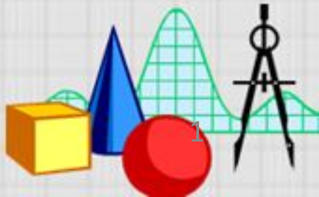
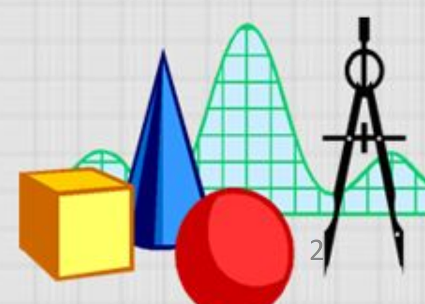
Урок алгебры в 8 классе.

Решение двойных неравенств, решение неравенств с одной переменной.



Тема урока

Решение неравенств с одной переменной.



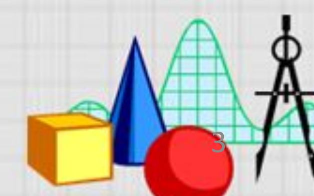
Теоретическая разминка

Неравенством называется - **запись, в которой два числа или два выражения, содержащие переменные, соединены знаком >, < , ≥ или ≤.**

***Линейными неравенствами* с одной переменной называют неравенства вида $ax > b$ или $ax < b$, где a и b – некоторые числа.**

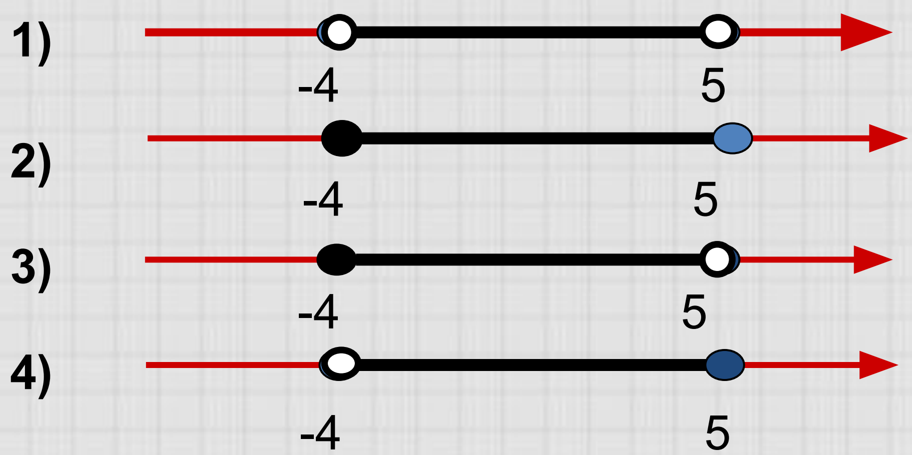
***Решением неравенства* с одной переменной называется значение переменной, которое обращает его в *верное* числовое неравенство.**

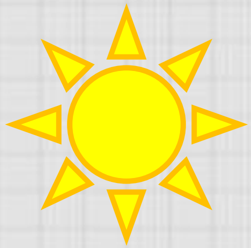
***Решить неравенство* – значит найти все его решения или доказать, что их нет.**



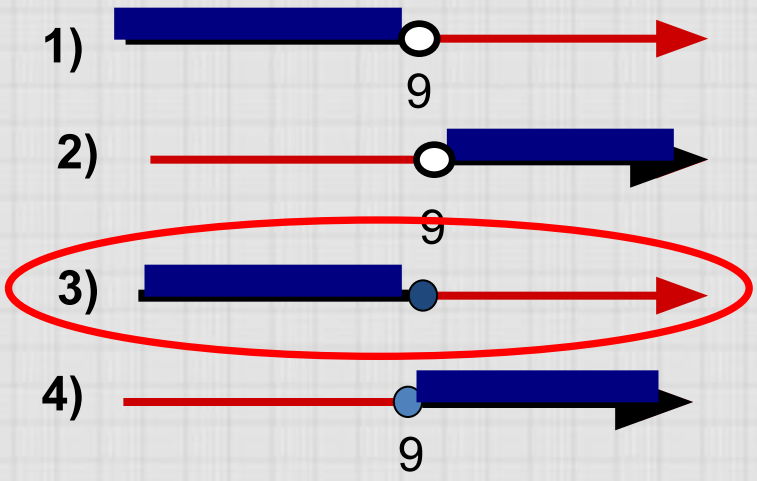
Множество чисел, удовлетворяющих неравенству

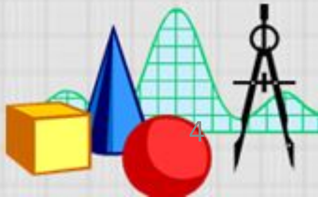
$-4 < x \le 5$ изображено на рисунке…



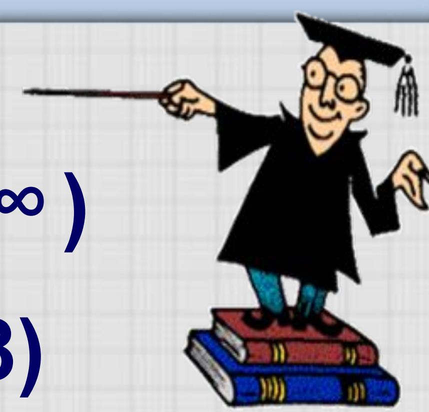


Числовой промежуток (-∞ ; 9] изображен на рисунке





Установите соответствие между неравенством и числовым промежутком



1. $X \geq 12$
2. $3 < X \leq 18$
3. $X > 12$
4. $-4 \leq X < 0$
5. $3 < X < 18$
6. $-4 \leq X \leq 0$

а. $(12;+\infty)$

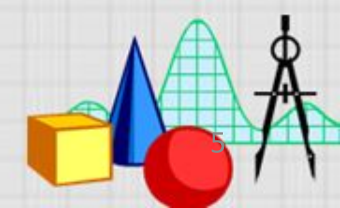
б. $(3; 18)$

в. $[12; +\infty)$

г. $(3; 18]$

д. $[4; 12]$

е. $[-4; 0)$



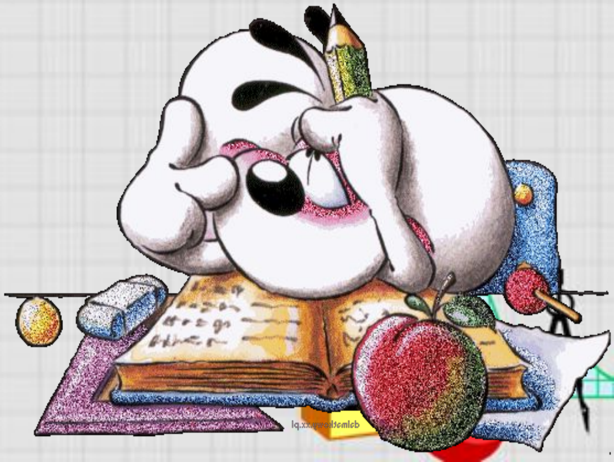
На координатной прямой отмечены числа a и b. Какое из приведенных утверждений неверно?

1) $ab < 0$

2) $a - b > 0$

3) $a + b < 0$

4) $a^2 b > 0$



Решите неравенство

$$6x + 2 \le 3x - 7$$

Перенесем в левую часть слагаемые с переменной, а в правую - без переменной

$$6x - 3x \le -7 - 2$$

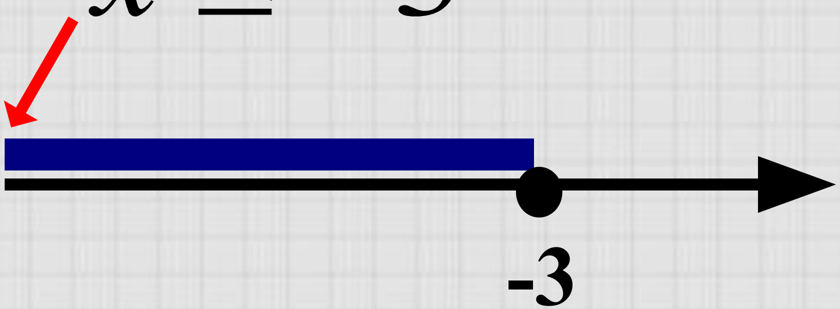
Приведём подобные слагаемые

$$3x \le -9$$

Разделим обе части неравенства на <u>положительное</u> число 3, <u>сохраняя</u> при этом знак неравенства:

$$x \le -3$$

Изобразим множество решений на координатной прямой



Ответ: $(-\infty; -3]$

Решите неравенство

Самостоятельно с самопроверкой

$$(2x+1)(3x-2) < x(6x+3)$$

$$6x^2 - x - 2 < 6x^2 + 3x$$

$$6x^2 - x - 6x^2 - 3x < 2$$

$$-4x < 2 \qquad |\ 2 : \underline{-4}$$

$$x > -0{,}5$$

При делении
на <u>отрицательное</u> число
не забудь поменять знак неравенства
на противоположный.

-0,5

Ответ: $(-0{,}5;+\infty)$

Внимание ошибки!

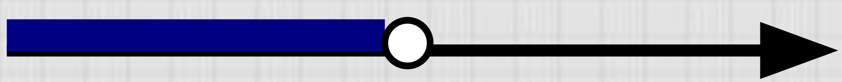
$$3x - 3 < 5x + 4$$

$$3x - 5x < 3 + 4$$

$$-2x < 7$$

$$x < -3{,}5$$

$$x > -3{,}5$$



-3,5

Ответ: $(-\infty; -3{,}5]$ $(-3{,}5; +\infty)$

Решите неравенство

(взаимопроверка)

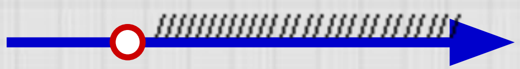
$$(6x + 1)^2 - 21 < (4x + 2)(9x - 1)$$

$$36x^2 + 12x + 1 - 21 < 36x^2 + 18x - 4x - 2$$

$$12x - 14x < 20 - 2$$

$$-2x < 18$$

$$x > -9.$$



Ответ: $(-9; +\infty)$.

Решите неравенство

$$\frac{x}{3} - \frac{x}{2} > 2$$

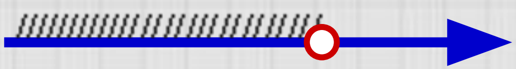
Умножим обе части неравенства на наименьший общий знаменатель дробей, входящих в неравенство, т. е. на положительное число 6

$$\frac{x}{3} \cdot 6 - \frac{x}{2} \cdot 6 > 2 \cdot 6$$

$$2x - 3x > 12$$

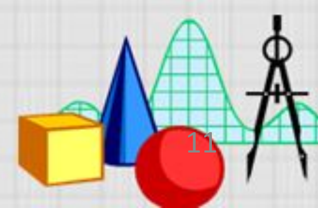
$$-x > 12$$

$$x < -12$$



- 12

Ответ: $(-\infty; -12)$



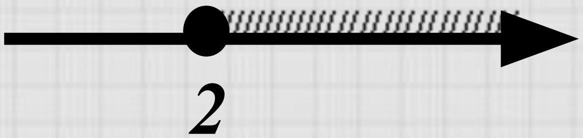
При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

$$\sqrt{5x-10}$$

$5x - 10 \geq 0$

$5x \geq 10$

$x \geq 2$



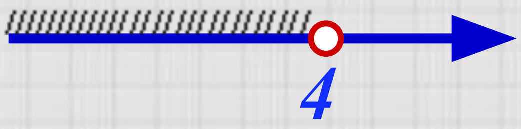
Ответ: $[2;+\infty)$

$$\frac{7}{\sqrt{28-7a}}$$

$28 - 7a > 0$

$-7a > -28$

$a < 4$



Ответ: $(-\infty;4)$

Решите двойное неравенство

$$-12 < 5 - x < 17$$

$$-5 - 12 < -x < 17 - 5$$

$$-17 < -x < 12 \qquad : (-1)$$

$$-12 < x < 17$$

-12 17

Ответ:(-12 ; 17)

Решите двойное неравенство

$$8 \le 3x - 7 < 14$$

$$8 + 7 \le 3x < 14 + 7$$

$$15 \le 3x < 21 \qquad |:3$$

$$5 \le x < 7$$

Ответ: $[5;7)$

Решение неравенств $ax > b$ или $ax < b$ при $a = 0$.

Линейное неравенство вида $0 \cdot x < b$ или $0 \cdot x > b$,
а значит и соответствующее ему исходное неравенство,
либо не имеет решений,
либо его решением является любое число.

Пример 1. $0 \cdot x < 48$

Ответ: x – любое число

Пример 2. $0 \cdot x < -7$

Ответ: нет решений.

Распределите неравенства в два столбика, в зависимости от ответа:

1) $0 \cdot x < 7$ 2) $0 \cdot x < -7$ 3) $0 \cdot x \geq 6$ 4) $0 \cdot x > -5$

5) $0 \cdot x \leq 0$ 6) $0 \cdot x > 0$

НЕ имеет решений	***х - любое число***

Тестирование.(Ответ да - 1, нет- 0)

1) Является ли число 12 решением неравенства $2x > 10$?

2) Верно ли утверждение: *если $x > 2$ и $y > 14$, то $x + y < 16$?*

3) Является ли неравенство $5x-15 > 4x+14$ строгим?

4) Решением неравенства $5x - 1 < 4$ является $(1; +\infty)$?

5) При любом ли значении переменной a верно неравенство $a^2 + 4 > 0$?

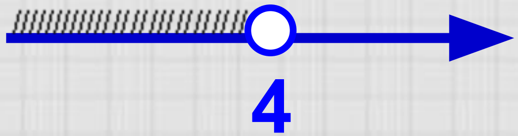
6) Верно ли, что при умножении или делении обеих частей неравенства на отрицательное число знак неравенства не меняется?

ПРОВЕРИМ!
101010

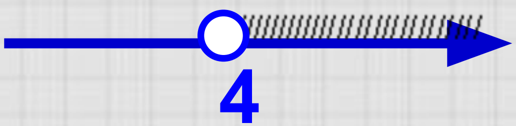
№1. Решите неравенство $2x - 5 < 9 - 6(x - 3)$ и определите, на каком рисунке изображено множество его решений.

А.

В.



Б.

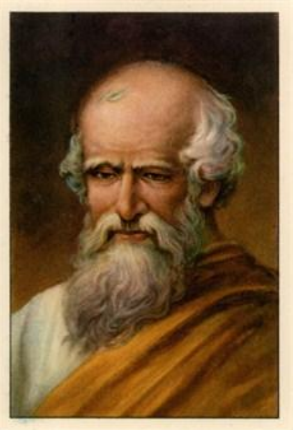


Г.

№ 2. При каких значениях переменной имеет смысл выражение: $\sqrt{2x+3}$

№ 3. Решите неравенство $\frac{x-2}{2} + \frac{7x+1}{4} \le \frac{x+11}{3}$

Историческая справка



Понятиями неравенства пользовались уже древние греки. Например, *Архимед* (III в. до н. э.), занимаясь вычислением длины окружности, указал границы числа «пи».

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$$

Ряд неравенств приводит в своём трактате «Начала» *Евклид*.

Современные знаки неравенств < > появились лишь в 17-18 вв. Их ввел английский математик *Томас Гарриот*.

Символы ≤ и ≥ были введены в 1734 году французским математиком *Пьером Буге́ром*.