

Производная функции

Проблемный вопрос

- Можно ли находить производные, не используя определение?
 - Существуют ли более удобные способы?
-

Цели и задачи

Научиться находить производные элементарных функций, при этом:

повторить

- ✓ определения приращения функции и приращения аргумента;
 - ✓ определение производной функции в точке x_0 ;
 - ✓ алгоритм нахождения производной.
-

Приращение функции и аргумента

$\Delta x = x - x_0$ – приращение аргумента

$$\Delta f(x) = f(x) - f(x_0)$$

$$\Delta f(x) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

приращение
функции

Найдите Δf , если $f(x) = x^2$, $x_0 = 1$, $\Delta x = 0,5$

Решение: $f(x_0) = f(1) = 1^2 = 1$,

$f(x_0 + \Delta x) = f(1 + 0,5) = f(1,5) = 1,5^2 = 2,25$,

$\Delta f = 2,25 - 1 = 1,25$.

Ответ: $\Delta f = 1,25$

изменение

Определение производной

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} \rightarrow f'(x_0),$$

$f'(x_0)$ –

Алгоритм:

число

1) $\Delta x, x_0;$

2) $\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0);$

3) $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ при $\Delta x \rightarrow 0.$

$$y = kx + e$$

$$y(x_0) = kx_0 + e,$$

$$y(x_0 + \Delta x) = k \cdot (x_0 + \Delta x) + e = kx_0 + k\Delta x + e,$$

$$\Delta y = y(x_0 + \Delta x) - y(x_0) = kx_0 + k\Delta x + e - kx_0 - e = k\Delta x,$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{k\Delta x}{\Delta x} = k.$$

Ответ:

$$(kx + e)' = k$$

$y = x^2$

$$y(x_0) = x_0^2,$$

$$y(x_0 + \Delta x) = (x_0 + \Delta x)^2 = x_0^2 + 2x_0\Delta x + (\Delta x)^2,$$

$$\Delta y = y(x_0 + \Delta x) - y(x_0) = x_0^2 + 2x_0\Delta x + (\Delta x)^2 - x_0^2 = 2x_0\Delta x + (\Delta x)^2 = \Delta x(2x_0 + \Delta x),$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta x(2x_0 + \Delta x)}{\Delta x} = 2x_0 + \Delta x \rightarrow 2x_0$$

Ответ: $(x^2)' = 2x$

при $\Delta x \rightarrow 0$

$$y = x^3$$

$$y(x_0) = x_0^3$$

$$y(x_0 + \Delta x) =$$

$$= x_0^3 + 3x_0^2 \Delta x + 3x_0 (\Delta x)^2 + (\Delta x)^3$$

$$\Delta y = y(x_0 + \Delta x) - y(x_0) =$$

$$= \Delta x(3x_0^2 + 3x_0 \Delta x + (\Delta x)^2)$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \rightarrow$$

$$3x_0^2$$

$$(x^3)' = 3x^2$$

ВЫВОД

Нужны формулы:

- ◆ быстро,
- ◆ удобно.

$$(x^2)' = 2x$$

$$(x^3)' = 3x^2$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$C' = 0$$

$$(kx + b)' = k$$

Найди производную!

1. $(x^7)'$
 2. $(5x^3)'$
 3. $(-7x^9)'$
 4. $(0,5x^{-3})'$
 5. $(9x + 16)'$
 6. $(7 - 4x)'$
 7. $\left(\frac{1}{x}\right)'$
 8. $(\sqrt{x})'$
-

Проверь себя!

1. $7x^6$

2. $15x^2$

3. $-63x^8$

4. $-1,5x^{-4}$

5. 9

6. -4

7. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

8. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Используемая литература

1. Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений/ А.Н.Колмогоров А.Н. и др.; Под ред. А.Н.Колмогорова. – 11-е изд. – М.: Просвещение, 2015. – 384 с.
-