ЕГЭ 2013

ПОДГОТОВКА К ЕГЭ

Задание В12

Задание B10

<u>Тип задания</u>: Задание на анализ практической ситуации, сводящееся к решению уравнения или неравенства

<u>Характеристика задания</u>: Текстовое задание, моделирующее реальную или близкую к реальной ситуацию (например, экономические, физические, химические и др. процессы)

<u>Комментарий</u>: По условию задачи требуется составить уравнение или неравенство, сводимое к линейному или квадратному, решив которое, записать в ответ искомую величину

1. **КПД теплового двигателя вычисляется по формуле**

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$$

При каком наименьшем значении температуры нагревателя T_1 КПД двигателя будет не менее 75%, если температура холодильника $T_2 = 350$ К.

Решение

$$75\% = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$$

$$75 \cdot T_1 = 100 \cdot T_1 - 35000$$

$$75 \cdot T_1 = \frac{T_1 - 350}{T_1} \cdot 100$$

$$25 \cdot T_1 = 35000$$

$$T_1 = 1400$$

$$75 \cdot T_1 = (T_1 - 350) \cdot 100$$

Ответ: 1400

2. Зависимость объема спроса на продукцию некоторой фирмы от цены продукции задается формулой $q(p) = 280 – 10p$, где p – цена (тыс.руб); q – спрос (единиц в месяц). Определить максимальный уровень цены (в тыс.руб), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит не менее 960 тыс.руб.

<u>Решение</u> $r = q \cdot p = (280 – 10p)p$

т.к. $r \geq 960$, то

$$(280 – 10p)p \geq 960$$

$$-10 p^2 + 280p - 960 \geq 0$$

$$p_1 = 4, p_2 = 24$$

Ответ: 24

3. Операционная прибыль предприятия в краткосрочном периоде вычисляются по формуле $h(q) = q(p - v) - f$. Компания продает свою продукцию по цене $p = 400$ руб. за штуку, затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 300$ руб. за штуку, постоянные расходы предприятия $f = 800000$ руб. в месяц. Определить наименьший месячный объём производства q (шт.), при котором прибыль предприятия будет не меньше 700000 руб. в месяц.

Решение

$$700000 = q(400 - 300) - 800000$$

$$100q = 1500000$$

$$q = 1500000 : 100$$

$$q = 15000$$

Ответ: 15000

4. Высота столба жидкости в баке с открытым краном меняется по закону $H(t) = 1{,}28 - 0{,}8t + 0{,}125\ t^2$, где t – время в минутах, H – высота в метрах. Через несколько минут после открытия крана вода полностью вытечет из бака?

Решение

$$H(t) = 0$$
$$1{,}28 - 0{,}8t + 0{,}125\ t^2 = 0$$
$$D = 0$$
$$t = 3{,}2$$

Ответ: 3,2

5. Зависимость температуры нагревательного элемента прибора от времени имеет вид $T(t) = T_0 + at + bt^2$, где $T_0 = 100К$, $a = 37{,}5$ К/мин, $b = -0{,}25$ К/ мин^2. Прибор может испортится при температуре свыше 1000К. Определить момент времени (в минутах), когда прибор необходимо выключить чтобы он не вышел из строя.

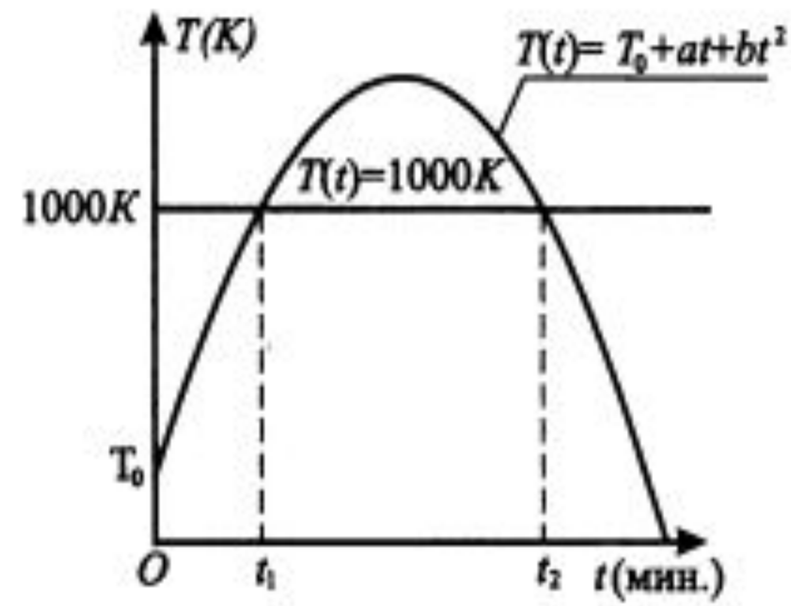
<u>Решение</u>

$100 + 37{,}5t – 0{,}25t^2 = 1000$

$0{,}25t^2 - 37{,}5t + 900 = 0$

$t^2 – 150t + 3600 = 0$

$t_1 = 30$, $t_2 = 120$



Ответ: 30

6. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет 70 Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Чему равно наименьшее возможное сопротивление (в Омах) этого обогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление определяется формулой

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 21 Ом?

Решение

$$\frac{70 \cdot R_2}{70 + R_2} \geq 21$$

$$70R_2 \geq (70 + R_2)21$$

$$R_2 \geq 30$$

Ответ: 30

7. Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефона-Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямопропорциональна площади поверхности и четвертой степени температуры: $P = \sigma S T^4$, где $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8}$ - числовой коэффициент, площадь измеряется в квадратных метрах, температура – в Кельвинах, а мощность – в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = 1/7 \cdot 10^{16}$ м^2, а излучаемая ею мощность $P = 19{,}551 \cdot 10^{22}$ Вт. Определить температуру этой звезды

Решение

$$T^4 = \frac{19{,}551 \cdot 10^{22}}{5{,}7 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{1}{7} \cdot 10^{16}} = 7^4 \cdot 10^{12}$$

$$T = \sqrt[4]{7^4 \cdot 10^{12}} = 7 \cdot 10^3 = 7000$$

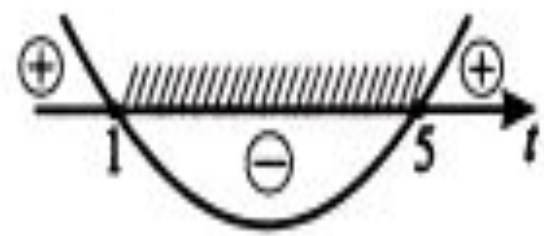
Ответ: 7000

8. Изменение высоты полета брошенного вертикально вверх мяча описывается формулой $h(t) = -5t^2 + 30t$ (h – высота в метрах, t – время в секундах. Сколько секунд мяч находился на высоте не менее 25 м?

<u>Решение</u>

$-5t^2 + 30t \geq 25$

$t^2 - 6t + 5 \leq 0$



$t \in [1; 5]$

$\Delta t = 5 – 1 = 4$

Ответ: 4

9. При температуре 0^0 С рельс имеет длину l_0 = 20 м. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 6 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса и его длина будет меняться по закону $l(t^0) = l_0(1 + \alpha t^0)$, где $\alpha = 1{,}2\cdot10^{-5}\ {}^0C^{-1}$ - коэффициент теплового расширения, t^0 - температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (ответ выразить в градусах Цельсия).

Решение Длина зазора станет равной нулю, если рельс станет длиннее на величину зазора:

$l(t^0) - l_0 = 6\cdot10^{-3}$ $l_0(1 + \alpha t^0) - l_0 = 6\cdot10^{-3}$

$20(1 + 1{,}2\cdot10^{-5}\,t^0) - 20 = 6\cdot10^{-3}$

$$t^0 = \frac{6\cdot10^{-3}}{1.2\cdot10^{-5}\cdot20} = 20$$

Ответ: 20

10. Парашютисты-экстремалы определяют высоту сооружений для будущих прыжков, засекая время падения небольших камней с вершин сооружений до поверхности приземления. Приближенная зависимость от времени свободного падения имеет вид $h = 4{,}9t^2$. Здесь y – высота в метрах, t – время в секундах. С вершины первого сооружения камень падал 4,5 с. На сколько метров второе сооружение выше первого, если с вершины второго сооружения камень падал на 1 с дольше?

Решение

$$\Delta h = h_2 - h_1 = 4{,}9 \cdot (5{,}5^2 - 4{,}5^2) = 49$$

Ответ: 49

11. При вращении ведерка с водой на веревке в вертикальной плоскости сила давления на дно воды не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительна во всех точках траектории. В верхней точке сила давления равна $P = m(V^2/L - g)$, где m – масса воды, V – скорость движения ведерка, L – длина веревки, g – ускорение свободного падения. С какой минимальной скоростью (в м/с) надо вращать ведерко, чтобы вода не выливалась из него, если длина веревки 10 см? (g считать равным 10 м/с^2)

Решение

$$P = m\left(\frac{V^2}{L} - g\right) > 0, \quad \frac{V^2}{L} - g > 0$$

$$V^2 > gL, V > \sqrt{gL} = \sqrt{10 \cdot 0,9} = \sqrt{9} = 3$$

Ответ: 3

12. Глубоководники проектируют новый батискаф в виде сферы радиусом R. Выталкивающая сила Архимеда, действующая на батискаф, вычисляется по формуле

$$F_A = \rho g \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$$

Определить максимальный радиус батискафа (в метрах), если сила Архимеда по технологии не должна превосходить 1130400 Н. При расчете принять следующие значения постоянных: ρ = 1000кг/ м^2 , g = 10 Н/кг, π = 3,14.

Решение

$$F_A \le 1130400, \quad \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g \le 1130400$$

$$R^3 \le \frac{3 \cdot 1130400}{3{,}14 \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 4} = 27$$

$$R \le 3$$

Ответ: 3

13. В боковой стенке цилиндрического бака вблизи дна прикреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 2{,}5$ – начальный уровень воды, $a = 1/1000$ и $b = -1/10$ – постоянные, t – время в минутах с момента открытия крана. В течении какого времени вода будет вытекать из бака? (ответ дать в минутах)

Решение

$H(t) = 0$, $at^2 + bt + H_0 = 0$,

$t^2/1000 - t/10 + 2{,}5 = 0$

$t^2 – 100t + 2500 = 0$, $(t – 50)^2 = 0$

$t = 50$

Ответ: 50

14. Модель камнеметательной машины выстреливает камни под определенным углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. Траектория полета камня в системе координат, связанной с машиной, описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -1/200$м, $b = 9/20$ – постоянные параметры, x – горизонтальная составляющая расстояния от машины до камня, y – высота камня над землей. На каком расстоянии (в метрах) от крепостной стены, высота которой 7 м, нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над ней на высоте не менее 2-х метров?

Решение

По условию $y \geq 7 + 2 = 9$, т.е. $ax^2 + bx \geq 9$,

$-x^2/200 + 9x/20 \geq 9$, $x^2 - 90x + 1800 \leq 0$,

$x \in [30; 60]$, $x_{max} = 60$

Ответ: 60

15. Мотоциклист, движущийся по городу с постоянной скоростью V_0 = 57 км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением a = 18 км/ч^2. Расстояние от мотоциклиста до города определяется выражением $S = V_0t + at^2$, где t – время в часах от момента выезда из города. Определить наибольшее время (в минутах), в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор обеспечивает покрытие на расстояние не далее, чем 42 км от города

<u>Решение</u>

$57t + 18t^2/2 \leq 42, \qquad 9t^2 + 57t - 42 \leq 0$

$3(t + 7)(t - 2/3) \leq 0, \qquad t \in [-7; 2/3]$

$t_{max} = 2/3ч = 2/3 \cdot 60мин = 40мин$

Ответ: 40