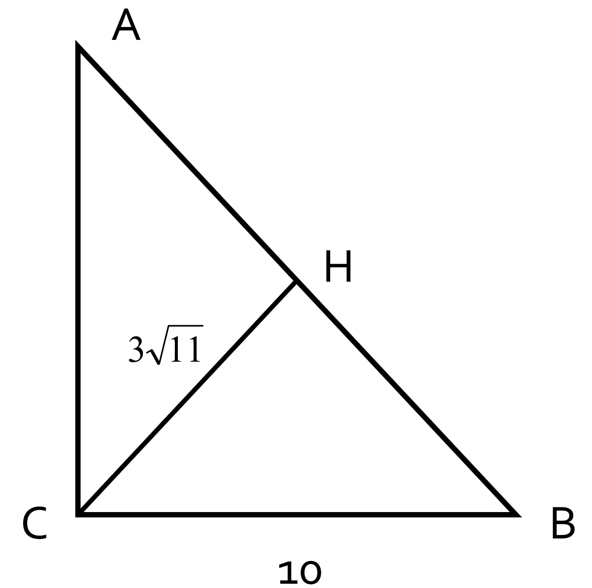
В треугольнике ABC угол C равен 90°,

CH – высота, BC=10, CH=$3\sqrt{11}$

Найти sin A.

Решение

Т.к. $\sin A = \frac{CB}{AB}$



Из HBC по т.Пифагора найдем HB:

$$HB = \sqrt{100 - 99} = 1$$

По свойству высоты CH: $CH^2 = HB \cdot HA$

$$AH = \frac{CH^2}{HB} = 99$$

AB=100, следовательно $\sin A = \frac{10}{100} = 0{,}1$

Ответ: 0,1

Задача 8

В треугольнике ABC угол C равен 90°,
$AB = 7\sqrt{2}$, BC=7.
Найдите тангенс внешнего угла при вершине A.

Решение

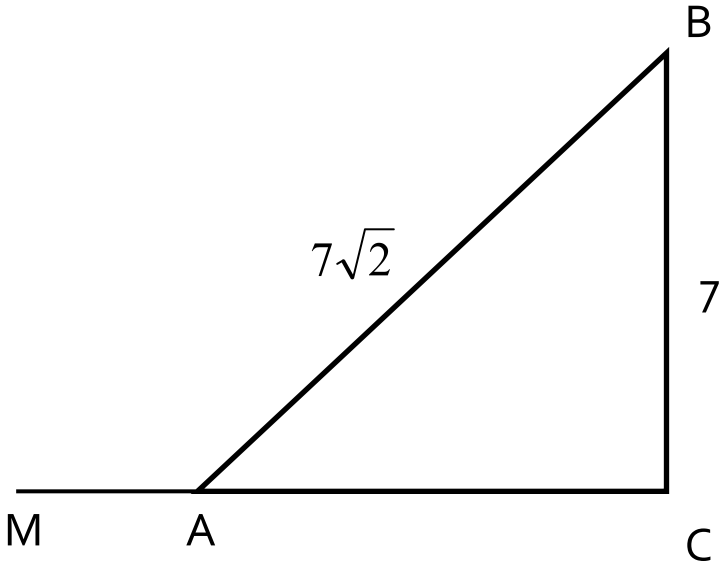
По т.Пифагора найдем АС:

$$AC = \sqrt{49 \cdot 2 - 49} = \sqrt{49} = 7$$

Найдем $tgA = \dfrac{BC}{AC} = 1$

Зная, что $tg < BAM = - tg < A$

$tg < BAM = -1$



<u>Ответ: -1</u>

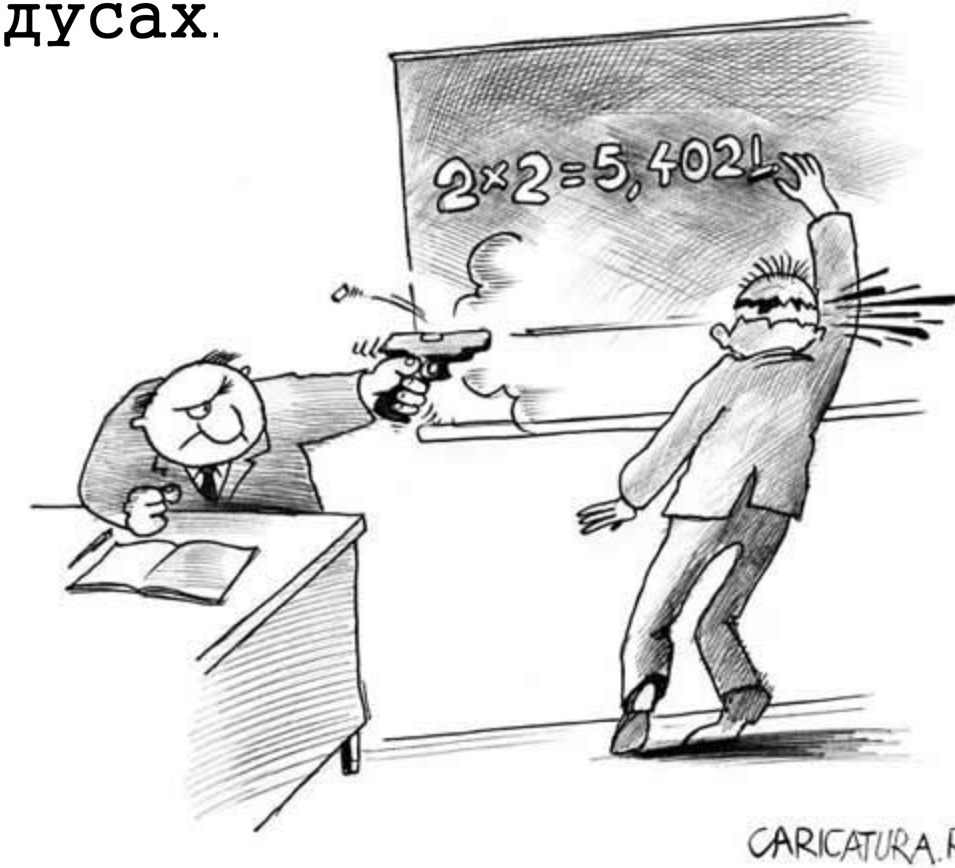
Задания повышенного уровня

ЧТО НЕОБХОДИМО ЗНАТЬ ДЛЯ РЕШЕНИЯ:

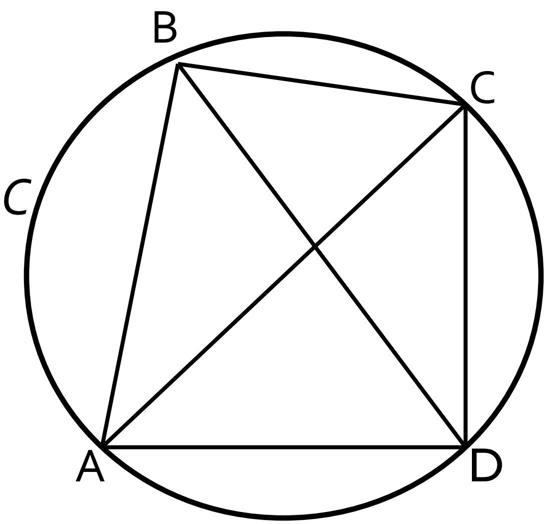
1) *Сумма противолежащих углов четырехугольника, вписанного в окружность, равна 180^o.*
2) *Сумма углов треугольника равна 180^o.*
3) *Углы, опирающиеся на одну и ту же хорду, равны.*

Задача 9*

Четырехугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен 105°, угол CAD равен 35°. Найдите угол ABD, ответ дайте в градусах.



Решение



1)Сумма противолежащих углов *ABC* и *ADC* четырехугольника *ABCD*, вписанного в окружность, равна 180°.
Следовательно,
$ADC = 180^\circ - ABC = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$.

2) Сумма углов *CAD*, *ADC*, *ACD* треугольника *CDA* равна 180°.
Следовательно,
$ACD = 180^\circ - (CAD + ADC) = 180^\circ - (35^\circ + 75^\circ) = 70^\circ$.

3) Углы *ABD* и *ACD* опираются на одну и ту же хорду *AD*. Следовательно, они равны, и искомый угол $ABD = ACD = 70^\circ$.

<u>Ответ: 70</u>