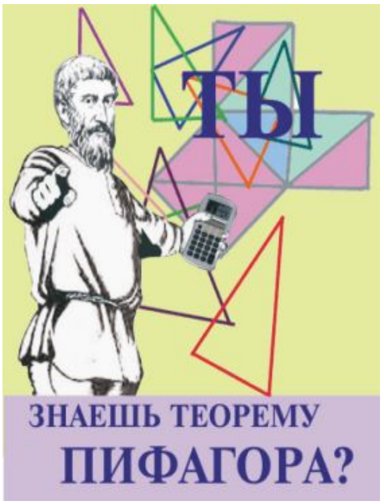
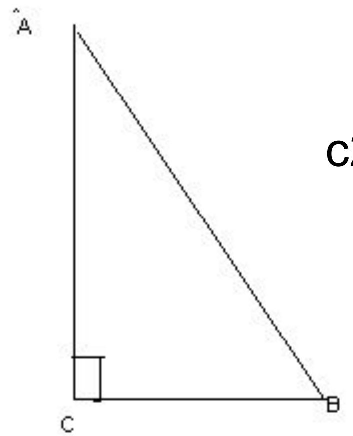
Самые интересные доказательства ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА

Теорема Пифагора — одна из основополагающих теорем евклидовой геометрии — одна из основополагающих теорем евклидовой геометрии, устанавливающая соотношение между сторонами прямоугольного треугольника.



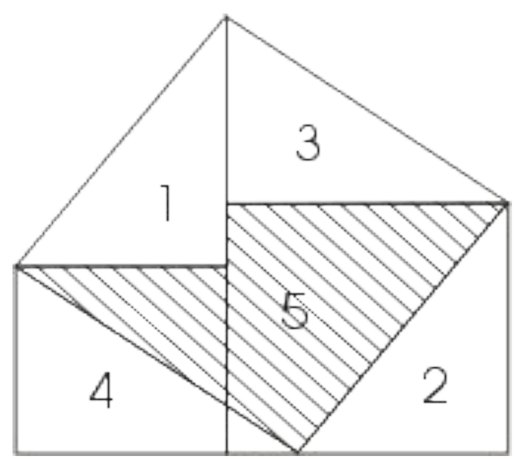


c2 = a2 + b2

Существует множество способов доказать эту теорему, мы же выбрали самые интересные…

Стул невесты

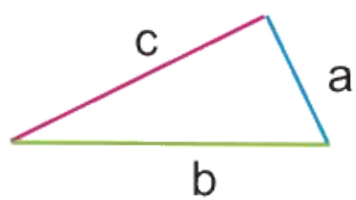
На рисунке квадраты, построенные на катетах, размещены ступенями один рядом с другим. Эту фигуру, которая встречается в доказательствах, датируемых не позднее, чем 9 столетием н. э., индусы называли **"стулом невесты"**. Способ построения квадрата со стороной, равной гипотенузе, ясен из чертежа. Общая часть двух квадратов, построенных на катетах, и квадрата, построенного на гипотенузе, - неправильный заштрихованный пятиугольник 5. Присоединив к нему треугольники 1 и 2, получим оба квадрата, построенные на катетах; если же заменить треугольники 1 и 2 равными им треугольниками 3 и 4, то получим квадрат, построенный на гипотенузе. На рисунках ниже изображены два различных расположения близких к тому, которое дается на первом рисунке.

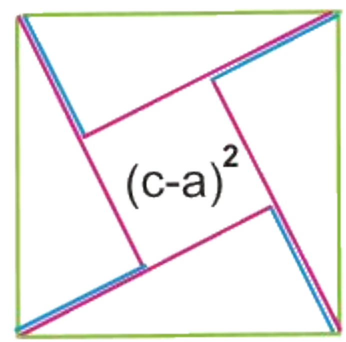


Доказательство индийского математика Бхаскари

- Рассмотрим квадрат, показанный на рисунке.
  Сторона квадрата равна **b**, на квадрат наложены 4 исходных треугольника с

  катетами **a** и **c**, как показано на рисунке.

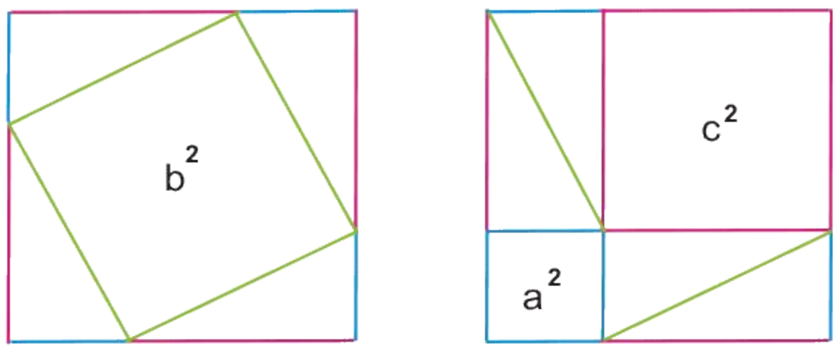




Сторона маленького квадрата, получившегося в центре, равна **c - a**, тогда:
b2 = 4*a*c/2 + (c-a)2 =
= 2*a*c + c2 - 2*a*c + a2 =
= a2 + c2

Самое простое доказательство теоремы Пифагора.

- Рассмотрим квадрат, показанный на рисунке.
  Сторона квадрата равна **a + c**.



В одном случае (слева) квадрат разбит на квадрат со стороной **b** и четыре прямоугольных треугольника с катетами **a** и **c**.

В другом случае (справа) квадрат разбит на два квадрата со сторонами **a** и **c** и четыре прямоугольных треугольника с катетами **a** и **c**.

Таким образом, получаем, что площадь квадрата со стороной **b** равна сумме площадей квадратов со сторонами **a** и **c**.

Доказательство через подобные треугольники

- Пусть *ABC* есть прямоугольный треугольник с прямым углом *C*. Проведём высоту из *C* и обозначим её основание через *H*. Треугольник *ACH* подобен треугольнику *ABC* по двум углам. Аналогично, треугольник *CBH* подобен *ABC*. Введя обозначения

$$|BC| = a, |AC| = b, |AB| = c$$

получаем

$$\frac{a}{c} = \frac{|HB|}{a}; \frac{b}{c} = \frac{|AH|}{b}.$$

Что эквивалентно

$$a^2 = c \cdot |HB|; b^2 = c \cdot |AH|.$$

Сложив, получаем

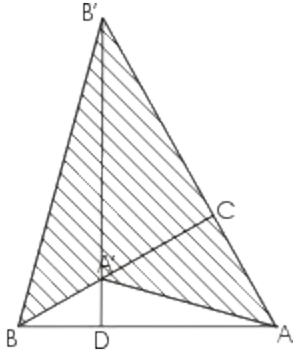
$$a^2 + b^2 = c \cdot (|HB| + |AH|) = c^2.$$

или

$$a^2 + b^2 = c^2$$

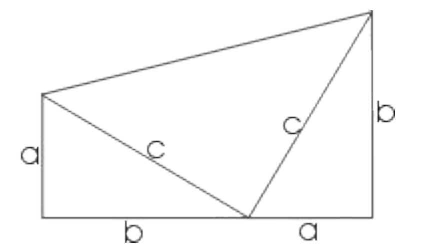
Доказательство Хоукинса

- Приведем еще одно доказательство, которое имеет вычислительный характер, однако сильно отличается от всех предыдущих. Оно опубликовано англичанином Хоукинсом в 1909 году; было ли оно известно до этого- трудно сказать.
- Прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C повернем на 90° так, чтобы он занял положение A'CB'. Продолжим гипотенузу A'B' за точку A' до пересечения с линией AB в точке D. Отрезок B'D будет высотой треугольника B'AB. Рассмотрим теперь заштрихованный четырехугольник A'AB'B . Его можно разложить на два равнобедренных треугольника CAA' и CBB' (или на два треугольника A'B'A и A'B'B).
- SCAA'=b²/2
- SCBB'=a²/2
- SA'AB'B=(a²+b²)/2
- Треугольники A'B'A и A'B'B имеют общее основание c и высоты DA и DB, поэтому :
- SA'AB'B=c*DA/2+ c*DB/2=c(DA+DB)/2=c²/2
- Сравнивая два полученных выражения для площади, получим:
- a²+b²=c²
- *Теорема доказана.*

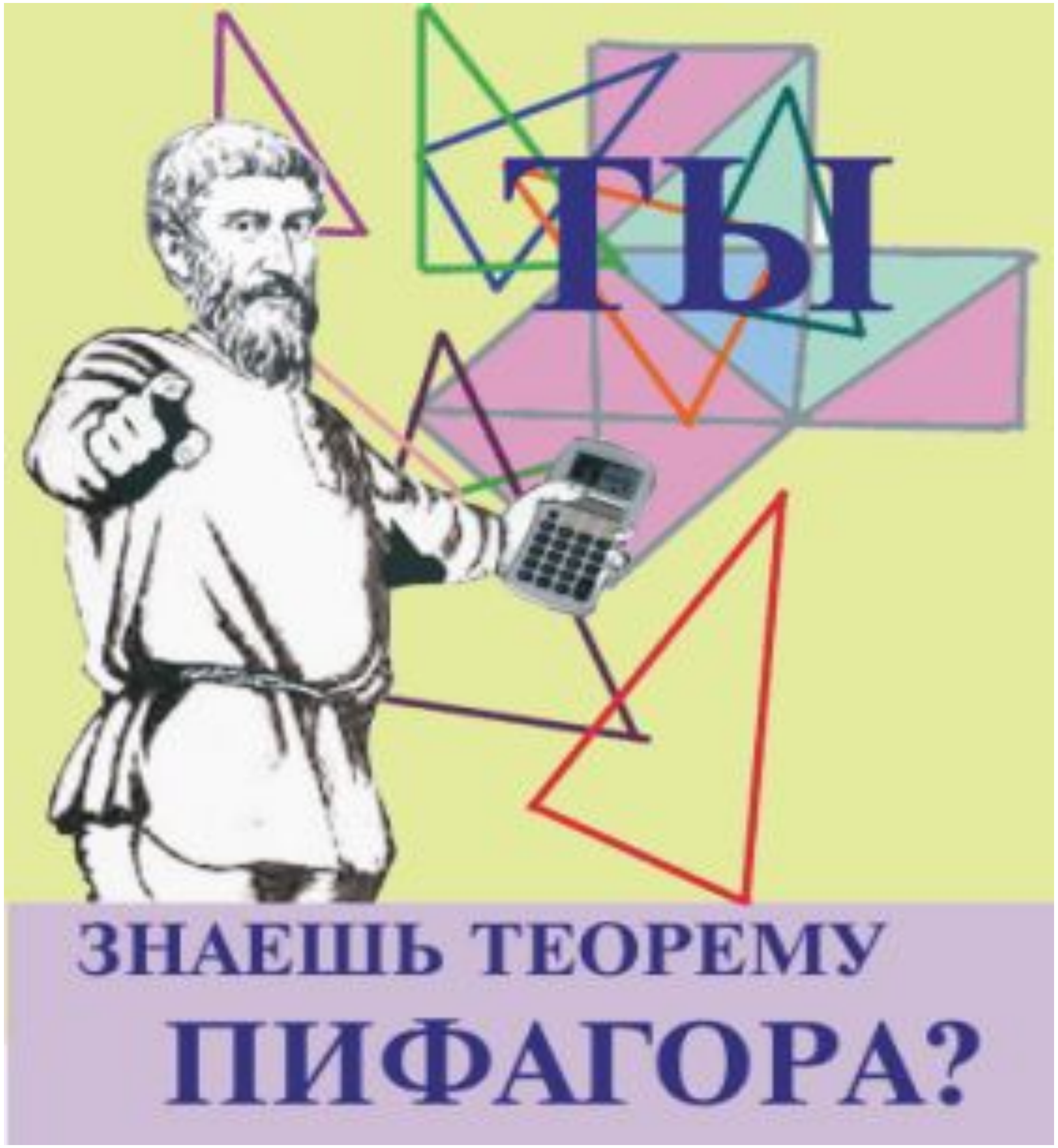


Доказательство Вольдхейма

- Это доказательство имеет вычислительный характер. Для того чтобы доказать теорему пользуясь первым рисунком достаточно только выразить площадь трапеции двумя путями.
- $S_{трапеции}=(a+b)^2/2$
- $S_{трапеции}=a^2b^2+c^2/2$



- Приравнивая правые части получим:
- $a^2+b^2=c^2$
- Теорема доказана.


ТЫ
ЗНАЕШЬ ТЕОРЕМУ
ПИФАГОРА?