

Выпуклые и правильные многогранники

Выполнили работу ученики 9-ых классов: Колесов Даниил,
Константинов Тимур, Пархоменко Ян, Михайлов Сергей и
Илларионов Тимур

- Фигура в пространстве называется *выпуклой*, если вместе с любыми двумя точками она содержит соединяющий их отрезок.
- Многогранник называется *выпуклой*, если он является выпуклой фигурой.

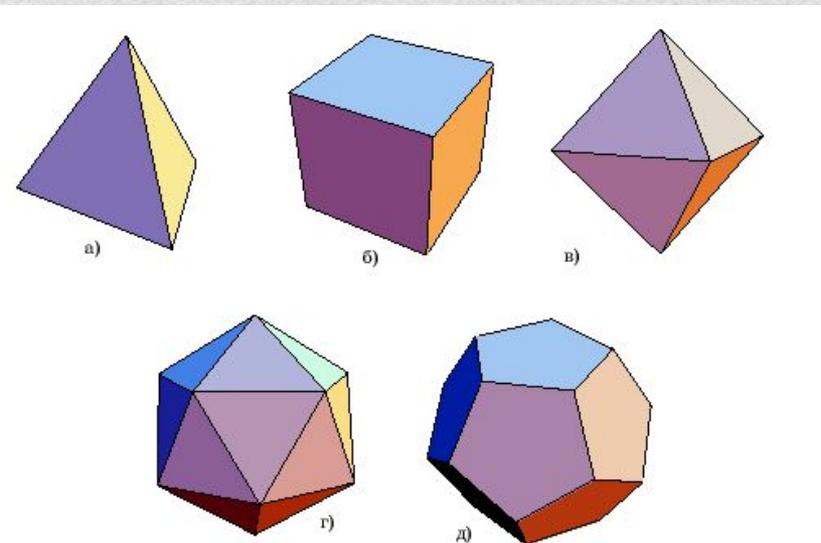


Рис. 1

Выпуклость

Теорема

В выпуклом многограннике все грани являются выпуклыми многоугольниками.

Доказательство

Пусть F – какая-нибудь грань многогранника M , и точки A , B – точки, принадлежащие грани F . Из условия выпуклости многогранника M следует, что отрезок AB целиком содержится в многограннике M . Поскольку этот отрезок лежит в плоскости многоугольника F , он будет целиком содержаться и в этом многоугольнике, т. е. F – выпуклый многоугольник

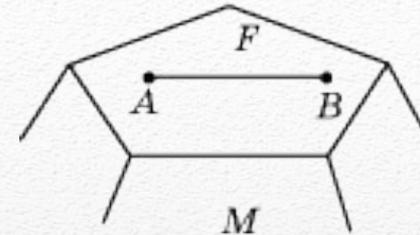


Рис. 2

Теорема

Выпуклый многогранник может быть составлен из пирамид с общей вершиной, основания которых образуют поверхность многогранника. (рис. 3)

Доказательство

Пусть M – выпуклый многогранник. Возьмем какую-нибудь внутреннюю точку S многогранника M , т.е. такую его точку, которая не принадлежит ни одной грани многогранника M . Соединим точку S с вершинами многогранника M отрезками. Рассмотрим пирамиды с вершиной S , основаниями которых являются грани многогранника M . Эти пирамиды целиком содержатся в M и все вместе составляют многогранник.

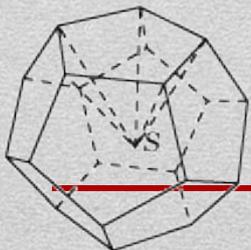


Рис. 3

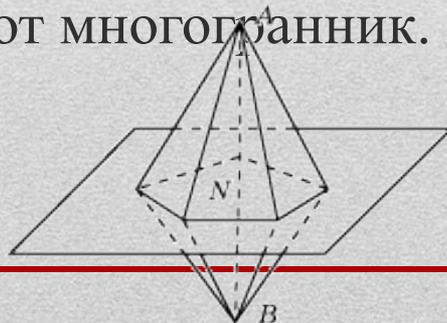


Рис. 4



Теорема Эйлера

Название	Вершины (В)	Ребра (Р)	Грани (Г)
Треугольная пирамида	4	6	4
Четырехугольная пирамида	5	8	5
Треугольная призма	6	9	5
Четырехугольная призма	8	12	6
N-угольная пирамида	N+1	2N	N+1
N-угольная призма	2N	3N	N+2

Доказательство

Для доказательства представим, что многогранник сделан из эластичного материала. Вырежем одну из его граней и оставшуюся поверхность ~~растянем на плоскости. Получим сетку, содержащую $\Gamma' = \Gamma - 1$~~ многоугольников, В вершин и Р ребер.

Справедливо $B - P + \Gamma' = 1$.

Выпуклый многогранник называется *правильным*, если его гранями являются равные правильные многоугольники и в каждой вершине сходится одинаковое число граней.

Существует пять видов правильных многогранников:

1. Тетраэдр
2. Октаэдр
3. Икосаэдр
4. Гексаэдр
5. Додекаэдр



Правильные многогранники

Правильные многогранники можно вписывать друг в друга так, что вершины одного многогранника будут находиться в центрах граней другого. Такие многогранники называются **двойственными**.

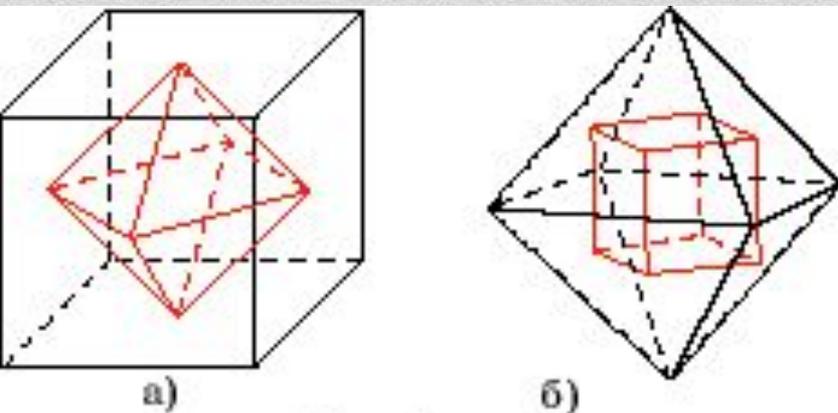


Рис. 1

Выпуклый многогранник называется *топологически правильным*, если его гранями являются многоугольники с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине сходится одинаковое число граней. Например: треугольные пирамиды являются ими, а четырехугольные – нет.

Число ребер (горизонталь) Число сторон (вертикаль)	3	4	5
3	V=4 P=6 Г=4 Тетраэдр	V=6 P=12 Г=8 Октаэдр	V=12 P=30 Г=20 Икосаэдр
4	V=8 P=12 Г=4 Куб	-	-
5	V=20 P=30 Г=12 Додекаэдр	-	-



Спасибо за внимание
