



Казанский федеральный
УНИВЕРСИТЕТ

**ЕГЭ
информатик
а**

СИСТЕМА СЧЕТА

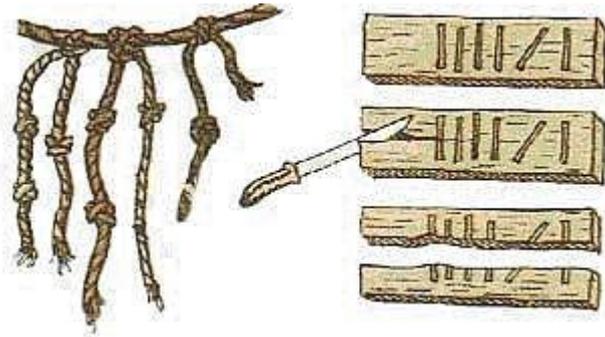
Хадиев Р.М.

История письма

- Узелковая письменность: 150 веков; “язу/вязь”, “text”, “сөләү(сүзләү: слово “сүз” обозначает “слово” и “прясть шерсти” – смысловая единица в разговоре и вязанье)/слово/say”, “жәп-так сан”, “йомгаклау/закругляться”, “келәм-калям-кәлимә”; в сказках встречается.
- Письмо на коже/камне: 80 веков; пирамида, “пергамент”, “дәф+тәр-лист+кожа”
- Бумага : 40 веков; “папирус” , “туз-береста”, “дәф+тәр-лист+кожа”, “тетрадь-четыреугольник”
- Электронная запись: 1 веков, “диск-флешка”

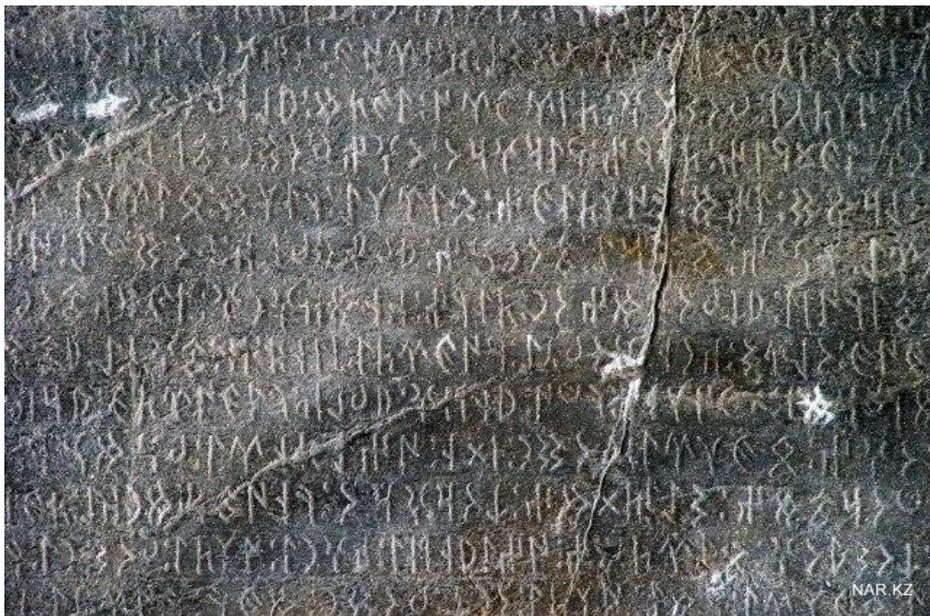
История цифр

1-й факт. Счет узелками и черточками
Здесь в татарском языке «жеп сан/так сан»(узелковые, ниточные числа) – четные и нечетные числа.



2-й факт. Имена цифр.

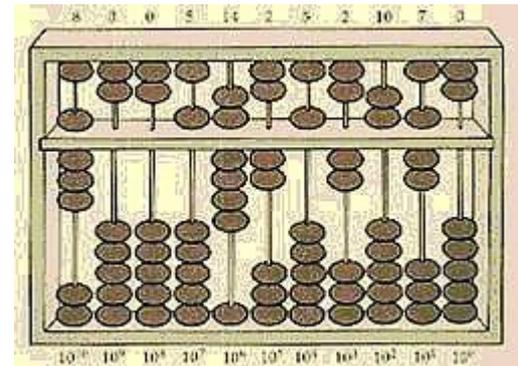
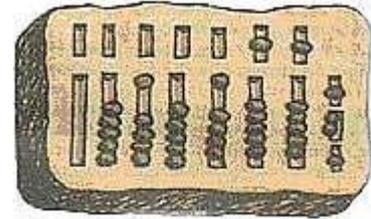
- “Цифр-сифр-шифр” обозначает тайну для араба. Т.е. заимствованные.
- Современные цифр есть в руническом алфавите (“рун” в немецком языке – “тайнопись”). Руническая письменность использовалась тюрками



- Раньше символы алфавита обозначали 2 смысла: букву (звук) и число (количество) – (I – 1/”и”, X – 10/”икс”...).
- В татарском языке до XIX века “сифр” назывался “тәс-цвет”.
- Америка индейцы и турки числа 1 одинаково произносят “бер”, 2 – “ике”, 3 – “өч”, 5 – “биш”

3-й факт. Использование 5-чной системы

- В древнем Риме использовалась 5-чная система на абаке (calculi abakuli).
- В Золотой орде использовалась 5-чная система.
- Американские индейцы.
- На Китайском устройстве счета VI века «суаньпань» 5-чная система.
- В русских сказках – «Когда царь спросил Иванушку, что он хочет в промен за коней, тот сходу запросил "два- пять шапок серебра"»



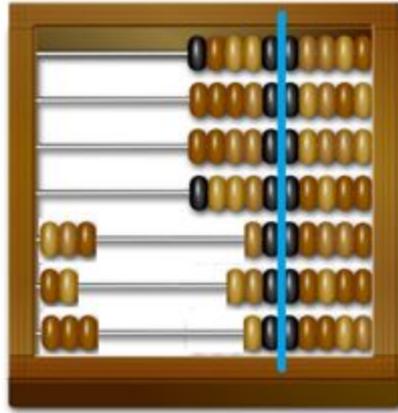
Системы счета использованные человечеством

- 5 – Римская империя, Золотая орда, американские индейцы.
- 10 – Россия/Татария (с 16 века), СССР (Ленин-23.9.1918), Франция (Напалеон – 1792), Германия (Бисмарк – 1871), Англия (1973)
- 12 – Германия, Англия, Нидерланды, Швеция
- 16 – Португалия, Испания, Франция, Италия
- 60 – шумеры
- 80(81) -евреи

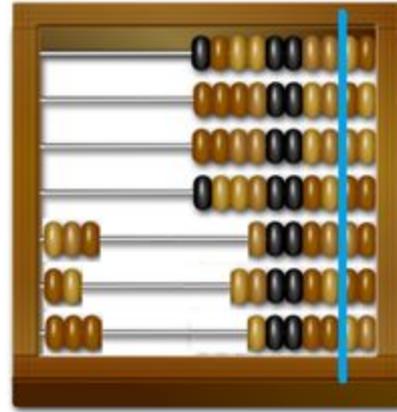
Счет в различных системах на счетах



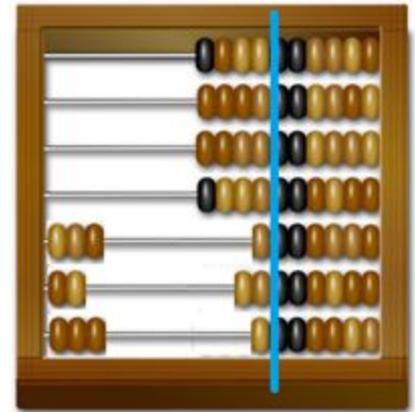
323_{10}



$323_5 = 88_{10}$



$323_8 = 211_{10}$



$323_4 = 59_{10}$

5-й счет на пальцах



• 1

• 3

• 5

• 10

• 13



1 ⇒



2 ⇒



3 ⇒



4 ⇒



5 ⇒



6 ⇒



7 ⇒



8 ⇒



9 ⇒



10 ⇒



11 ⇒



12 ⇒



13 ⇒



14 ⇒



15 ⇒



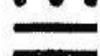
16 ⇒



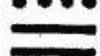
17 ⇒



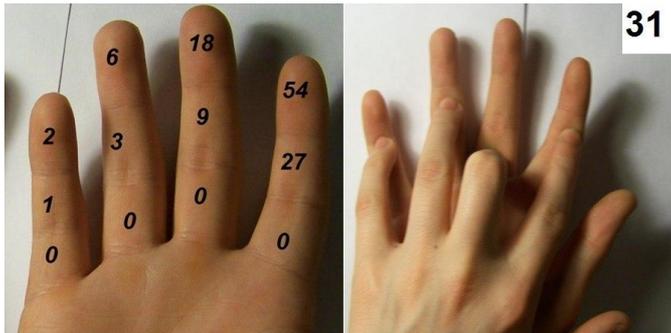
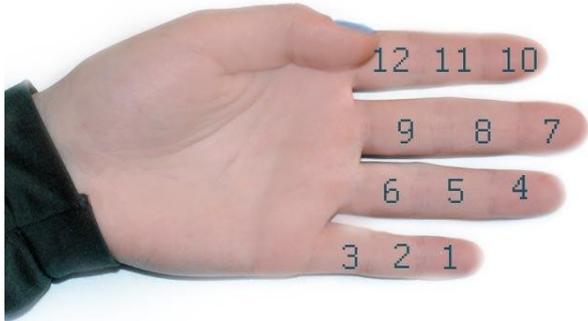
18 ⇒



19 ⇒



Счет на пальцах



- 12лектә санау
- 60лықта 57 саны
(бөгелгән 4 бармак – 48
+ 9нчы буын=57)
- 80лектә 31 саны
(1+3+0+27=31)

Арабы

1-١	6-٦
2-٢	7-٧
3-٣	8-٨
4-٤	9-٩
5-٥	0-٠

Римская

1	I	лат. <i>unus</i>
5	V	лат. <i>quinque</i>
10	X	лат. <i>decem</i>
50	L	лат. <i>quingenta</i>
100	C	лат. <i>centum</i>
500	D	лат. <i>quingenti</i>
1000	M	лат. <i>mille</i>

Китайские цифры

Цифры	Цифры-иероглифы	Произношение	Цифры на гадальных костях XIV - XII вв. до н.э.	Цифры на бронзовых утвари и монетах X - III вв. до н.э.	Цифры-палочки				
					II в. до н.э. - III в. н.э.		VIII в. н.э.		
					Единицы	Десятки	Единицы	Десятки	
1	一	и	—	—	—	—	—	—	—
2	二	эр	==	==	==	==	==	==	==
3	三	сань	≡	≡	≡	≡	≡	≡	≡
4	四	сы	≡	≡	≡	≡	≡ ×	≡ ×	≡ ×
5	五	у	⊗	⊗		≡	⊖	≡ ⊖	⊖
6	六	лю	^ ^	^ ^	┌	└	┌	└	└
7	七	ци	+	+	┌	└	┌	└	└
8	八	ба) () (┌	└	┌	└	└
9	九	цзю	彡	彡	┌	└	┌	└	└
10	十	ши		⊙					
100	百	бай	⊗	⊗					
1000	千	тянь	彡						
10000	萬	вань							
0	零	лин							○

Различные системы

10	5	2	3	4	8	12	16
0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	10	2	3	2	2	2
3	3	11	10	4	3	3	3
4	4	100	11	10	4	4	4
5	10	101	12	11	5	5	5
6	11	110	20	12	6	6	6
7	12	111	21	13	7	7	7
8	13	1000	22	20	10	8	8
9	14	1001	100	21	11	9	9
10	20	1010	101	22	12	A	A
11	21	1011	102	23	13	B	B
12	22	1100	110	30	14	10	C
13	21	1101	112	31	15	11	D
14	22	1110	120	32	16	12	E

10	8	12	16
15	17	13	F
16	20	14	10
17	21	15	11
18	22	16	12
19	23	17	13
20	24	18	14
21	25	19	15
22	26	1A	16
23	27	1B	17
24	30	20	18
25	31	21	19
26	32	22	1A
27	33	23	1B
28	34	24	1C
29	35	25	1D
30	36	26	1E

10 -> 10

$$1234_{10} = 1234_{10}$$

1234	123	12	1	0
4	3	2	1	

10 -> 5

$$1234_{10} = 14414_5$$

делимое	1234	246	49	9	1	0
е						
остаток	4	1	4	4	1	

10->3

$$1234_{10} = 1200201_3$$

делимое	1234	411	137	45	15	5	1	0
остаток	1	0	2	0	0	2	1	

10->2

$$1234_{10} = 10011010010_2$$

делимое	1234	617	308	154	77	38	19	9	4	2	1	0
остаток	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	

10->12

$$1234_{10} = 86A_{12}$$

частное	1234	102	8	0
остаток	10-A	6	8	

10->16

$$1234_{10} = 4D2_{16}$$

частное	1234	77	4	0
калдык	1	13-D	4	

P->10

0 C₁C₂C₃...C_k

$p=S_k$
0 C₁ C₂ C₃ ... C_k =S_k

	$S_1=S_0$	$S_2=S_1$	$S_3=S_2$		$S_k=S_{k-1}$	
	$*P+C$	$*P+C$	$*P+C$		$*P+C$	
$S_0=0$	1	2	3		C_k	

10->10

1234₁₀=1234₁₀

0 1 2 3 4 =1234

			12	12	
0	1	12	3	34	

5->10

$$14414_5 = 1234_{10}$$

0 1 4 4 1 4 = 1234

				24	12
0	1	9	49	6	34

2->10

$$10011010010_2 = 1234_{10}$$

0 1 0 0 1 1 0 1 0 0 1 0 = 1234

								15	30	61	12
0	1	2	4	9	19	38	77	4	8	7	34

12->10

$$86A_{12} = 1234_{10}$$

0 8 6 A=1234

			12
0	8	102	34

$$BABA_{12} = 20590_1$$

⁰
B A B A=20590

			20
		171	59
11	142	5	0

16->10

$$4D2_{16} = 1234_{10}$$

0 4 D 2=1234

			123
0	4	77	4

$$ABBA_{16} = 43962_1$$

⁰
A B B A=43962

			43
		274	96
10	171	7	2

Дробные числа 10 -> P

$$0.1_{10} = 0.1_{10} \quad 0.1_{10} = 0.0001100\dots_2 = 0.0(0011)_2$$

0	1
1	0
0	0

0	1
0	2
0	4
0	8
1	6
1	2
0	4
0	8

$$0.1_{10} = 0.(0022)_3$$

0	1
0	3
0	9
2	7
2	1
0	3

$$0.1_{10} = 0.0(2)_5$$

0	1
0	5
2	5

$$0.1_{10} = 0.1(9)_{16}$$

0	1
1	6
9	6

$$0.1_{10} = 0.1(2497)_{12}$$

0	1
1	2
2	4
4	8
9	6
7	2

Операции

$$\begin{array}{r} 2011_3 = 58_{10} \\ + \\ \underline{1021_3} = \underline{34}_{10} \\ 1'01'02_3 = 92_{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2'0'11_3 = 58_{10} \\ - \\ \underline{1021_3} = \underline{34}_{10} \\ 220_3 = 24_{10} \end{array}$$

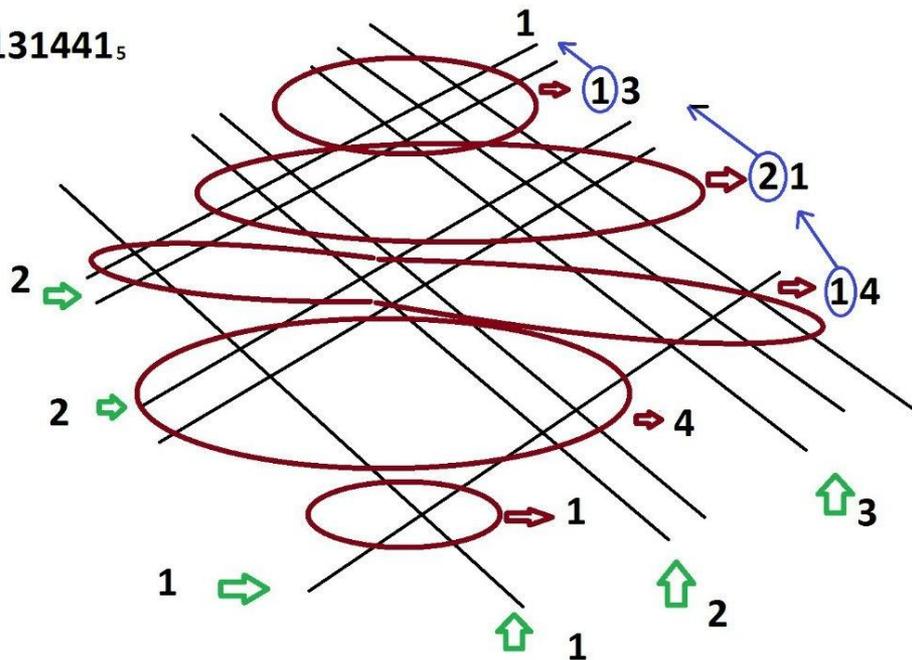
$$\begin{array}{r} *211_3 = 22_{10} \\ \underline{102_3} = \underline{11}_{10} \\ 1122 \quad 242_{10} \\ \underline{211} \\ 22222_3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{211_3} \mid \underline{102_3} = 22_{10} \\ \underline{211} \mid 2_3 \quad 22_{10} \mid \underline{11}_{10} \\ 0 \quad \underline{22_{10}} \mid 2 \\ 0 \end{array}$$

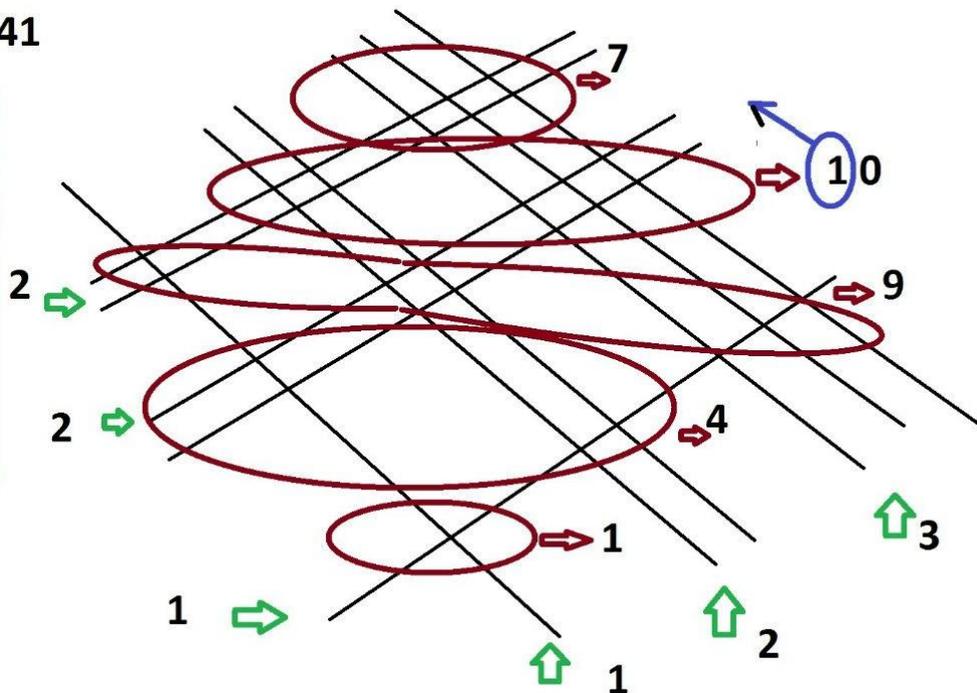
Умножение без таблицы умножения

$$221_5 * 321_5 = 131441_5$$

$$\begin{array}{r} 221 \\ \times 321 \\ \hline 221 \\ 442 \\ 1213 \\ \hline 131441 \end{array}$$



$$221 * 321 = 70941$$



Раньше на песке при умножении считали. Поэтому по-арэбски современные цифры называются «губар (пыль)»

2-4-8-16 – СИСТЕМЫ СЧЕТА

10	2	4	8	16
0	00000	00	0	0
1	00001	01	1	1
2	00010	02	2	2
3	00011	03	3	3
4	00100	10	4	4
5	00101	11	5	5
6	00110	12	6	6
7	00111	13	7	7
8	01000	20	10	8
9	01001	21	11	9
10	01010	22	12	A
11	01011	23	13	B
12	01100	30	14	C
13	01101	31	15	D
14	01110	32	16	E
15	01111	33	17	F
16	10000	100	20	10
17	10001	101	21	11
18	10010	102	22	12

В 2-4-8-16 системах перевод

$$2321_4 = B9_{16}$$

1-й вариант через 10-
чную

$$2321_4 = 185_{10} = B9_{16}$$

2-й вариант

$$\underline{23} \underline{21}_4 = B9_{16}$$

3-й вариант через 2-чную

$$2321_4 = 10 \ 11 \ 10 \ 01_2 =$$

$$1011 \ 1001_2 = B9_{16}$$

$$321_8 = 177_{16}$$

1-й вариант через
10-чную

$$321_8 = 79_{10} = 177_{16}$$

2-й вариант через 2-
чную

$$321_4 = 011 \ 010 \ 001_2 =$$

$$1101 \ 0001_2 = B1_{16}$$

3-9 – СИСТЕМЫ СЧЕТА

10	3	9
0	000	00
1	001	01
2	002	02
3	010	03
4	011	04
5	012	05
6	020	06
7	021	07
8	022	08
9	100	10
10	101	11
11	102	12
12	110	13
13	111	14
14	112	15
15	120	16
16	121	17
17	122	18
18	200	20

В 3-9 системах перевод

$$2021_3 = 67_9$$

1-й вариант через
10-чную

$$2021_3 = 61_{10} = 67_9$$

2-й вариант через
3-9

$$\underline{20} \underline{21}_3 = 67_9$$

$$123_9 = 10210_3$$

1-й вариант через 10-
чную

$$123_9 = 103_{10} = 10210_3$$

2-й вариант через 3-9

$$123_9 = \underline{01} \underline{02} \underline{10}_3 = 10210_3$$

№1

Сколько существует натуральных чисел x , для которых выполняется неравенство $10011011_2 < x < 10011111_2$?

В ответе укажите только количество чисел, сами числа писать не нужно.

Решение :

$$10011011_2 = 155_{10} < x < 10011111_2 = 159_{10}$$

$$159 - 155 - 1 = 3 \text{ (156, 157, 158)}$$

Ответ : 3

$$2 \text{ вариант. } 10011111_2 - 10011011_2 - 1_2 = 11_2 = 3_{10}$$

№1.2

В какой наибольшей системе счисления число 425 будет трех разрядным и оканчиваться на цифру 5?

В ответе укажите число.

Решение :

$425_{10} = AB5_x$ (A, B – цифры старших разрядов)

$x > 5$

Если число уменьшим на 5, они останутся трех разрядными.

$420_{10} = AB0_x = A \cdot x^2 + B \cdot x$

420 делится X.

$1000x > 420_{10} \geq 100x$

$21 > x > 6$. в этом интервале делители 420 : 7, 10, 12, 14, 15, 20.
самый большой $x=20$

Ответ : 20

№5

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв К, Л, М, Н, П, Р, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв К, Л, М, Н использовали соответственно кодовые слова 000, 001, 010, 11. Для двух оставшихся букв – П и Р – длины кодовых слов неизвестны. Укажите кратчайшее возможное кодовое слово для буквы П, при котором код будет удовлетворять условию Фано. Если таких кодов несколько, укажите код с **наименьшим числовым значением**.

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений

БДИ “информатика”. №5

Решение : коды К,Л,М,Н

0		1	
0	1	(!)	1(Н)
0(К)	1(Л)	0(М)	(!)

Для П и Р можно использовать коды 011, 10. код П должен быть короче.

0		1	
0	1	0(П)	1(Н)
0(К)	1(Л)	0(М)	1(Р)

Ответ : 10

№6

На вход алгоритма подаётся натуральное число N . Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа N .
2. К этой записи дописываются справа ещё два разряда по следующему правилу:
 - а) складываются все цифры двоичной записи числа N , и остаток от деления суммы на 2 дописывается в конец числа (справа). Например, запись 11100 преобразуется в запись 111001;
 - б) над этой записью производятся те же действия – справа дописывается остаток от деления суммы её цифр на 2.

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью искомого числа R .

Укажите минимальное число R , которое превышает число 97 и может являться результатом работы данного алгоритма. В ответе это число запишите в десятичной системе счисления

№6

Решение :

$$97_{10} = 1100001_2$$

После второй операции 0.

Добавляем 1.

$$1100001_2$$

1 должнг четное число раз встречаться. Поэтому еще 10 добавляем.

$$11000100_2$$

1-е условие не выполняется еще 10 добавим.

$$11000110_2 = 102_{10}$$

Ответ : 102

№10

Все 4-буквенные слова, в составе которых могут быть буквы Н, О, Т, К, И, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1.

Ниже приведено начало списка.

1. ИИИИ
2. ИИИК
3. ИИИН
4. ИИИО
5. ИИИТ
6. ИИКИ

...

Под каким номером в списке идёт первое слово, которое начинается с буквы О?

№10

Решение :

№ — код в 5

1. ИИИИ — $0000 = 0_{10}$

2. ИИИК — $0001 = 1_{10}$

3. ИИИН — $0002 = 2_{10}$

4. ИИИО — $0003 = 3_{10}$

5. ИИИТ — $0004 = 4_{10}$

6. ИИКИ — $0010 = 5_{10}$ — код = № - 1

...

С первым “О” код ОИИИ — $3000 = 375_{10}$.

Номер $375+1 = 376$

Ответ : 376

№12.1

В терминологии сетей TCP/IP маской сети называется двоичное число, определяющее, какая часть IP-адреса узла сети относится к адресу сети, а какая – к адресу самого узла в этой сети. Обычно маска записывается по тем же правилам, что и IP-адрес, – в виде четырёх байтов, причём каждый байт записывается в виде десятичного числа. При этом в маске сначала (в старших разрядах) стоят единицы, а затем с некоторого разряда – нули. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному IP-адресу узла и маске.

Например, если IP-адрес узла равен 231.32.255.131, а маска равна 255.255.240.0, то адрес сети равен 231.32.240.0.

Для узла с IP-адресом 111.81.27.224 адрес сети равен 111.81.27.192. Чему равен последний (самый правый) байт маски? Ответ запишите в виде

№12

Решение :

В IP-адресе 111.81.27.224

Адрес сети в 4-м байте отличается 111.81.27.192 .

Поэтому в первых трех байтах все 1. т.е. 255.

4-й байт IP-адреса $224_{10} = 11100000_2$

Адрес сети $192_{10} = 11000000_2$

Раз 3-й бит из 1 в 0 тогда третий бит 0.

4-й байт $11000000_2 = 192_{10}$

Ответ : 192

№12.2

В терминологии сетей TCP/IP маской сети называется двоичное число, определяющее, какая часть IP-адреса узла сети относится к адресу сети, а какая – к адресу самого узла в этой сети. Обычно маска записывается по тем же правилам, что и IP-адрес, – в виде четырёх байтов, причём каждый байт записывается в виде десятичного числа. При этом в маске сначала (в старших разрядах) стоят единицы, а затем с некоторого разряда – нули. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному IP-адресу узла и маске.

Например, если IP-адрес узла равен 231.32.255.131, а маска равна 255.255.240.0, то адрес сети равен 231.32.240.0.

Для узла с IP-адресом 111.81.27.100 адрес сети равен 111.81.27.96. Чему равен минимальный последний (самый правый) байт маски? Ответ запишите в виде десятичного числа.

№12

Решение :

В IP-адресе 111.81.27.100

В адресе сети 111.81.27.96 4-й байт различается. Поэтому первые 3 байта маски 255.

4-й байт IP-адреса $100_{10}=01100100_2$

В адресе сети $96_{10}=01100000_2$

6-й бит из 1 в 0 перешел. В маске 6-й бит 0, 3-й бит 1. 4-й и 5-й бит маски может быть 1 и 0.

Для этого примера 11100000_2 , 11110000_2 , 11111000_2 маски подходят. Самая малая маска с 4-м байтом $11100000_2=224_{10}$ бдет.

Ответ : 224

№13

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из 8-символьного набора: А, В, С, D, Е, F, G, H. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего отведено 24 байт на одного пользователя.

Определите объём памяти (в байтах), необходимый для хранения сведений о 20 пользователях. В ответе запишите только целое число – количество байт.

№13

Решение :

Для кодирования 8 символов 3 бита надо.

A-000, B-001, C-010, D-011, E-100, F-101, G-110,
H-111.

15 символов пороля 45 бит - 6 байт. С доп.
информацией 24 байта на 1 человекаа 30
байт надо.

20 человек - 600 байт

Ответ : 600

№16

Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения:

$$4^8 + 2^8 - 8?$$

Решение :

Переводим в 2-чную системы

$$100^8 + 10^8 - 1000 = 10^{16} + 10^8 - 1000 = 10^{16} + 11111000$$

Ответ : 6

№20

Ниже записан алгоритм. Получив на вход число x , этот алгоритм печатает два числа: L и M . Укажите **наименьшее** число x , при вводе которого алгоритм печатает сначала 6, а потом 7.

Python

```
x = int(input())
```

```
L = M = 0
```

```
while x > 0:
```

```
    M += 1
```

```
    if x % 2 == 0: L += 1
```

```
    x //= 2
```

```
print(L,M)
```

№20

Решение :

Программа работает с 2-чной системой X. В М считается число разрядов. В L считается число 0.

Программа выдает 7 и 6. $X=1000000_2=64_{10}$

Ответ : 64