Методические аспекты использования координатно – векторного метода при решении стереометрических задач

1. **Нахождение координат вектора.**
2. **Нахождение расстояния между двумя точками, заданными своими координатами.**
3. **Нахождение координат точки, делящей отрезок в заданном отношении.**
4. **Нахождение уравнения плоскости.**

5. Нахождение угла между прямыми

Найти косинус угла между векторами, а, следовательно, и сам угол можно с помощью следующей формулы:

Пусть $\bar{a}\{x_1;y_1;z_1\},\bar{b}\{x_2;y_2;z_2\}$ **,тогда из формулы скалярного произведения имеем:**

$$\cos\alpha = \frac{\left|x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2\right|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Так как нас интересует острый угол между векторами, то скалярное произведение берём по абсолютной величине.

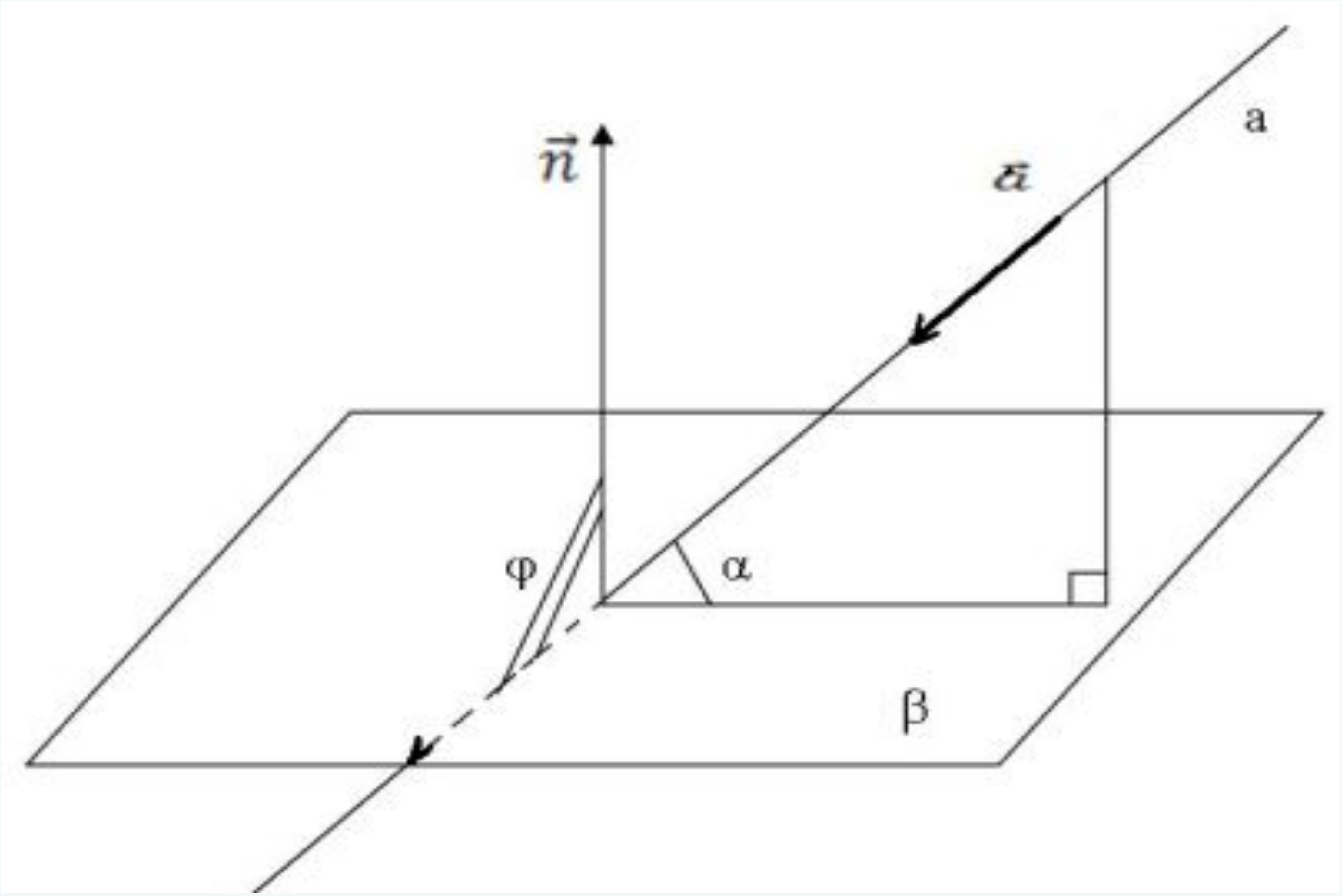
Чтобы найти угол между прямыми можно выполнить следующие действия:

1. Ввести прямоугольную систему координат.
2. Определить координаты двух точек прямой a и найти координаты её направляющего вектора.
3. Определить координаты двух точек прямой b и найти координаты её направляющего вектора.
4. Вычислить косинус угла α , воспользовавшись формулой:
5. Искомый угол α равен arccos α.

$$\cos\alpha = \frac{|\vec{a}\cdot\vec{b}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$$

Угол между прямой и плоскостью

$$\sin\propto\, = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) = |\cos\varphi|, \text{ то } \sin\propto\, = |\cos\varphi| = \frac{|\vec{a}\cdot\vec{n}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{n}|}.$$



Чтобы найти угол между прямой и плоскостью можно выполнить следующие действия:

1. Ввести прямоугольную систему координат.
2. Найти координаты двух точек прямой *a* и направляющего вектора прямой *a*.
3. Найти координаты трех точек плоскости β не лежащих на одной прямой и определить координаты ее нормального вектора .
4. Найти синус угла , воспользовавшись формулой

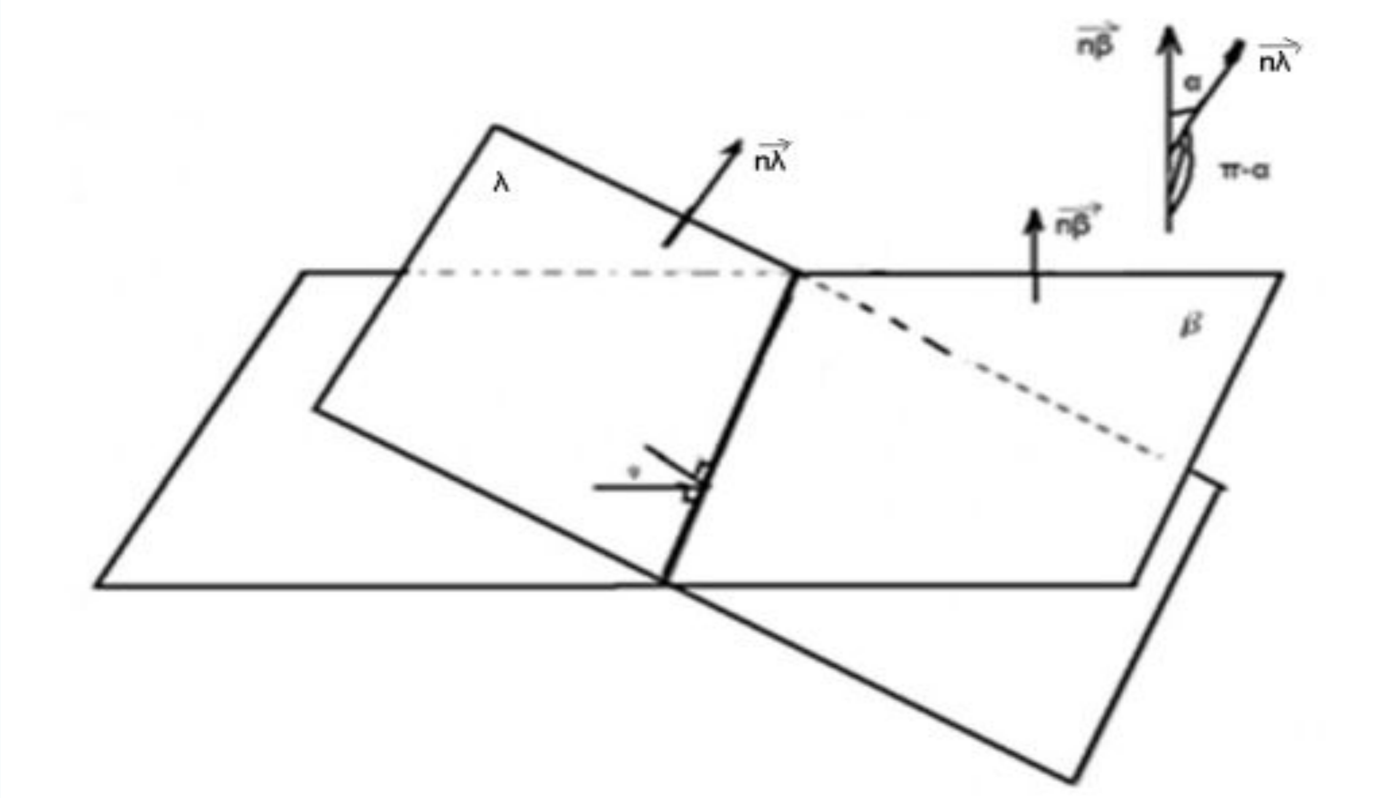
$$\sin\propto = \frac{|\vec{a}\cdot\vec{n}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{n}|}$$

Искомый угол между прямой и плоскостью равен:

$$\propto = \arcsin\frac{|\vec{a}\cdot\vec{n}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{n}|}.$$

Угол между плоскостями

$$\cos\varphi = |\cos\propto| = \frac{|\overrightarrow{n_\lambda}\cdot\overrightarrow{n_\beta}|}{|\overrightarrow{n_\lambda}|\cdot|\overrightarrow{n_\beta}|}.$$



Чтобы найти угол между плоскостями λ и β можно выполнить следующие действия:

1. Ввести прямоугольную систему координат.
2. Найти координаты трех точек, не лежащих на одной прямой, и принадлежащих плоскости λ. Найти координаты её нормального вектора {A; B; C}.
3. Найти координаты трех точек, не лежащих на одной прямой и принадлежащих плоскости β. Найти координаты её нормального вектора {A; B; C}.
4. Вычислить косинус угла между плоскостями λ и β, воспользовавшись формулой

$$\varphi = \arccos \frac{|\overrightarrow{n_\lambda} \cdot \overrightarrow{n_\beta}|}{|\overrightarrow{n_\lambda}| \cdot |\overrightarrow{n_\beta}|}.$$

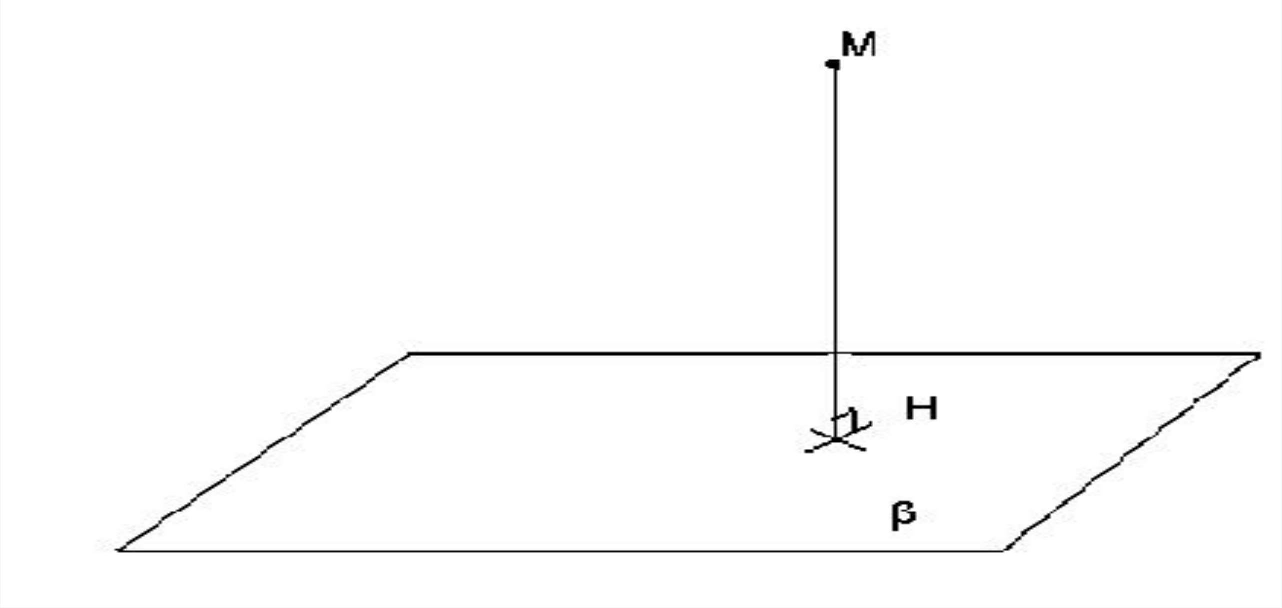
Искомый угол между плоскостями равен $\varphi = \arccos \frac{|\overrightarrow{n_\lambda} \cdot \overrightarrow{n_\beta}|}{|\overrightarrow{n_\lambda}| \cdot |\overrightarrow{n_\beta}|}.$

Расстояние от точки до плоскости

Пусть M (x_0, y_0, z_0), плоскость β определяется уравнением

Ax + By + Cz + D = 0

$$\rho(\mathrm{M}, \beta) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$



Чтобы найти расстояние от точки до плоскости можно выполнить следующие действия:

1. Ввести прямоугольную систему координат.
2. Найти координаты точки M (x_0, y_0, z_0).
3. Найти координаты трех точек, не лежащих на одной прямой, плоскости β и найти уравнение плоскости β.
4. Вычислить расстояние от точки M до плоскости β, воспользовавшись формулой

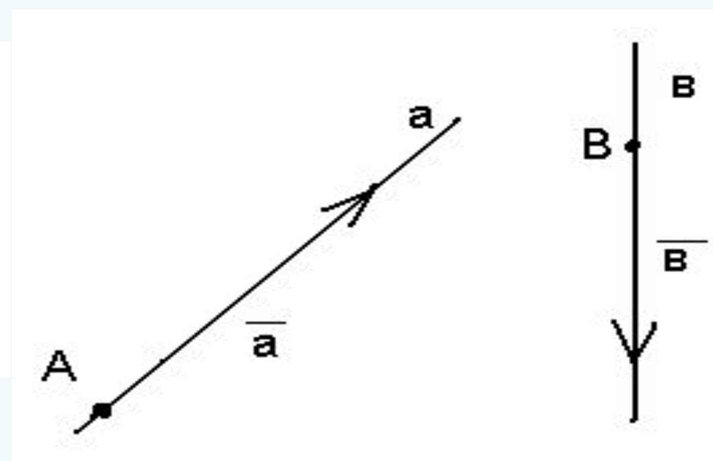
$$\rho(\mathrm{M}, \beta) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Расстояние между двумя прямыми

Пусть в пространстве даны две прямые *a* и *b*. Вектор $\{l_{1,}\ m_1, n_1\}$ с началом в точке А(x_1, y_1, z_1) направляющий вектор прямой *a*,

вектор $\{l_{2,}\ m_2, n_2\}$ с началом в точке В(x_2, y_2, z_2) направляющий вектор прямой *b*, тогда расстояние между прямыми *a* и *b* вычисляется по формуле:

$$\rho(a; b) = \frac{mod\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix}}{\sqrt{\begin{vmatrix} l_1 & m_1 \\ l_2 & m_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} m_1 & n_1 \\ m_2 & n_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} l_1 & n_1 \\ l_2 & n_2 \end{vmatrix}^2}}$$



Чтобы найти расстояние между прямыми *a* и *b* можно выполнить следующие действия:

1. Ввести прямоугольную систему координат.
2. Найти координаты направляющего вектора $\{l_1, m_1, n_1\}$ прямой *a*, зафиксировать координаты начала вектора $A(x_1, y_1, z_1)$.
3. Найти координаты направляющего вектора $\{l_2, m_2, n_2\}$ прямой *b*, зафиксировать координаты начала вектора $B(x_2, y_2, z_2)$.
4. Найти расстояние между прямыми *a* и *b*, используя формулу:

$$\rho(a; b) = \frac{mod\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix}}{\sqrt{\begin{vmatrix} l_1 & m_1 \\ l_2 & m_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} m_1 & n_1 \\ m_2 & n_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} l_1 & n_1 \\ l_2 & n_2 \end{vmatrix}^2}}$$