



МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Подготовил студент

Группы ПМ-13-2

Лапыгин Вадим

Основные понятия.

Под оптимизацией понимают процесс выбора наилучшего варианта из всех возможных

В процессе решения задачи оптимизации обычно необходимо найти оптимальные значения некоторых параметров, определяющих данную задачу. При решении инженерных задач их принято называть проектными параметрами.

Выбор оптимального решения или сравнение двух альтернативных решений проводится с помощью некоторой зависимой величины (функции), определяемой проектными параметрами. Эта величина называется целевой функцией (или критерием качества).

$$u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

В процессе решения задачи оптимизации должны быть найдены такие значения проектных параметров, при которых целевая функция имеет минимум (или максимум).

Задачи оптимизации.

- Безусловная задача оптимизации состоит в отыскании максимума или минимума действительной функции от n действительных переменных и определении соответствующих значений аргументов
- Условные задачи оптимизации, или задачи с ограничениями, — это такие, при формулировке которых задаются некоторые условия (ограничения) на множестве.

В результате ограничений область проектирования a , определяемая всеми n проектными параметрами, может быть существенно уменьшена в соответствии с физической сущностью задачи. Число M ограничений-равенств может быть произвольным. Их можно записать в виде

$$\begin{aligned} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0, \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0, \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0. \end{aligned}$$

В ряде случаев из этих соотношений можно выразить одни проектные параметры через другие. Это позволяет исключить некоторые параметры из процесса оптимизации, что приводит к уменьшению размерности задачи и облегчает ее решение. Аналогично могут вводиться также **ограничения-неравенства** имеющие вид

$$\begin{aligned} a_1 &\leq \varphi_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_1, \\ a_2 &\leq \varphi_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_2, \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ a_k &\leq \varphi_k(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_k. \end{aligned}$$

В рамках применения производных методы бывают : прямые методы оптимизации; градиентные методы; методы 2-го порядка и др.

Одномерная оптимизация.

Одномерная задача оптимизации в общем случае формулируется следующим образом:

Найти наименьшее (или наибольшее) значение целевой функции $y = f(x)$, заданной на множестве σ и определить значение проектного параметра $x \in \sigma$ при котором целевая функция принимает экстремальное значение.

Существование решения поставленной задачи вытекает из следующей теоремы:

Теорема Вейерштрасса.

Всякая функция $f(x)$, непрерывная на отрезке $[a, b]$ принимает на этом отрезке наименьшее и наибольшее значения, т. е. на отрезке $[a, b]$ существуют такие точки x_1 и x_2 что для любого $x \in [a, b]$ имеют место неравенства

$$f(x_1) \leq f(x) \leq f(x_2)$$

Многомерная оптимизация.

Метод нулевого порядка не берет в расчет производные минимизированной функции, ввиду чего их использование может быть эффективно в случае возникновения каких-либо трудностей с вычислением производных. Группу методов 1-го порядка еще называют градиентными, потому что для установления направления поиска применяют градиент данной функции – вектор, составляющими которого выступают частные производные минимизированной функции по соответствующим оптимизированным параметрам. В группе методов 2-го порядка применяются 2 производные (их использование достаточно ограничено ввиду наличия трудностей в их вычислении).

Методы безусловной оптимизации.

Хука и Дживса (осуществление 2 видов поиска – по образцу и исследующий);

Минимизации по правильному симплексу (поиск точки минимума соответствующей функции посредством сравнения на каждой отдельной итерации ее значений в вершинах симплекса);

Циклического координатного спуска (использование в качестве ориентиров поиска координатных векторов);

Розенброка (основан на применении одномерной минимизации);

Минимизации по деформированному симплексу (модификация метода минимизации по правильному симплексу: добавление процедуры сжатия, растяжения).

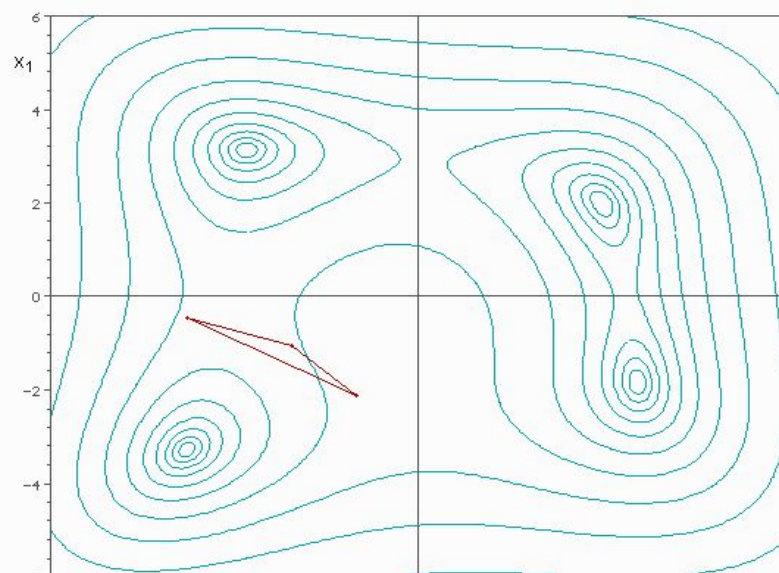
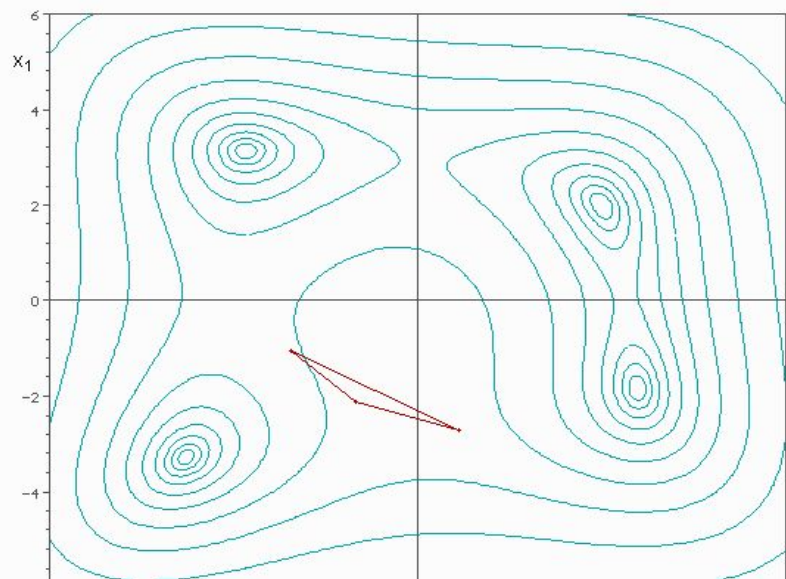
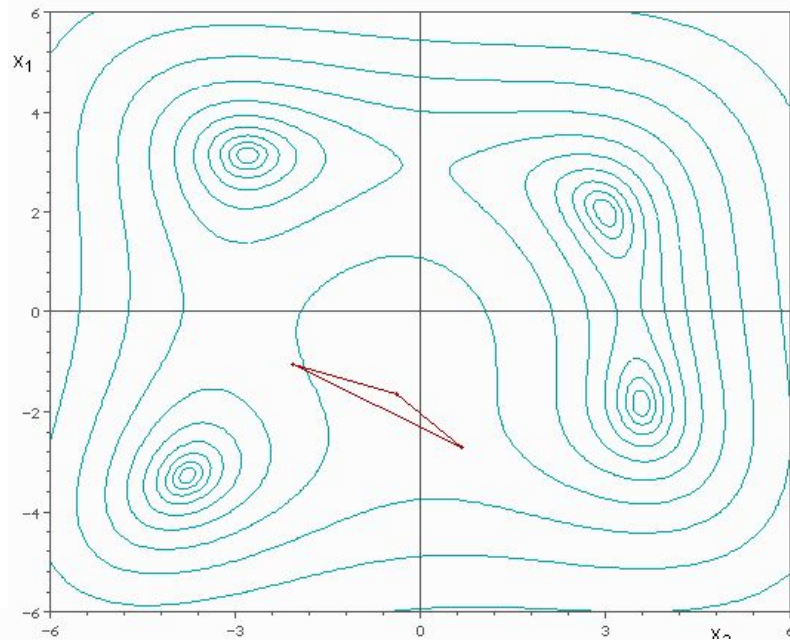
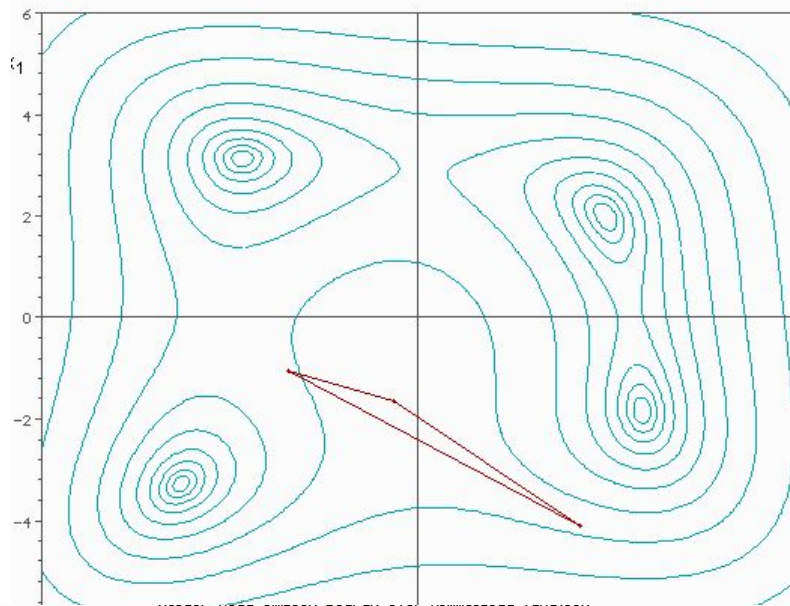
Метод Нелдера - Мида

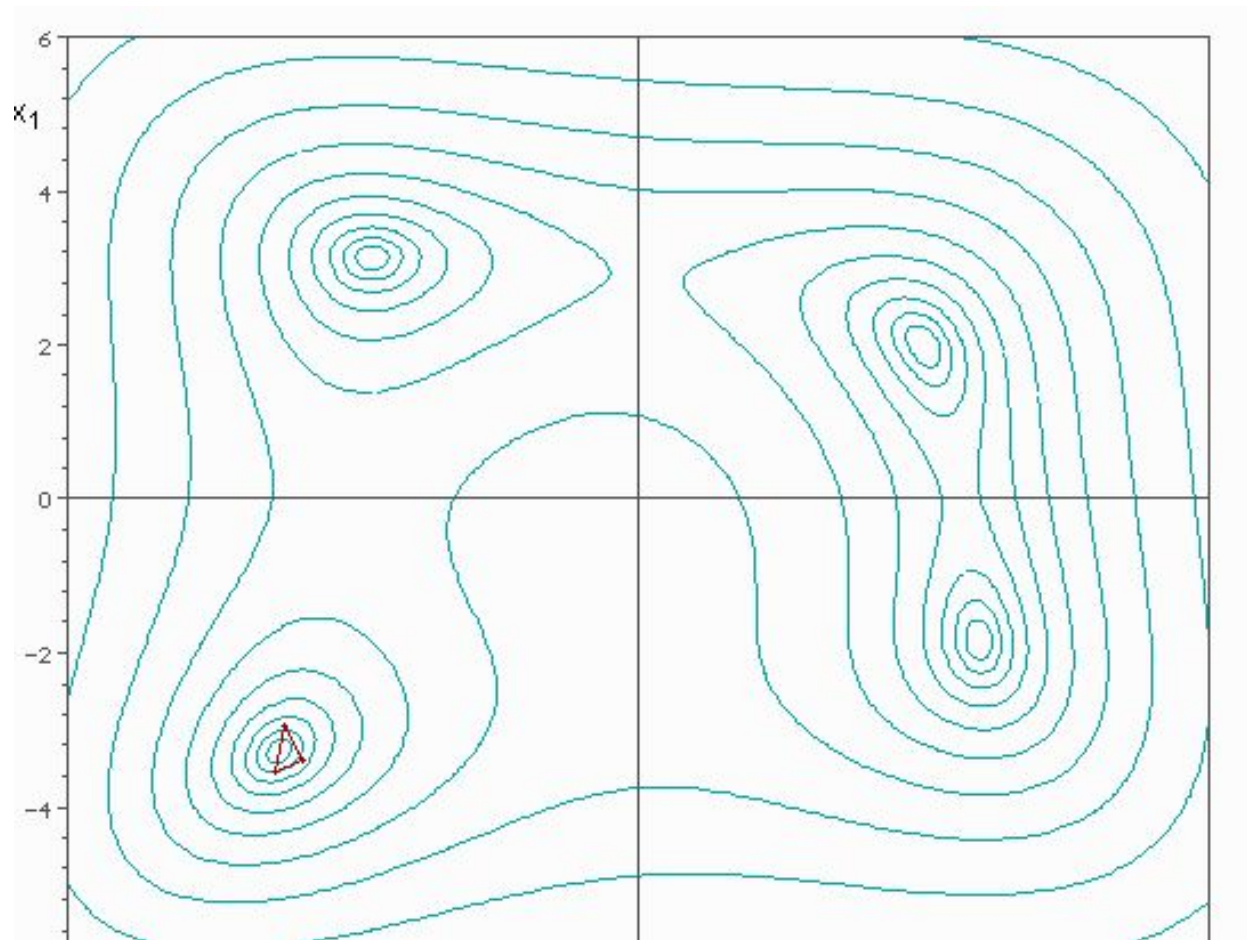
Метод Нелдера - Мида, также известный как метод деформируемого многогранника и симплекс-метод, метод безусловной оптимизации функции от нескольких переменных, неиспользующий производной (точнее градиентов) функции, а поэтому легко применим к негладким и/или зашумлённым функциям.

Суть метода заключается в последовательном перемещении и деформировании симплекса вокруг точки экстремума.

Метод находит локальный экстремум и может «застрять» в одном из них. Если всё же требуется найти глобальный экстремум, можно пробовать выбирать другой начальный симплекс.

Nelder-Mead Simplex search over Himmelblau function





Эволюционные алгоритмы

Эволюционные алгоритмы - направление в искусственном интеллекте (раздел эволюционного моделирования), которое использует и моделирует процессы естественного отбора. Генетические и эволюционные алгоритмы оптимизации являются алгоритмами случайно-направленного поиска и применяются в основном там, где сложно или невозможно сформулировать задачу в виде, пригодном для более быстрых алгоритмов локальной оптимизации, либо если стоит задача оптимизации недифференцируемой функции или задача многоэкстремальной глобальной оптимизации.

Цель исследования

Выяснить, для каких функций люди пользуются методом Нелдера - Мида и на тех функциях, которые демонстрируют преимущество этого метода - как на них работает генетический алгоритм ?