Задания С1 ЕГЭ по математике

1. $\cos(\frac{3}{2}\pi+2x)=\cos x$; $\left[\frac{5}{2}\pi; 4\pi\right]$,

2. $6\cos^2 x - 7\cos x - 5 = 0$; $[-\pi; 2\pi]$,

3. $3\sin 2x - 4\cos x + 3\sin x - 2 = 0$; $\left[-\pi; \frac{3}{2}\pi\right]$,

4. $\cos 2x - \cos(2\pi - x) = 0$; $\left[0; \frac{5}{2}\pi\right]$,

5. $4\cos^2(\frac{\pi}{2} + x) - 12\sin x + 5 = 0$; $[-\pi; 2\pi]$

6. $6\sin^2 x + \cos x - 5 = 0$; $[2\pi; 3\pi]$,

7. $2\sin 2x + \cos x + 4\sin x + 1 = 0$; $\left[\frac{5}{2}\pi; \frac{7}{2}\pi\right]$,

8. $2\sin^2 x + \sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$; $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$,

9. $\frac{1}{\cos x - 1} + \frac{1}{\cos x + 1} = 2\operatorname{ctg}^2 x$; $\left[-\frac{\pi}{2}; 8\right]$

10. $2\cos^2 x + \sin(\pi+x) - 1 = 0$; $[-4\pi;-3\pi]$

11. $\cos 6x - \cos 3x = 0$; $[0; \pi]$

12. $\frac{3}{2}\operatorname{tg}x \sin 2x - 2\cos 2x = 8\sin x - 5$; $[\frac{\pi}{2}; \pi]$

13. $\sin 2x = \cos x$; $[-\pi; \frac{3\pi}{4}]$

14. $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$; $[-\pi; \pi]$

15. $\sin x + \operatorname{tg} x = \sin 2x$; $[0; 3\pi]$

16. $\cos 2x = 1 + \sin 2x$; $[-2\pi; 2\pi]$

17. $\sin x + 2\cos^2 x = \cos x + \sin 2x$; $[-\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$

18. $\cos x = (\cos\frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2})^2 - 1$; $[\frac{\pi}{2}; 2\pi]$

19. $2\sin 2x = 4\cos x - \sin x + 1$; $[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$

20. $3\cos^2(\frac{3}{2}\pi - x) + 5\sin x\cos x + 2\cos^2 x = 0$; $[-3\pi; -2\pi]$

21. $2\cos^2 x + (2 - \sqrt{2})\sin x + \sqrt{2} - 2 = 0$; $[-3\pi; -2\pi]$

22. $\frac{3}{2}\operatorname{tg}x \sin 2x - 2\cos^2 x = 8\sin x - 5$; $[\frac{\pi}{2}; \pi]$

23. $2\cos^2 x - \cos 2x = 2\sin^2 x - \sin 2x$; $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

24. $\cos x = (\cos\frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2})^2 - 1$; $[-\frac{\pi}{2}; \pi]$

Решение тригонометрических уравнений с отбором корней на заданном промежутке

Тригонометрические формулы

Способы отбора корней

Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

Методы решения тригонометрических уравнений

Решение тригонометрических уравнений с отбором корней на заданном промежутке

Тригонометрические формулы

arccos(-0,5)	sin(0,5 π+x)	arcsin(-0,5)
sin 6x	$\cos^2 x-1$	cos (1,5π-x)
Cos(-4 π/3)	$Tg^2(1,5\pi+x)$	$3\sin^2 4x+3\cos^2 4x$
2tg405°	sin 150°	вперед $\cos^2 x-\sin^2 x$

Методы решений тригонометрических уравнений

Основные методы:

- замена переменной,
- разложение на множители,
- однородные уравнения,

прикладные методы:

- по формулам преобразования суммы в произведение
  и произведения в сумму,
- по формулам понижения степени,
- универсальная тригонометрическая подстановка
- введение вспомогательного угла,
- умножение на некоторую тригонометрическую функцию

Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

Формулы	**корней тригонометрических**	**уравнений**
Sin x =a, $X = (-1)^n$ arcsin a +Пn **n∈Z**	**Cos x = a,** X= ± arccos a + 2Пn **n ∈ Z**	**tg x = a,** x = arctg a + Пn **n ∈ Z**
Частные	**случаи решения**	**уравнений**
sin x = 0 X = Пn, **n ∈ Z**	**cos x = 0** X = П/2 + Пn, **n ∈ Z**	**tg x = 0** X = Пn, **n ∈ Z**
sin x = 1, X = П/2 + 2 Пn, **n** ∈ Z	**cos x = 1,** X = 2Пn, **n ∈ Z**	
sin x = -1, X = -П/2 + 2Пn, **n ∈ Z**	**cos x = -1,** X = П + 2 Пn, **n** ∈ **Z**	

Способы отбора корней тригонометрических уравнений на заданном промежутке

- # Арифметический способ

Перебор значений целочисленного параметра n и вычисление корней

- # Алгебраический способ

Перебор значений целочисленного параметра n и вычисление корней

- # Геометрический способ

Изображение корней на тригонометрической окружности с последующим отбором с учетом имеющихся ограничений

Арифметический способ

Перебор значений целочисленного параметра n и вычисление корней

1. Решить уравнение
2. Записать корни уравнения
3. Разделить виды решения для косинуса; подсчитать значения x при целых n до тех пор, пока значения x не выйдут за пределы данного отрезка.
4. Записать ответ.

$$\cos x = a, |a| \le 1$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \arccos a + 2\pi k, k \in Z \\ x = -\arccos a + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

x k	-2	-1	0	1	2	…
$\arccos a + 2\pi k$						
$-\arccos a + 2\pi k$						

$$\sin x = a, |a| \le 1$$

$$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$$

x k	-2	-1	0	1	2	…
$(-1)^k \arcsin a + \pi k$						

Алгебраический способ

Решение неравенства относительно неизвестного параметра n и вычисление корней

1. Записать двойное неравенство для неизвестного (x), соответственное данному отрезку или условию; решить уравнение.
2. Для синуса и косинуса разбить решения на два.
3. Подставить в неравенство вместо неизвестного (x) найденные решения и решить его относительно n.
4. Учитывая, что n принадлежит Z, найти соответствующие неравенству значения n.
5. Подставить полученные

$$\cos x = a, |a| \le 1, [c; d]$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \arccos a + 2\pi k, k \in Z \\ x = -\arccos a + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

$$c \le \arccos a + 2\pi k \le d$$

$$c \le -\arccos a + 2\pi k \le d$$

Т.к. $k \in Z$, то $k_1 = \dots;\ x_1 = \dots$

$k_2 = \dots;\ x_2 = \dots$

$$\sin\ x = a, |a| \le 1, [c; d]$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \arcsin a + 2\pi k, k \in Z \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

$$c \le \arcsin a + 2\pi k \le d$$

$$c \le \pi - \arcsin a + 2\pi k \le d$$

Т.к. $k \in Z$, то $k_1 = \dots;\ x_1 = \dots$

$k_2 = \dots;\ x_2 = \dots$

Геометрический способ

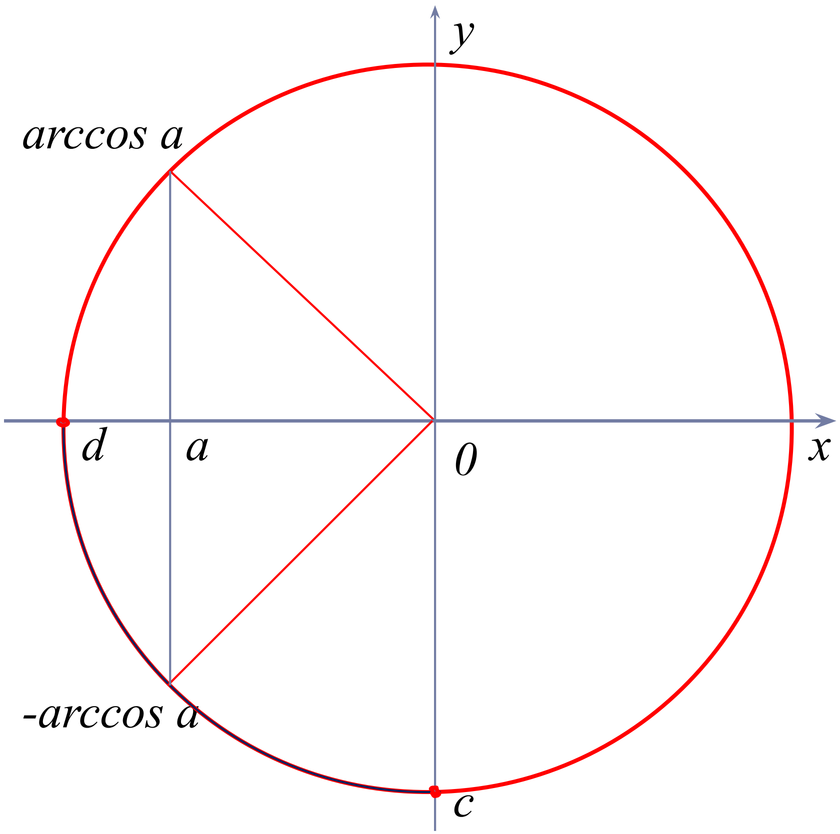
Изображение корней на тригонометрической окружности с последующим отбором с учетом имеющихся ограничений

На окружности

1. Решить уравнение.
2. Обвести дугу, соответствующую данному отрезку на окружности.
3. Разделить виды решений для синуса и косинуса.
4. Нанести решения уравнения на окружность.
5. Выбрать решения, попавшие на обведенную дугу.

$$\cos x = a, |a| \le 1, [c; d]$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \arccos a + 2\pi k, k \in Z \\ x = -\arccos a + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$



Геометрический способ

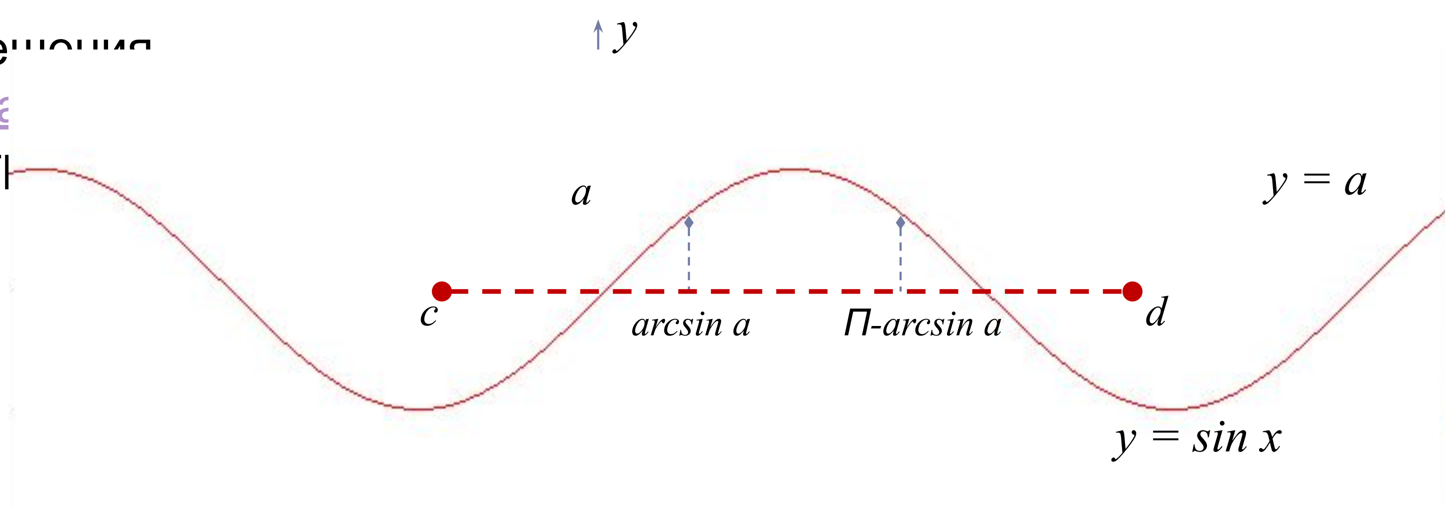
Изображение корней на графике с последующим отбором с учетом имеющихся ограничений

На графике

1. Решить уравнение.
2. Построить график данной функции, прямую $y = a$, на оси x отметить данный отрезок.
3. Найти точки пересечения графиков.
4. Выбрать ре… принадлежа… данному от…

$$\sin\ x = a, |a| \le 1, [c; d]$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \arcsin a + 2\pi k, k \in Z \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$



Ответы

1	1) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; x=$(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k$ 2) $\frac{5\pi}{2}$; $\frac{7\pi}{2}$; $\frac{17\pi}{6}$
2	1) $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k$ 2) $\frac{2\pi}{3}$; $-\frac{2\pi}{3}$; $\frac{4\pi}{3}$
3	1) $(-1)^k\arcsin\frac{2}{3}+\pi k$ $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k$ 2) $\pm\frac{2\pi}{3}$; $\pi-\arcsin\frac{2}{3}$; $\frac{4\pi}{3}$; $\arcsin\frac{2}{3}$
4	1) $\frac{2\pi k}{3}$ 2) 0; $\frac{2\pi}{3}$; $\frac{4\pi}{3}$; 2π.
5	1) $\frac{\pi}{6}+2\pi k$; $\frac{5\pi}{6}+2\pi k$. 2) $\frac{\pi}{6}$; $\frac{5\pi}{6}$.
6	1) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$; $\pm(\pi-\arccos\frac{1}{3})+2\pi k$ 2) $3\pi-\arccos\frac{1}{3}$; $\frac{7\pi}{3}$
7	1) $-\arcsin\frac{1}{4}+2\pi k$; $\pi+\arcsin\frac{1}{4}+2\pi k$; $\pi+2\pi k$ 2) 3π; $3\pi+\arcsin\frac{1}{4}$.
8	1) $-\mathrm{arctg}\frac{3}{2}+\pi k$; $\frac{\pi}{4}+\pi k$ 2) $\pi-\mathrm{arctg}\frac{3}{2}$; $\frac{5}{4}\pi$.
9	1) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; 2) $\frac{\pi}{2}$; $-\frac{\pi}{2}$; $\frac{3\pi}{2}$; $\frac{5\pi}{2}$;
10	1) $-\frac{\pi}{2}+\frac{2\pi k}{3}$; 2) $-\frac{19\pi}{6}$; $-\frac{23\pi}{6}$;
11	1) $2\pi k$; $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k$ 2) 0; $\frac{2\pi}{3}$
12	1) $(-1)^k\arcsin\frac{4}{5}+2\pi k$ 2) $\pi-\arcsin\frac{4}{5}$
13	1) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; $(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k$. 2) $\frac{\pi}{2}$; $-\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{6}$.
14	1) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$ 2) $-\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{2}$; $-\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{3}$
15	1) πk; $2\pi k$; $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k$ 2) 0; π; 2π; 3π; $\frac{8\pi}{3}$; $\frac{4\pi}{3}$
16	1) πk; $-\frac{\pi}{4}+\pi k$ 2) -2π; $-\pi$; 0; π; 2π; $-\frac{3\pi}{4}$; $-\frac{\pi}{4}$; $-\frac{5\pi}{4}$; $-\frac{\pi}{4}$; $\frac{5\pi}{4}$; $\frac{7\pi}{4}$.
17	1) $-\frac{\pi}{4}+\pi k$; $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$ 2) $-\frac{\pi}{4}$; $\frac{3\pi}{4}$; $\frac{7\pi}{4}$; $\frac{\pi}{3}$; $-\frac{\pi}{3}$; $\frac{7\pi}{3}$; $\frac{5\pi}{3}$
18	1) $-\frac{\pi}{2}+\pi k$; 2) $\frac{3\pi}{4}$; $\frac{7\pi}{4}$
19	1) $\frac{\pi}{2}+2\pi k$; $\pm(\pi-\arccos\frac{1}{4})+2\pi k$ 2) $\frac{\pi}{2}$; $(\pi\pm\arccos\frac{1}{4})$
20	1) $-\frac{\pi}{4}+\pi k$; $-\mathrm{arctg}\frac{2}{3}+\pi k$ 2) $-\frac{9\pi}{4}$; $-2\pi-\mathrm{arctg}\frac{2}{3}$
21	1) $\frac{\pi}{2}+2\pi k$; $(-1)^{k+1}\frac{\pi}{4}+\pi k$ 2) $-\frac{11\pi}{4}$; $\frac{9\pi}{4}$
22	1) $\frac{\pi}{2}+2\pi k$; $(-1)^k\arcsin 0{,}6+\pi k$ 2) $\frac{\pi}{2}$; $\pi-\arcsin 0{,}6$
23	1) $\mathrm{arctg}(1+\sqrt{2})+\pi k$; $\mathrm{arctg}(\sqrt{2}-1)+\pi k$ 2) $\mathrm{arctg}(1+\sqrt{2})$; $-\mathrm{arctg}(\sqrt{2}-1)$.
24	1) $-\frac{\pi}{4}+\pi k$ 2) $-\frac{\pi}{4}$; $\frac{3\pi}{4}$

Пример 3. Найти все корни уравнения

$$10\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\sin\left(\frac{7\pi}{2}+2x\right)+3,$$

которые удовлетворяют условию

$$x\in\left[-\frac{2\pi}{3};\frac{19\pi}{12}\right].$$

Решение.

$10\sin^2 x = -\cos 2x + 3;$

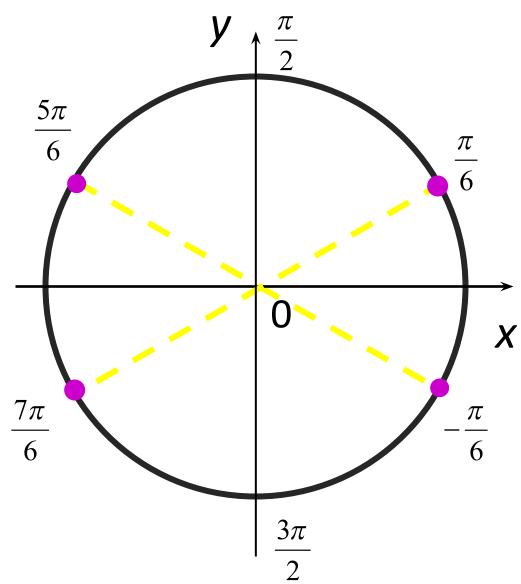
$10\sin^2 x = 2\sin^2 x - 1 + 3,$

$8\sin^2 x = 2;$

$$\sin^2 x=\frac{1}{4};$$

$$\sin x=\pm\frac{1}{2};$$

$$\left[\begin{array}{l} x=(-1)^k\cdot\dfrac{\pi}{6}+\pi k, k\in Z, \\ x=(-1)^m\cdot\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)+\pi m, m\in Z; \end{array}\right.$$



С помощью числовой окружности получим:

$$x=\pm\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z;$$

Выберем корни, удовлетворяющие условию задачи.

Из первой серии:

$$-\frac{2\pi}{3} \le \frac{\pi}{6} + \pi n \le \frac{19\pi}{12}, n \in Z;$$

$$-8\pi \le 2\pi + 12\pi n \le 19\pi, n \in Z;$$

$$-10 \le 12n \le 17, n \in Z.$$

Следовательно n=0 или n=1, то есть

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6}, \\ x = \frac{7\pi}{6}. \end{array}\right.$$

Из второй серии:

$$-\frac{2\pi}{3} \le -\frac{\pi}{6} + \pi n \le \frac{19\pi}{12}, n \in Z;$$

$$-8\pi \le -2\pi + 12\pi n \le 19\pi, n \in Z;$$

$$-6 \le 12n \le 21, n \in Z.$$

Следовательно n=0 или n=1, то есть

$$\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6}, \\ x = \frac{5\pi}{6}. \end{array}\right.$$

$$\text{Ответ}: \{\pm\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\}.$$

Самый лучший способ
для достижения правильного
и быстрого результата
это тот, который лучше всего
усвоен
конкретным учеником.